ΔΙΑΦΟΡΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ.— **La Géométrie infinitésimale directe, à partir de ses origines naturelles (première partie),** *par G. Bouligand*, Paris.* Ἀνεκοινώθη ὑπὸ τοῦ Ἀκαδημαϊκοῦ κ. Κωνσταντίνου Π. Παπαϊωάννου.

INTRODUCTION. — LE CONTINGENT ET LE PARATINGENT

1. **Remarques liminaires.** Désormais, il va s'agir de mettre en lumière «les principes généraux de la création théorique». Nous le ferons d'abord en un cas tout préparé déjà, à la faveur d'un acquis préalable, obtenu par des calculs : celui d'Euler et Meusnier, Monge et Dupin, puis de quelques autres jusqu' à Darboux. Guidés par une admirable intuition, ils surent poser les problèmes qui les conduisirent aux résultats vraiment essentiels, dont une brève synthèse est présentée déjà, dans les chapitres V et VIII de notre «Initiation aux méthodes vectorielles.», dont l'un expose, à partir de la dérivation géométrique, la théorie des courbes, pour le plan et l'espace usuels, tandis que l'autre applique les mêmes principes à la théorie des surfaces, dans les mêmes conditions. Ayant étudié dans cette voie la courbure et la torsion des lignes d'une surface, par des moyens intrinsèques, on atteint le théorème de Meusnier, cette «plaque tournante», qu'on obtient aisément par voie classique, et capable en outre de suggérer le principe des méthodes directes, notre objet même.

2. *De la frontière d'une convexe aux demi-tangentes et au contingent d'un ensemble ponctuel.* À partir de cet exemple, il est facile d'éclairer la route par un autre, relatif à la frontière d' un «convexe K», dans l'espace ordinaire. On entend par là toute *région* (A, n° 120) contenant avec deux points, tout le segment rectiligne qui les joint. Or, ladite frontière (F) n'a pas toujours un champ continu de normales. Elle peut en effet présenter des arêtes vives aussi bien que des pointes. Ayant choisi sur (F) un point Q, on est en face de trois cas possibles : 1°) Si Q est en une «pointe», il est naturel d'y construire le «faisceau limite» des demi-droites QM portant un point M du convexe K qui tend vers Q (soit

* G. BOULIGAND, Ἡ ἄμεσος διαφορικὴ γεωμετρία, ἀπὸ τῶν φυσικῶν ἀρχῶν αὐτῆς. (Μέρος πρῶτον).

lim | QM | = 0). Moyennant quoi, le fait de prendre tous les M de K—$\{Q\}$ donne un autre ensemble, formé de demi-droites, soit (Δ), lequel inclut, avec deux d'entre elles Qr, Qs toutes celles qui balayent l'angle $r\hat{Q}s$: nouvelle rencontre de la «convexité», transmise à (Δ). Cet autre convexe aura pour frontière Φ le faisceau limite relatif, non plus à K mais à F, et dont il pourrait être opportun de retenir «la trace» sur une sphère de centre Q, trace qu'on peut, d'une infinité de manières, inclure dans un hémisphère, et qui de plus, est une section droite de notre faisceau limite Φ. Les demi-droites qui le composent sont alors des «demi-tangentes» à K au point Q.

2°) Si Q se trouve sur une arête (a), le convexe noté (Δ) engendré par nos demi-droites issues de Q se réduit à un dièdre, ayant par définition pour arête la droite qui porte les demi-tangentes en Q à la courbe (a), comme il découle d'un raisonnement simple. Le faisceau Φ inclut les demi-droites issues de Q dans les faces de ce dièdre (et aucume autre)[1].

3°) Le dernier cas est le «cas normal» où les demi-tangentes sont coplanaires.

Cela nous amène à tirer parti d'une notion nouvelle, plus générale, celle des *demi-tangentes* à un ensemble (E) en l'un de ses points : nous les globaliseront sous le nom de *contingent* en ce point.

Soit M un point de (E): nous dirons que la demi-droite Mt est une demi-tangente en M au dit ensemble si l'on peut extraire de (E) une suite de points $\{M_\nu\}$, telle que les angles $(Mt, \overrightarrow{MM_\nu})$ tendent vers zéro avec $\frac{1}{\nu}$.

Autre présentation : Mt est une demi-tangente en M à (E) dès que tout cône droit à base circulaire de sommet M et d'axe Mt (si faibles en soient la hauteur et l'angle au sommet) contient un point de (E) autre que M.

Il en découle, pour le contingent, la propriété d'être «un fermé», en appelant MΘ un élément d'accumulation d'une suite $\{Mt_r\}$ et en ayant recours à une suite de cônes, du type qui précède ; en outre, qu'on ne change pas le contingent en remplaçant (E) par sa fermeture.

---

1. Au lieu de rattacher cette éventualité au cas général, on peut songer à le faire en ayant recours aux exemples, faciles à construire, où les demi-droites du faisceau Φ recouvrent la surface d'un angle polyèdre convexe. Noter que le dièdre peut également s'obtenir en un point isolé.

3. On peut tirer de ce nouveau concept une application pleine d'intérêt: *tout arc simple* $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ *coupé par un plan quelconque en un nombre fini de points*[1] *a partout une demi-tangente antérieure et une demi-tangente postérieure dont chacune est unique.*

En effet, soit M un point d'un tel arc où le contingent du demi-arc $\overset{\frown}{MN}$, postérieur à M contient au moins deux rayons Mh et Mk. Étudions l'ensemble des points communs à $\overset{\frown}{MN}$ et à un plan Π, contenant M et vis-a-vis duquel Mh et Mk soient «de côtés différents». Se peut-il que M soit un point isolé de l'intersection? En ce cas, on aurait un voisinage postérieur de M sur l'arc d'où serait exclu tout point M′ d'un voisinage $(t, t + T)$ pour ce qui est d'appartenir au plan Π. Le contingent postérieur en M provient exclusivement des points obtenus pour des valeurs $t + \vartheta\tau$ (avec $0 < \vartheta < 1$). Mais alors les rayons s'en trouveraient d'un seul et même côté du plan, contrairement à l'hypothèse, d' après laquelle un plan contenant M n'inclut aucun point livré par la valeur $t + \vartheta\tau$ du paramètre. D'où l'unicité de la demi-tangente postérieure.

4. Cette conclusion très significative encourage à tirer parti de contingents qui seraient formés de demi-cercles issus d'un point M où ils auraient même demi-tangente, ou de cercles ayant en ce point même tangente: ce que suggère le théorème de Meusnier, déjà cité.

Il prend naissance en théorie classique des surfaces dans un problème simple. Soit M un point de l'une d'elles (S), où nous prenons le vecteur unitaire $\vec{\nu}$ de la normale à (S). Pour toutes les courbes de (S) ayant même tangente $\vec{T}$ en M. Si l'on prend l'une d'elles (C), le plan normal en M à (C) contient $\vec{N}$ [normale principale de (C)] et $\vec{\nu}$. En posant $\left(\vec{N}, \vec{\nu}\right) = \vartheta$, on tire sans peine, de l'unicité du plan osculateur en M, que pour toute courbe de (S) tangente à $\vec{T}$ en M, il n'est qu'une

---

1. Se réclamer d'un «nombre fini de points» est une hypothèse plus souple que le fait d'en prendre un «nombre borné». Soit, par exemple, dans le plan, la courbe

$$y = x^2 \left(2 + \cos \frac{1}{x}\right).$$

Toute droite du plan la coupe en un nombre fini de points, mais qui peut croître indéfiniment quand cette droite tend vers la position $y = 0$.

valeur possible pour la quantité $\varrho \cos \vartheta$, à laquelle on donne le nom de «courbure normale», soit

$$\varrho \cos \vartheta = \varrho_0 \,.$$

Notons maintenant K le centre de courbure de (C) en M, pour lequel on a

$$\varrho \overrightarrow{MK} = -\overrightarrow{N}$$

et K_0 le point où la normale en M à (S) tel que $\varrho_0 \overrightarrow{MK_0} = \overrightarrow{\nu}$. Il vient

$$\varrho^2 \cos \vartheta \, \overrightarrow{MK} \cdot \overrightarrow{MK_0} = \overrightarrow{N} \cdot \overrightarrow{\nu} = 1 \quad \text{d'où} \quad \left|\overrightarrow{MK}\right| \cdot \left|\overrightarrow{MK_0}\right| \cos\left(\overrightarrow{MK}, \overrightarrow{MK_0}\right) = \overrightarrow{MK}^2$$

ou finalement

$$|MK| = |MK_0| \cos\left(\overrightarrow{MK}, \overrightarrow{MK_0}\right) .$$

D'où le «théorème de Meusnier» : Les centres de courbure en M de toute courbe de (S), tangente en M à $\overrightarrow{MT}$, se trouvent dans le plan normal afférent sur la circonférence de diamètre MK_0.

5. *Autre présentation.* En approchant du plan de la géométrie pure, envisageons au lieu des centres de courbure en M, les cercles de courbure, en retenant les différentes positions limites d'un cercle (γ) tangent en M à $\overrightarrow{MT}$, aussi bien qu'un point M_1 de (S) tendant vers M. Pour simplifier le langage ultérieur, disons qu'en M le plan tangent τ à (S) est «horizontal». Soit MV la trace du plan vertical (sur τ), contenant MM_1. Soit (Γ) le cercle tangent situé dans ce plan et qui, tangent en M à MV, contient aussi M_1 ; dès lors, les cercles (γ) et (Γ) se coupent en M et M_1 et par là-même, sont cosphériques : la sphère qui les porte sera donc tangente en M à MV et à MT, laquelle a Γ pour grand cercle. En ce cadre, le théorème de Meusnier se réduit à la remarque suivante :

S'il n'existe pour (Γ) qu'une position limite (C), la sphère (Σ) ayant (C) pour grand cercle porte tous les cercles limites de (γ). Or, dans ce raisonnement, on peut substituer à (S) une suite infinie de points M_ι tendant vers M et tels que les (Γ_ι) afférents aient une position limite unique (C). D'où, un progrès notable, au seuil de la géométrie des ensembles ponctuels.

6. **Le paratingent** ; *ses applications.* On raisonne dans un espace (R) qui pourrait être riemannien, voire même caractérisé par une métrique

variationnelle régulière [1]. On dit qu'une direction (δ) issue d'un point a de (R) est celle d'une «paratingente» en a, si l'on peut trouver une infinité de «micro-arcs» à structure locale rectiligne s'approchant *ad libitum* de la direction (δ). Bien entendu, cette notion est distincte du contingent. Ce que montre aussitôt un cas prototype de géométrie plane (usuelle): à l'origine, le contingent de la cubique $y^2 = x^3$ se réduit à la demi-droite Ox, tandis que toute droite issue de O est une paratingente. En toute généralité: Toute demi-tangente est une paratingente, mais la réciproque n'est pas vraie.

Aussi bien que le contingent, le paratingent est «fermé». Mais un raisonnement aisé montre dans l'immédiat, en tablant sur des limites des cordes infiniment petites dont les deux extrémités tendent vers 0 que le paratingent en O «contient les limites de paratingentes en une suite de points $\{O_\iota\}$, tels que les $|OO_\iota|$ tendent vers zéro».

7. Mais, avant d'affronter la notion qui précède, il importe de remonter aux expériences qui, d'emblée, militent en sa faveur. Imaginons donc un touriste qui se promène, à la fraîcheur d'un matin d'été, en terrain varié. Le sol S en est un peu raboteux, mais sans que les «pentes» dépassent une valeur, plutôt faible! Or, comment peut-on faire, en vue d'acquérir la notion même de ces pentes? *Réponse:* On va recourir, c'est clair, aux pentes des cordes infiniment petites de S. Le passage à la limite mettra donc en oeuvre les paratingentes de S.

8. Reprenons maintenant l'énoncé final (entre guillements) du n° 2. On peut la rapprocher, voire même l'identifier complètement, dans le «formel», avec une propriété des fonctions numériques. Notons P un point courant d'un ensemble E. Une fonction f (P) est dite semi-continue supérieurement en P_0 si pour $|P_0 P| < \varrho$, le second membre ayant une valeur réelle conditionnée par une autre ε, infiniment petite, on a

$$f(P) < f(P_0) + \varepsilon.$$

Pour passer au second alinéa du n° 2, il suffit alors de «remplacer l'inégalité par l'inclusion». On remplace ainsi la semi-continuité numérique par une semi-continuité géométrique, valable pour le paratingent.

1. Même remarque d'ailleurs, pour le contingent. Pour la notion «métrique variationnelle régulière», cf. Marcel Coz, en sa Thèse, éditée en 1961 par l'Académie Royale de Belgique, Classe des Sciences t. XXXIII, fasc. 2.

9. Il va maintenant s'agir des propriétés locales découlant du «lemme d'univocité», d'abord en géométrie plane, puis dans l'espace ordinaire.

Dans le premier cas, prenons un ensemble ponctuel (E) et un point O de son dérivé et partons de l'hypothèse suivante: Ayant tracé deux droites, un axe des x et un axe des y issus de O, supposons que le paratingent en O laisse échapper l'axe des y, qui prend rôle non-paratingente. Il ne peut alors exister une infinité $\{P_\iota O_\iota\}$ de cordes de (E) toutes parallèles à Oy. Il existe donc un cercle de centre O, tel qu'en notant (E_ι) la partie de (E) formée de points non-extérieurs à ce cercle, ladite (E_ι) ait au plus un point sur chaque parallèle à Oy. D'où ce fait, d'une correspondance biunivoque entre (E) et sa projection sur x'Ox parallèlement à Oy. En outre, les pentes des cordes des E_ι (à partir d'un certain rang) demeurent bornées. Ce qui parachève le lemme d'univocité.

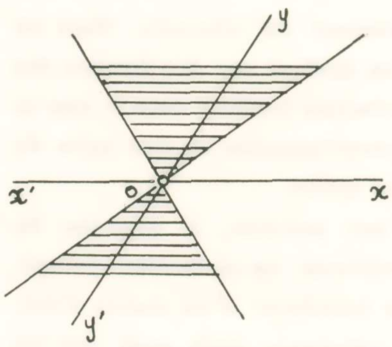

Fig. 1.

Venons-en maintenant au cas de l'espace ordinaire. Le «lemme d'univocité» peut alors acquérir l'une des formes a) et b) suivantes (livrées chacune en raisonnant comme plus haut).

a) Quand il existe une droite z'oz exclue du paratingent de (E) en O, on peut toujours trouver une sphère centrée en O et suffisamment petite, pour que la partie de (E) qui lui est intérieure ait au plus un point sur z'oz, les pentes afférentes étant bornées.

b) Quand il existe un plan yOz exclu du paratingent de (E) en O, on peut toujours trouver une sphère suffisamment petite, centrée en O, dans laquelle (E) se réduit à un arc curviligne dont les cordes aient toujours leurs directions à un cône convexe de sommet O, laissant à son extérieur le plan yOz.

Ces résultats, de type qui demeure semblable à lui-même, s'étendant sans peine à un $E_{(n)}$, dont le nombre dimensionnel n est quelconque.

Tous ces lemmes font émerger une classe de surfaces dans le cas a), de lignes dans le cas b), où il existe des représentations lipchitziennes

$$z = f(x, y) \text{ dans le premier cas,}$$
$$x = f(z), \quad y = g(z) \text{ dans le second.}$$

En définitive, on a donc obtenu deux propriétés notoires, relevant de la Géométrie différentielle locale.

Nous allons maintenant tirer du contingent et du paratingent différentes applications à la théorie des équations (ou même dans un cas, de certaines inéquations) du type différentiel ordinaire, voire aux dérivées partielles.

10. Bien que la chose puisse étonner, nous allons d'abord considérer des problèmes aux dérivées partielles, en vue d'y justifier l'intérêt des notions suivantes:

a) intégrales *contingentes ;* b) intégrales *aréolaires ;* c) intégrales *paratingentes.* Dans ce paragraphe, mieux vaut nous en tenir aux types a) et b).

Partons du cas prototype

$$\text{(pr.)} \quad p^2 + q^2 = 1.$$

Le point de vue classique se réduit à chercher des surfaces, avec champ continu de normales et telles qu'en chaque point (x_0, y_0, z_0) le «cône élémentaire», au sens de G. Darboux [1] ait toujours en commun un plan tangent, au moins, avec une surface intégrale. Dans le cas précédent, le champ de ces cônes est alors défini par

$$(\Gamma) \quad (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = (z - z_0)^2.$$

Dans les conditions susdites, une intégrale (S) est dite «contingente» dès que toute demi-tangente à (S) n'est jamais intérieure à (Γ), et moyennant une hypothèse complémentaire: une demi-tangente au moins est sur (Γ).

On «qualifiera (S) d'aréolaire», moyennant une autre condition, plus large [2], que voici: En reprenant l'équation (pr.), après lui avoir donné la forme

$$(1 + p^2 + q^2)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

1. Cf: E. Lainé, Précis d'Analyse mathématique, Paris, 1946; t. II, p. 235.

2. Cf: types généralisés d'équations $f(x, y, z, p, q) = 0$. C. R. Acad. Sc. Paris, t. 238, 1954, p. 242.

elle impose cette condition : le rapport entre les aires d'une portion de (S) et de sa projection sur un plan $z = \mathrm{Cte}$ soit $\sqrt{2}$.

11. Dans la théorie classique, on a souvent recours à des transformations ponctuelles (T). Pour englober les deux cas, celui du contingent et celui du paratingent, je vais supposer que les équations de (T) ont des dérivées partielles continues en chaque point M, avec jacobien non nul,

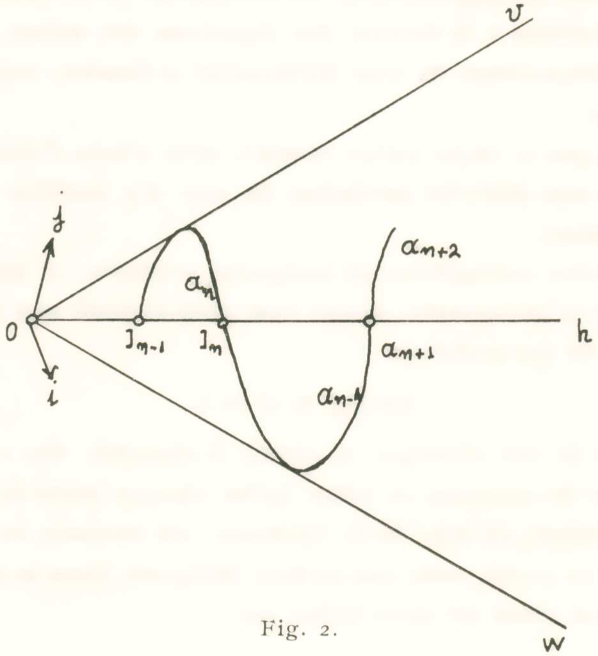

Fig. 2.

hypothèse d'où résulte la biunivocité locale. Il importe de retenir cette propriété (elle-même locale) : Toutes les transformations forment un «groupe» qui sera dit «groupe du paratingent» [1], terme naturel car la direction d'une paratingente admet pour image une autre direction du même type. Moyennant les transformations (T), on passe des cas prototypes (n° 10) aux cas généraux.

12. Leur utilité jaillit d'emblée sur un exemple qui va nous guider pour la suite, en partant de la figure ci-contre. Une ligne «uniparatin-

1. Si l'on voulait adapter la notion de contingent à ce thème, il faudrait supplanter la «différentielle ordinaire» par la «différentielle stolzienne». Subtilité bien inutile dans les applications. On la trouve exposée dans l'ouvrage «Introduction à la Géométrie infinitésimale directe» (Ch. X).

gente en chaque point» et de ce fait à tangente continue est inscrite dans l'angle (Ou, Ov). Toutes les sinuosités qu'elle présente sont homothétiques, mais si le type en est direct pour deux (arceaux) comme a_n et a_{n+2}, il est inverse pour a_n et a_{n+1}. En veillant à les prendre tous convexes, les inflexions vont se trouver sur l'horizontale Oh, laquelle bissecte l'angle (Ou, Ov). Cela posé, le contingent en O est formé de toutes les demi-droites emplissant l'angle Ou, Ov tandis que le paratingent inclut toutes les droites non-extérieures à (Ou, Ov). Il inclut donc, «stricto sensu», le contingent.

13. Ces remarques nous préparent à bien comprendre un théorème fondamental établi par M. André Marchaud, et qui va maintenant retenir notre attention [1]. Je me borne à l'énoncer:

En tout point, exclu des bords, d'une surface de Jordan, où l'ensemble des paratingentes n'emplit pas tout l'espace, le faisceau des non-contingentes se décompose en deux ouverts distincts et inclus dans le faisceau des non-paratingentes: ces ouverts sont des cônes convexes.

14. Le même Auteur a, de plus, projété une vive lumière sur des thèmes où, simultanement, interviennent des systèmes d'équations (ou d'inéquations) différentielles ordinaires et des équations aux dérivées partielles d'ordre 1.

À ce titre, il part d'un champ (C) de demi-cônes convexes, lequel est supposé continu. Un arc simple a b est, par définition, une intégrale de (C) quand en tout point m, chacune des demi-tangentes postérieures est dans C (m).

En faisant tendre C (m) en une demi-droite mt, on atteint un système d'équations différentielles ordinaires. Avec l'appui du concret, l'Auteur introduit, et cela d'une manière naturelle, «l'émission d'un ensemble ponctuel A», ce qui donne un «déterminisme incomplet» pour le cas général des demi-cônes, un déterminisme *stricto-sensu* pour un champ de demi-droites.

---

1. Cf. A. Marchaud, «Sur les propriétés différentielles du premier ordre des surfaces simples de Jordan». (Annales de l'Éc. Norm. Sup. t. LXIII, fasc. 2, pp. 81 et suivantes et C. R. Acad. Sc. de Paris, t. 204, 1937). Le terme «surface simple» est l'extension naturelle de ladite surface à un disque plan.

De toutes les courbes de ladite émission, il tire alors les notions suivantes :

1°) la «frontière latérale» de U [C (m, A)] ;

2°) la «frontière latérale extérieure» de la même réunion ;

3°) celle «d'intégrale frontière».

Noter, à propos de la première, qu' à chaque point d'une ligne intégrale de C (M), est le départ d'une émission incluant cette ligne. La «frontière latérale extérieure» du même ensemble s'obtient par fermeture de l'ensemble des points de la frontière latérale, situés hors de A. Enfin, on détermine «l'intégrale frontière» d'après la condition suivante : il s'agit alors d'intégrales dont les demi-tangentes, prises dans les deux sens, appartiennent l'une et l'autre sur les deux frontières de C (M) et du demi-cône opposé : dans la théorie classique d'une $f(x, y, z, p, q) = 0$, le rôle joué par C (M) est celui du «cône élémentaire» et chaque ligne support d'une «bande caractéristique» est une intégrale frontière, sans pour autant, que la réciproque ait toujours lieu.

15. De ces notions, l'Auteur déduit les propriétés suivantes :

1°) De tout point de C (M), il en part au moins une intégrale ;

2°) D'une suite $\{ C_\iota (M) \}$ uniformément convergente, avec C (M) pour limite, on peut tirer d'une suite d'arcs $\widehat{a_n b_n}$, intégrales des C_ι, une suite partielle tendant vers un arc $\widehat{ab}$, prenant rôle d' intégrale dans le champ initial.

En voici, par surcroit, une autre plus importante encore, posée par M. André Marchaud : Quelles conditions faut-il imposer au champ et à l'arc mis en cause pour que la «frontière latérale extérieure» de l'émission soit une surface, et non des ensembles dégénérescents ? Dans l'affirmative, on pourrait conclure, sans d'ailleurs lui supposer en tout point un plan tangent[1], que ladite frontière est une «intégrale contingente».

ΠΕΡΙΛΗΨΙΣ

Ὁ συγγραφεύς, ὅστις εἶναι ὁ ἀνακαλύψας καὶ κυρίως ἀναπτύξας τὴν ἄμεσον διαφορικὴν γεωμετρίαν, πραγματεύεται τὴν γένεσιν καὶ ἀνάπτυξιν ταύτης.

---

1. Bien entendu, pareille latitude est nécessaire pour que cette intégrale généralisée trouve son emploi.

Ὁ Ἀκαδημαϊκὸς κ. **Κ. Π. Παπαϊωάννου** ἀνακοινῶν τὴν ὡς ἄνω ἐργασίαν εἶπε τὰ ἑξῆς :

Ὁ διάσημος Γάλλος μαθηματικὸς Georges Bouligand, ἀντεπιστέλλον μέλος τῆς Ἀκαδημίας τῶν Ἐπιστημῶν τῶν Παρισίων καὶ Ὁμότιμος καθηγητὴς τοῦ Πανεπιστημίου τῶν Παρισίων δὲν ἔχει, βεβαίως, ἀνάγκην παρουσιάσεως εἰς τοὺς μαθηματικούς. Διὰ τοὺς μὴ μαθηματικούς, ἀναφέρομεν τὰ ἑξῆς :

Ὁ G. Bouligand εἶναι πολυσύνθετος μαθηματικὴ προσωπικότης, μὲ θεμελιώδη συμβολὴν εἰς τὴν Διαφορικὴν Γεωμετρίαν καὶ εἰς τὴν Μεθοδολογίαν τῶν Μαθηματικῶν καὶ μὲ σημαντικὴν συμβολὴν εἰς τὴν Μαθηματικὴν Ἀνάλυσιν, ἐν σχέσει καὶ πρὸς τὴν Μαθηματικὴν Φυσικήν. Ἡ ἐποχὴ 1930 - 1940 ὑπῆρξεν ἡ ἐποχὴ τῶν ταυτοχρόνων μεγάλων ἐκκινήσεών του, διὰ τῶν ὁποίων ἐπεβλήθη εἰς τὴν διεθνῆ μαθηματικὴν κοινωνίαν καὶ κατέστη μία τῶν ἰθυνουσῶν μορφῶν τῆς Γαλλικῆς μαθηματικῆς κοινωνίας. Εἶναι ὁ ἀποκλειστικὸς καὶ μοναδικὸς δημιουργὸς μιᾶς νέας μαθηματικῆς θεωρίας, ἤτοι τῆς γενικευμένης εἰς τὰ σημειοσύνολα διαφορικῆς γεωμετρίας· ταύτην, λόγῳ τῆς ἀπ' εὐθείας σπουδῆς τῶν θεμάτων ἐκ τῶν συνόλων, κατὰ τρόπον πολὺ γενικὸν καὶ ἄμεσον, ὠνόμασεν ὁ Bouligand «Ἄμεσον διαφορικὴν γεωμετρίαν». Ἀφ' ἑτέρου, ἤδη ἀπὸ τοῦ 1933, ἐνδιεφέρθη ὁ Bouligand διὰ τὴν μεθοδολογικὴν ἀνάπτυξιν τῶν Μαθηματικῶν, τῆς Μηχανικῆς καὶ τῆς Μαθηματικῆς Φυσικῆς, καὶ διὰ τὴν πορείαν διὰ τῆς ὁποίας γίνεται ἡ μαθηματικὴ ἀνακάλυψις. Σύνθεσιν τῶν δύο τούτων ρευμάτων τῆς σκέψεώς του εἰς ἑνιαῖον βίωμα σκέψεως, μὲ οὐσιώδη πρωτοτυπίαν, ἀποτελεῖ ἡ παροῦσα ἀνακοίνωσις, τῆς ὁποίας ἡ δημοσίευσις εἰς τὰ Πρακτικὰ τῆς Ἀκαδημίας ἀποτελεῖ, κατὰ τὴν γνώμην μου, τιμητικὸν γεγονὸς διὰ τὴν Ἀκαδημίαν μας.
