

MÜLLER FREIENFELS R., Psychologie der Kunst, τόμοι 2, 1923.

VOLKELT J., System der Ästhetik, τόμοι 3, έκδ. 2^α, 1925-26.

VOLKELT J., Das ästhetische Bewusstsein, 1920.

ZIEHEN TH., Vorlesungen über Ästhetik, τόμοι 2, 1923-25.

WUNDT W., Grundz. d. physiol. Psychologie, τόμοι 3, έκδ. 6^η και 7^η, 1910-23.

ΑΝΑΚΟΙΝΩΣΕΙΣ ΜΗ ΜΕΛΩΝ

ΤΕΧΝΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ.—Le calcul de l'arc continu sur appuis élastiques par l'ellipse d'élasticité*, par Ath. Broïkos. Ἀνεκρινώθη ὑπὸ τοῦ κ. Κ. Μαλτέζου.

INTRODUCTION.—Depuis que W. Ritter a montré¹ l'existence de l'ellipse d'élasticité comme cônica directrice du système antipolaire constitué par l'ensemble des lignes d'action de la force R agissant sur un point ou sur un tronçon fini de poutre et les points de rotation du point ou du tronçon de poutre envisagé — grâce aux propriétés involutives dans cette correspondance — un développement assez large, mais malheureusement insuffisamment connu dans certains pays, a été donné par ses élèves et des chercheurs contemporains en vue des applications de l'ellipse au calcul des systèmes hyperstatiques, à âme pleine ou triangulés.

A. Paris, H. Lossier et W. Wolkowitsch sont parvenus grâce à une pénétration profonde et une utilisation intelligente des propriétés élégantes de l'ellipse, à lever l'indétermination statique dans plusieurs cas de constructions complexes tels que: l'arc encastré, la poutre et l'arc continu sur appuis rigides etc.

Dans la note présente je me propose de montrer comment on peut calculer par l'ellipse d'élasticité un arc continu sur appuis élastiques, et cela d'une façon rigoureuse sans aucune supposition simplificatrice, en se basant uniquement sur les hypothèses classiques de la Résistance des Matériaux, l'arc étant à fibre moyenne plane ou courbe de forme arbitraire, à âme pleine ou triangulée, à section de moment d'inertie variable. Je rappelle à cet effet que l'ellipse d'élasticité d'un tronçon fini de poutre n'est autre que l'ellipse d'inertie centrale du système des masses adjointes $\frac{ds}{EJ}$ des élé-

* ΑΘ. ΜΠΡΟΪΚΟΥ.—Ἡ ὑπολογισμὸς τοῦ συνεχοῦς τόξου ἐπὶ ἐλαστικῶν στηριγμάτων διὰ τῆς ἑλλείψεως ἐλαστικότητος.

¹ Cf. W. RITTER, «Der kontinuierliche Balken», Zurich 1900, page 259.

ments de la poutre, qu'elle est définie par le centre, les longueurs et positions des deux axes et sa masse, cette dernière étant la somme des masses adjointe des éléments. L'ellipse ainsi définie et calculée ou construite graphiquement donne les déformations de la poutre grâce à ses propriétés

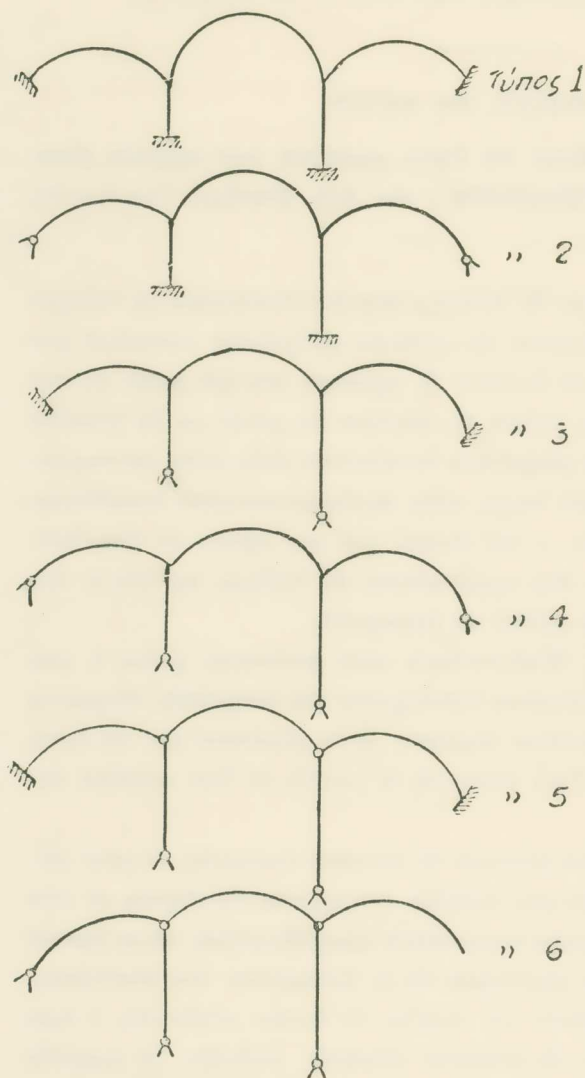


Fig. 1.

principaux indiqués sur la Fig. 1, qui en réalité ne constituent que trois

essentielles qui se résument dans les deux théorèmes fondamentaux ci-dessous¹, en tenant compte, si l'on veut même de l'influence de l'effort tranchant ainsi que de la compression de la fibre moyenne.

1. Le centre de rotation de la section mobile d'un élément de poutre coïncide avec l'antipôle de la ligne d'action de la résultante R des forces extérieures p. r. à l'ellipse d'élasticité de l'élément envisagé.

2. Le déplacement d'un point quelconque de la partie mobile de la fibre moyenne, suivant un axe quelconque u issu de ce point, est égal au produit de la résultante R et de l'axe u .

Notons enfin que le calcul analytique d'un arc continu sur appuis élastiques même dans les cas simples se heurte à des difficultés insurmontables.

THÉORIE GÉNÉRALE. On peut classer les arcs continus sur appuis élastiques, du moins théoriquement, en six types

¹ ΑΘΗ. ΒΡΟΪΚΟΣ, «L'ellipse d'élasticité et ses applications au calcul des systèmes hyperstatiques», *Annales Techniques (Τεχνικά Χρονικά)* de la Grèce, 231-232-235-236, 1941

types distincts à savoir 1, 3 et 5, les autres trois ne différant que par la nature des appuis extrêmes. Chaque arc de forme arbitraire *concourt* avec les arcs avoisinants sur des supports élastiques à fibre moyenne plane ou courbe, que nous dénommerons dans la suite par «piliers». Le type 1 d'une application universelle comprend: les arcs habituels ou viaducs en maçonnerie, les arcs en béton armé sur piliers formant monolithe, les arcs en métal sur des paliers en métal, la poutre continue sur appuis élastiques formant cadre continu à fibre moyenne plane ou courbe etc., c'est pourquoi la théorie exposée s'y rapporte. La méthode est cependant absolument générale s'appliquant sans aucune difficulté spéciale à tous les autres types, compte tenu du mode des déplacements des appuis.

Considérons donc un arc continu du type 1 constitué par un nombre quelconque de poutres à fibre moyenne courbe de forme arbitraire, de section à moment d'inertie variable, à âme pleine ou triangulées. Les travées extrêmes comportent des encastremets parfaits aux extrémités et s'encastrent mutuellement d'une façon élastique sur les piliers intermédiaires, qui à leur tour présentent un encastrement parfait à la base. Nous verrons dans la suite comment on peut tenir compte d'un encastrement éventuellement partiel ou élastique des extrémités ainsi que de la base des piliers.

Soient (Fig. 2) C_1, C_2, \dots, C_n les ellipses d'élasticité des n arcs considérés isolés et $C'_1, C'_2, \dots, C'_{n-1}$ les ellipses d'élasticité des $n-1$ piliers iso-

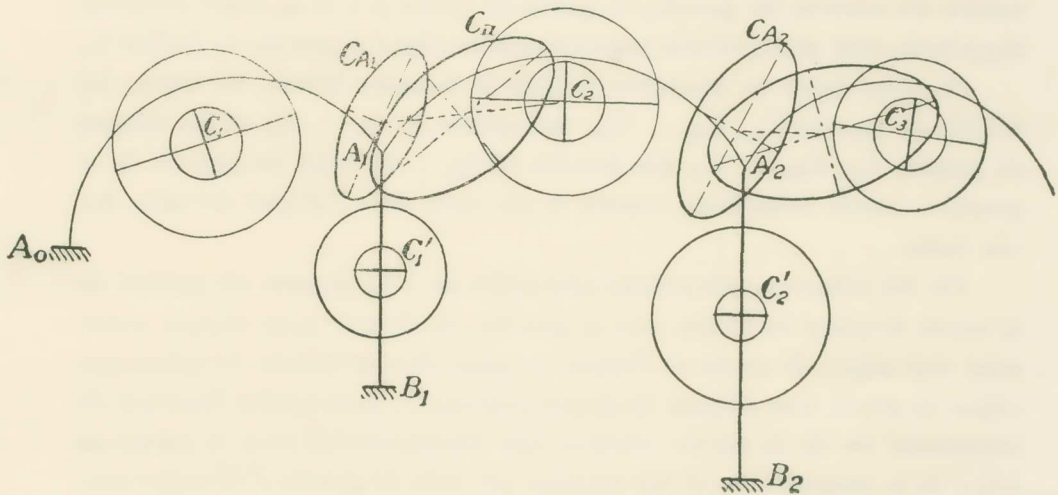


Fig. 2

lés également. Le premier arc A_0A_1 *concourt* avec le premier pilier A_1B_1 sur le point commun d'encastrement élastique A_1 . En combinant d'après W. Ritter¹, l'ellipse C_1 avec C'_1 on trouve une nouvelle ellipse C_{A_1} , qui exprime l'état élastique de l'extrémité A_1 , appartenant simultanément aux deux poutres concourantes A_0A_1 et A_1B_1 . Cette ellipse peut être appelée *ellipse de gauche de l'appui A_1* la dénomination de gauche spécifiant que l'extrémité A_1 se déplace sous l'influence de l'élasticité de la partie de gauche du système, celle de droite étant supprimée par la pensée.

L'arc A_1A_2 est *consécutif*, au sens de W. Ritter, p. r. au système élastique $A_0A_1B_1$. En combinant toujours d'après les méthodes de W. Ritter, l'ellipse C_{A_1} de l'extrémité A_1 avec l'ellipse C_2 de l'arc isolé A_1A_2 on obtient une nouvelle ellipse C_{II} qui résume l'état élastique de l'extrémité A_2 appartenant au système total élastique situé à gauche, la partie droite p. r. à A_2 étant supprimée par la pensée. Cette ellipse C_{II} pourra s'appeler, d'une façon analogue, *ellipse de gauche de la deuxième travée*, car elle donne évidemment le déplacement ou la déformation d'un point quelconque de l'arc A_1A_2 lié élastiquement avec la partie de gauche $A_0A_1B_1$ de la construction, celle de droite p. r. au point A_2 étant supposée supprimée.

En continuant, combinons l'ellipse C_{II} avec l'ellipse C'_2 du deuxième pilier isolé pour obtenir l'ellipse C_{A_2} d'une façon identique à celle qui par la combinaison des ellipses C_1 et C'_1 avait donné l'ellipse C_{A_1} . L'ellipse C_{A_2} exprime de la même façon l'état élastique de l'appui A_2 appartenant à l'ensemble du système de gauche, la partie de droite p. r. à A_2 étant supposée supprimée, c'est pourquoi elle pourra s'appeler *ellipse de gauche de l'appui A_2* .

De cette façon en avançant jusqu'à la dernière travée on reçoit les ellipses de gauche $C_{A_1}, C_{A_2}, \dots, C_{A_n}$ des appuis A_1, A_2, \dots, A_n , et les ellipses de gauche $C_{II}, C_{III}, \dots, C_N$ des travées II, III, \dots N, celle de gauche de la première travée coïncidant, comme il est clair, avec l'ellipse de cette travée isolée.

Par les mêmes constructions effectuées en sens inverse en partant de la travée extrême de droite vers la gauche. on obtient pour chaque extrémité *une ellipse de droite de l'appui* et pour chaque travée de même *une ellipse de droite*. Ces ellipses de droite donnent le mouvement élastique de l'extrémité ou de la travée relative liée élastiquement avec la partie de droite de la construction, si l'on suppose que celle de gauche a été supprimée.

¹ W. RITTER, «Graph. Statik», 3, Zurich,

Il est évident que la présence d'un axe de symétrie générale du système—comme il arrive le plus souvent en pratique—simplifie notablement le travail, car les ellipses de droite sont les mêmes que celles de gauche, symétriquement permutées.

Je dis à présent que la connaissance des ellipses finales ainsi construites permet de lever l'indétermination statique du système envisagé, quelqu'il soit son degré, c. à d. fournit les réactions hyperstatiques inconnues des appuis et donne p. c. le calcul statique complet de l'arc.

CALCUL D'UNE TRAVÉE. Sur chaque travée agissent 1) Les forces appliquées directement sur elle. 2) Les forces ou charges agissant sur les autres travées et transmises sous forme de réactions. Envisageons séparément ces charges.

1. *Calcul d'une travée sous l'action des charges agissant directement sur elle.* Chaque travée constitue un arc encastré élastiquement aux extrémités A_n, A_{n+1} (ou articulé pour les types 5 et 6), à l'aide et par l'intermédiaire des éléments élastiques par lesquels on tient compte de la liaison élastique de la travée considérée avec les parties adjacentes du système. Ces éléments à ajouter sont ceux de deux ellipses d'élasticité à savoir: de l'ellipse de gauche de l'appui A_n et de celle de droite de l'appui A_{n+1} . Les masses adjointes de ces deux ellipses s'ajouteront aux masses $\frac{\delta s}{EJ}$ des éléments de l'arc à calculer, à la construction des six polygones finiculaires si l'on travaille par la Graphostatique ou aux sommations si l'on procède par voie analytique. On obtient ainsi, par les méthodes classiques, les réactions de l'arc provoquées par un système quelconque de charges agissant directement sur la travée et par suite le polygone ou la courbe des pressions de l'arc et le calcul est achevé.

Reste à calculer les tensions produites dans l'arc par les réactions des parties adjacentes, supposées chargées d'une façon quelconque.

2. *Calcul d'une travée sous l'action des charges appliquées sur les arcs des parties adjacentes.* Soit R_n la réaction de la partie de gauche p. r. à la charge P et R_{n+1} celle de la partie de droite (Fig. 3). La réaction R_n est maintenue en équilibre par deux forces: la réaction R_1 du pilier $A_n B_n$ et la réaction R_2 de l'arc $A_n A_{n-1}$. Ces trois forces concourent donc en un point unique N . Sous l'influence de R_n l'extrémité A_n subit une rotation autour de l'antipôle A_1 de R_n p. r. à l'ellipse de gauche e_n de l'appui A_n . Cette rotation est égale évidemment à la somme des rotations dues aux

forces R_1 et R_2 . Pour que l'extrémité A_n du pilier $A_n B_n$ tourne autour du point A_1 il faut et il suffit que la ligne d'action de R_1 coïncide avec l'anti-

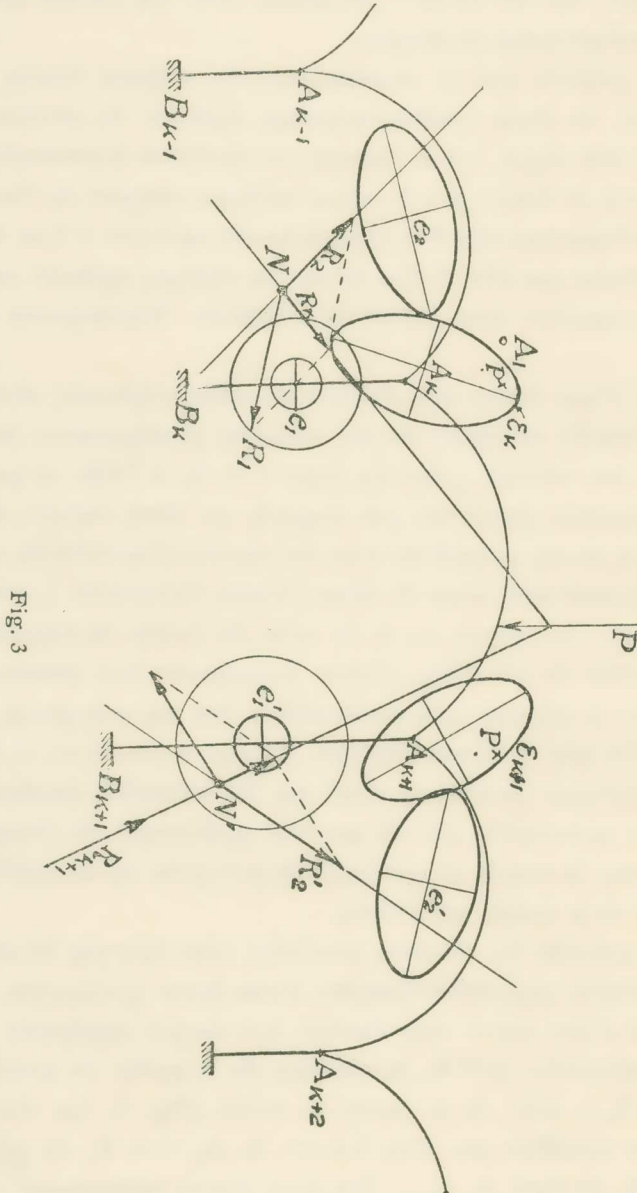


Fig. 3

polaire du point A_1 p. r. à l'ellipse e_1 du pilier isolé $A_n B_n$. D'autre part il est clair que: pour que l'extrémité A_n de l'arc $A_{n-1} A_n$ subisse une rotation autour du point A_1 il faut et il suffit que la ligne d'action de R_2 se con-

fonde avec l'antipolaire du point A_1 p. r. à l'ellipse d'élasticité de gauche e_2 de l'arc $A_{n-1}A_n$. Ces conditions déterminent graphiquement sans ambiguïté les deux composantes cherchées R_1 et R_2 et fournissent de plus une vérification graphique des constructions car les deux antipolaires R_1 et R_2 doivent se rencontrer en un point commun N situé sur R_n .

Par des raisonnements analogues on conçoit aisément que la réaction de droite R_{n+1} se décompose en deux forces R'_1 agissant sur le pilier $A_{n+1}B_{n+1}$ et R'_2 sur l'arc $A_{n+1}A_{n+2}$. Les lignes d'action de R'_1 et R'_2 sont les antipolaires du point A'_1 p. r. aux ellipses e'_1 du pilier isolé $A_{n+1}B_{n+1}$ et e'_2 ellipse de droite de l'arc $A_{n+1}A_{n+2}$, A'_1 étant l'antipôle de R_{n+1} p. r. à l'ellipse de droite e'_{n+1} de l'appui A_{n+1} .

La réaction R_2 se décompose de façon analogue en deux composantes: l'une agissant sur le pilier $A_{n-1}B_{n-1}$, l'autre sur l'arc $A_{n-2}A_{n-1}$. Il en est de même pour R'_2 et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on arrive aux travées extrêmes. Le problème est résolu.

Nous remarquons l'absence complète de points fixes (foyers) ou droites fixes par où passent ou sur lesquelles sont situées les composantes des réactions.

Pour obtenir la courbe générale des pressions correspondante à un système donné de charge et par suite la détermination du moment fléchissant de l'effort tranchant et de la compression de la fibre moyenne dans une section quelconque, on travaille comme d'ordinaire, par application du principe de la superposition des effets des forces.

Remarque.— Si les appuis extrêmes ainsi que les bases des piliers sont élastiquement ou partiellement encastrées sur le sol, aucune difficulté spéciale. On tient compte de ce fait en introduisant dans la construction des polygones funiculaires et des ellipses d'élasticité, des masses adjointes u qui expriment l'affaissement élastique donné de l'appui de base sous l'action d'un moment 1, ce qui mesure, comme on le sait, le degré de l'encastrement partiel.

Variation de la température.— Une variation de température de $\pm t^\circ$ dans l'arc $A_n A_{n-1}$ (Fig. 3) provoque un allongement de la corde $A_n A_{n-1}$:

$$\Delta l = \pm E. \alpha. t^\circ. l$$

où: E = cœf. d'élasticité longitudinale

α = cœf. de dilatation de la matière de l'arc

l = longueur primitive de la corde $A_n A_{n-1}$

Si l'on désigne par Q la poussée née dans l'arc, par suite de la variation de température, appliquée sur l'axe horizontal de l'ellipse d'élasticité de l'arc $A_n A_{n-1}$, cette poussée devra à elle seule neutraliser l'allongement ou déplacement ci-haut Δl .

Or le déplacement de l'extrémité A_{n-1} sous l'influence de Q est $= Q \cdot g \cdot i_2^2$ où: g = masse adjointe de l'ellipse de l'arc $A_n A_{n-1}$

i_2 = longueur du demi-axe verticale de l'ellipse de l'arc $A_n A_{n-1}$

Ces deux déplacements devant être égaux on reçoit:

$$Q = \pm \frac{E \cdot \alpha \cdot t \cdot l}{g \cdot i_2^2}$$

La repercussion de cette réaction ou force sur les autres parties du système s'obtiendra par des constructions analogues à celles exposées dans cette note. Finalement on superpose les effets de la variation de la température dans toutes les travées simultanément.

Le problème est résolu dans toute sa généralité.

Cas particulier.—Si toutes les travées sont à fibre moyenne rectiligne, l'arc dégenère en poutre continue sur piliers élastiques. La construction des ellipses d'élasticité des appuis et travées se simplifie notablement, car dans le cas des poutres à âme pleine et section constante, la masse de l'ellipse $= \frac{1}{EJ}$, le centre coïncide avec le centre de gravité de la poutre, enfin les axes sont:

Demi-axe horizontal $i_1 = \frac{l}{\sqrt{12}}$ où l = longueur de la poutre

» » vertical $i_2 = \frac{h}{\sqrt{12}}$ h = hauteur de la section rectangulaire transversale

La combinaison des ellipses reste la même. La courbe générale des pressions s'obtient par les mêmes procédés exposés relativement à l'axe. Le calcul s'achève très rapidement.

ΠΕΡΙΛΗΨΙΣ

Ὁ συγγραφεὺς ἐν συνεχείᾳ προγενεστέρως ἐργασίας του¹ καὶ χειριζόμενος τὴν μέθοδον τῆς ἑλλείψεως ἐλαστικότητος διὰ τῆς παρούσης ἀνακοινώσεως συμβάλλει εἰς τὴν ἐπίλυσιν τοῦ προβλήματος τῆς Στατικῆς τοῦ «ὕπολογισμοῦ τῶν ἐπὶ ἐλαστικῶν στηρίξεων συνεχῶν τόξων» διὰ γεωμετρικῶν κατασκευῶν, ἐπὶ τῇ βάσει ἀρχῶν, ὑποθέσεων καὶ ἰδιοτήτων θεμελιωθεισῶν ὑπὸ τοῦ W. Ritter (1900).

¹ ΑΘ. ΜΠΡΟΪΚΟΥ, «Ἡ ἑλλείψις ἐλαστικότητος καὶ αἱ ἐφαρμογαὶ αὐτῆς εἰς τὸν ὑπολογισμὸν τῶν ὑπερστατικῶν συστημάτων». *Τεχνικὰ Χρονικά*, 1941.

Διὰ συλλογισμῶν ἐρειδομένων ἐπὶ τῶν ἰδιοτήτων τούτων καὶ τῶν συνήθων ὑποθέσεων τῆς Τεχνικῆς Μηχανικῆς ἐπιτυγχάνεται ἡ ἄρσις τῆς στατικῆς ἀοριστίας τοῦ συστήματος, οἰοδηποτε βαθμοῦ, ὑπολογιζομένων γραφικῶς διὰ τοῦ κανόνος καὶ τοῦ διαβήτου τῶν ἀγνώστων ὑπερστατικῶν ἀντιδράσεων τῶν ὀφειλομένων εἰς τυχὸν σύστημα φορτίσεως καὶ τυχούσαν μεταβολὴν θερμοκρασίας. Ἡ μέθοδος οὕσα ἀπολύτως γενικὴ ἐφαρμοζομένη δι' οἰοδηποτε τύπον συνεχοῦς τόξου, μορφῆς τυχούσης μὲ διατομὴν μεταβλητῆς ροπῆς ἀδρανείας, ὀλοσώμου ἢ δικτυωτοῦ, χρησιμοποιεῖ εἴτε τὴν Γραφοστατικὴν εἴτε τὴν Ἀνάλυσιν εἰς τὸν προσδιορισμὸν δύο σειρῶν ἐλλείψεων τῶν στηρίξεων καὶ τῶν τόξων καλουμένων : ἐξ ἀριστερῶν καὶ ἐκ δεξιῶν, ἐκφραζομένων ἀντιστοίχως τὴν ἐλαστικὴν σύνδεσιν τοῦ τόξου μὲ τὸ ἀριστερὸν τμήμα τῆς κατασκευῆς, τοῦ πρὸς τὰ δεξιὰ κατηργημένου νοερῶς καὶ ἀντιστρόφως. Αἱ ὑπερστατικαὶ ἀντιδράσεις λαμβάνονται ἐν συνεχείᾳ κατὰ τρόπον ἀπλοῦν ὡς ἀντιπολικαὶ εὐθειᾶ σημείων τινῶν περιστροφῆς ὡς πρὸς τινὰς ἐλλείψεις ἐλαστικότητος. Ἐκαστον τόξον ὑπολογίζεται κεχωρισμένως : εἰς τὰς ἀπ' εὐθείας ἐπ' αὐτοῦ ἐνεργούσας δυνάμεις, εἰς τὰς ἐκ τῶν παρακειμένων ἀνοιγμάτων μεταβιβαζομένας ἀντιδράσεις πρὸς δὲ καὶ εἰς μεταβολὴν θερμοκρασίας. Δι' ἐπιπροσθέσεως τῶν ἀποτελεσμάτων λαμβάνεται ἡ τελικὴ καμπύλη τῶν πιέσεων τοῦ συνεχοῦς τόξου καὶ τὸ πρόβλημα εὐρίσκεται λελυμένον ἐν ὅλῃ τῇ γενικότητι.

ΝΕΥΡΟΛΟΓΙΑ. — Sur un cas de myoclonie épilepsie (Syndrome d'Unverricht) traité par l'action saline*, suivant la méthode du Professeur Dontas (avec projection cinématographique), par **E. A. Catacousinos**, Neurologue de l'Hôpital «Évanghélismos». Ἀνεκοινώθη ὑπὸ τοῦ κ. Σπ. Δοντᾶ.

Ὁ κ. Σπ. Δοντᾶς, ἀνακοινῶν τὴν κατωτέρω ἐργασίαν τοῦ κ. Ε. Κατακουζηνοῦ, λέγει τὰ ἑξῆς :

Εἰς πολλὰς ἀνακοινώσεις, γενομένας κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη ἐνώπιον τῆς Ἀκαδημίας, ἐξέθηκα τ' ἀποτελέσματα πειραματικῶν ἐρευνῶν μου ἐπὶ τῆς δράσεως μεγάλων δόσεων ὑπερτονικῶν ἢ ὑποτονικῶν διαλυμάτων οὐδετέρων ἀλάτων ἀπ' εὐθείας εἰς τὸ αἷμα εἰσαγομένων δι' ἐνδοφλεβίων ἐνέσεων. Ἐκ τῶν ἐρευνῶν τούτων εὐρέθη, ὅτι τὰ ἀνισότονα διαλύματα, διὰ τῆς ἀλυκῆς κυρίως ἐνεργείας, προκαλοῦσι λειτουργικὰς μεταβολὰς τῶν διαφόρων κυττάρων, κατ' ἐξοχὴν δὲ τῶν νευρικῶν, τῶν μᾶλλον εὐαίσθητων. Ἐκ τῶν ἐνδοφλεβίως ἐνιεμένων διαλυμάτων τὰ μὲν ὑπερτονικὰ φέρουσιν ἐλάττωσιν τῆς διεγερσιμότητος τῶν νευρικῶν κυττάρων, ὧν ἐπέρχεται ἀφυδάτωσις ὑπὸ τοῦ ὑπερτονικοῦ καθισταμένου αἵματος. Τοῦναντίον δὲ

* Ε. Α. ΚΑΤΑΚΟΥΖΗΝΟΥ.— Θεραπεία περιπτώσεως μυοκλονικῆς ἐπιληψίας (συνδρομῆς τοῦ Unverricht) διὰ τῆς ἀλυκῆς ἐνεργείας.