νῶν ἐπὶ βραχὺ χρονικὸν διάστημα, ὥστε ἐπὶ τῇ βάσει τῶν νεωτέρων αὐτῶν ἀντιλήψεων νὰ διδάξωσιν οὗτοι τοὺς ἐλαιοκόμους τὴν ἐφαρμογὴν τοῦ νέου κλαδεύματος τῆς ἐλαίας.

ΑΝΑΚΟΙΝΩΣΕΙΣ ΜΕΛΩΝ

Φαιδωνος Κουκουλε, *Ἡ νεοελληνικὴ ἑρμηνεία τῶν ὀνείρων καὶ ἡ ὀνειροκριτικὴ παράδοσις* *.

ΑΝΑΚΟΙΝΩΣΕΙΣ ΜΗ ΜΕΛΩΝ

ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ. — **Παρατήρησις ἐπὶ τοῦ ὑπολογισμοῦ τῆς τετραγωνικῆς ῥίζης τοῦ 2 παρὰ τοῖς Ἀρχαίοις,** *ὑπὸ* ***Εὐαγγέλου Σταμάτη*** **. Ἀνεκοινώθη ὑπὸ τοῦ κ. Βασ. Αἰγινήτου.

1. Ὁ σχηματισμὸς τῶν πλευρικῶν καὶ διαμετρικῶν ἀριθμῶν παρέχεται ὑπὸ τῶν τύπων $\alpha_\nu = \alpha_{\nu-1} + \delta_{\nu-1}$ καὶ $\delta_\nu = 2 . \alpha_{\nu-1} + \delta_{\nu-1}$, ἔνθα α παριστᾷ τὴν πλευρὰν καὶ δ τὴν διαγώνιον ἑνὸς τετραγώνου. [Θέων Σμυρναῖος, ἔκδ. Hiller, σ. 42 - 45 καὶ Πρόκλος, Σχόλια εἰν Πολιτείαν Πλάτωνος, ἔκδ. Kroll, τόμ. II, σ. 24 κ.ἑ.]

Κατὰ τοὺς ἀνωτέρω τύπους, ἐὰν τὸ δοθὲν τετράγωνον θεωρηθῇ ἀπειροελαχίστως μικρόν, ὥστε ἡ πλευρὰ αὐτοῦ νὰ ληφθῇ ἴση πρὸς τὴν διαγώνιόν του καὶ ἴση πρὸς τὴν μονάδα, ἡ σειρὰ τῶν πλευρικῶν καὶ διαμετρικῶν ἀριθμῶν θὰ εἶναι ἡ κάτωθι:

Πλευρικοὶ ἀριθμοί: 1, 2, 5, 12, 29 .... α_ν

Ἀντίστοιχοι διαμετρικοὶ ἀριθμοί: 1, 3, 7, 17, 41 .... δ_ν

ὁ λόγος $\delta_\nu : \alpha_\nu$ παρέχει κατὰ προσέγγισιν τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τῆς $\sqrt{2}$.

2. Ἐὰν ἡ $\sqrt{2}$ ὑπολογισθῇ κατὰ τὴν εἰς τὸν Ἀρχύταν ἀποδιδομένην μέθοδον τῶν ἀριθμητικῶν καὶ ἁρμονικῶν μέσων [1) Εὐκλείδου, Κατατομὴ Κανόνος θεώρ. 3, 2), Ἥρωνος, Μετρικά, τόμ. III σ. 18 - 20, 3) Boethius «De institutione arithmetica» III, 11 σ. 285] τότε λαμβάνομεν τὴν ἐπιθυμητὴν προσέγγισιν ταχύτερον ἢ διὰ τῶν λόγων τῶν διαμετρικῶν πρὸς τοὺς πλευρικοὺς ἀριθμούς. Κατὰ τὴν μέθοδον ταύτην θεωροῦμεν τὸν ἀριθμὸν 2 ὡς γινόμενον 2×1 καὶ μὲ πρώτους ἄκρους ὅρους τοὺς ἀριθμοὺς 2 καὶ 1 σχηματίζομεν ἐν συνεχείᾳ μουσικὰς ἀναλογίας ὡς κάτωθι:

---

* Ἐδημοσιεύθη εἰς τὴν σειρὰν τῶν Πραγματειῶν τῆς Ἀκαδημίας, τόμ. 20 (1954) ἀρ. 4.

** **EVANG. STAMATIS, Eine Bemerkung auf die Berechnung von $\sqrt{2}$ bei den Alten.**

$$2 : \frac{3}{2} \quad \text{(πρῶτον ἀριθμητικὸν μέσον)} = \frac{4}{3} \quad \text{(πρῶτον ἁρμονικὸν μέσον)} : \quad 1$$

$$\frac{3}{2} : \frac{17}{12} \quad (\ \beta'. \quad \text{»} \quad \text{»}\ ) = \frac{24}{17} \quad (\ \beta'. \quad \text{»} \quad \text{»}\ ) : \ \frac{4}{3}$$

$$\frac{17}{12} : \frac{577}{408} \quad (\ \gamma'. \quad \text{»} \quad \text{»}\ ) = \frac{816}{577} \quad (\ \gamma'. \quad \text{»} \quad \text{»}\ ) : \ \frac{24}{12}$$

Ἀναγράφομεν κατωτέρω πίνακα ἐμφαίνοντα τὸν ὑπολογισμὸν τῆς $\sqrt{2}$ κατὰ τὰς δύο μεθόδους.

Α'. Μέθοδος λόγων, διαμετρικῶν πρὸς πλευρικοὺς ἀριθμούς.				Β'. Μέθοδος Ἀρχύτου, ἀριθμητικῶν καὶ ἁρμονικῶν μέσων.
1ος	λόγος	1 : 1		
2ος $= 2^1$	»	3 : 2	$\longrightarrow$	πρῶτον ἀριθμ. μέσον τῶν ἀριθ. 1 καὶ 2 = 3 : 2
3ος	»	7 : 5		πρῶτον ἁρμον. μέσον » » 1 » 2 = 4 : 3
4ος $= 2^2$	»	17 : 12	$\longrightarrow$	δεύτερον ἀριθμ. μέσον τῶν ἀριθ. $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$ = 17 : 12
5ος	»	41 : 29		δεύτερον ἁρμον. » » » $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$ = 24 : 17
6ος	»	99 : 70		
7ος	»	239 : 169		
8ος $= 2^3$	»	577 : 408	$\longrightarrow$	τρίτον ἀριθμ μέσον τῶν ἀριθμῶν $\frac{17}{12}$, $\frac{24}{17}$ = 577 : 408
9ος	»	1393 : 985		τρίτον ἁρμ. μέσον τῶν ἀριθμῶν $\frac{17}{12}$, $\frac{24}{17}$ = 816 : 577
10ος	»	3363 : 2378		
11ος	»	8119 : 5741		
12ος	»	19601 : 13860		
13ος	»	47321 : 33461		
14ος	»	114243 : 80782		
15ος	»	275807 : 195025		
16ος $= 2^4$	»	665857 : 470832	$\longrightarrow$	τέταρτον ἀριθ. μέσον τῶν ἀριθμῶν $\frac{577}{408}$, $\frac{816}{577}$ = = 665857 : 470832.
2^{ν} λόγος			$\longrightarrow$	νυοστὸν ἀριθμητικὸν μέσον.

3. Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω πίνακος παρατηροῦμεν ὅτι ἡ τάξις τῶν κατ' Ἀρχύταν ἀριθμητικῶν μέσων εἶναι οἱ λογάριθμοι μὲ βάσιν τὸν 2 τῆς τάξεως τῶν λόγων τῶν διαμετρικῶν πρὸς τοὺς πλευρικοὺς ἀριθμούς.

ZUSAMMENFASSUNG

Der Verfasser teilt eine Bemerkung über die Berechnung von $\sqrt{2}$ bei den Alten mit. Von zwei dies betreffenden Methoden, d. h. der Methode der Verhältnisse der Diametral- zu den Seitenzahlen bzw. der Methode die Archytas zugeschrieben wird, wird bemerkt, dass die Ordnung der von Archytas benutzten arithmetischen Mittel die Logarithmen mit Basis 2 der Ordnung der Verhältnisse der Diametral- zu den Seitenzahlen ist.