ΑΝΑΚΟΙΝΩΣΕΙΣ ΜΗ ΜΕΛΩΝ

ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ.— Ἐπὶ τοῦ μαθηματικοῦ χωρίου τοῦ Θεαιτήτου τοῦ Πλάτωνος, *ὑπὸ* ***Εὐαγγέλου Σταμάτη****. Ἀνεκοινώθη ὑπὸ τοῦ κ. Βασιλ. Αἰγινήτου.

Α΄

Εἰς τὸν ὁμώνυμον πλατωνικὸν διάλογον ὁ Θεαίτητος ἐρωτώμενος ὑπὸ τοῦ Σωκράτους λέγει:

«*Περὶ δυνάμεών τι ἡμῖν Θεόδωρος ὅδε ἔγραφε τῆς τε τρίποδος πέρι καὶ πεντέποδος ἀποφαίνων ὅτι μήκει οὐ σύμμετροι τῇ ποδιαίᾳ, καὶ οὕτω κατὰ μίαν ἑκάστην προαιρούμενος μέχρι τῆς ἑπτακαιδεκάποδος, ἐν δὲ ταύτῃ πως ἐνέσχετο*..... (147d-148b).

Σημειοῦμεν, ὅτι, ὡς συνάγεται ἐξ ὁλοκλήρου τοῦ χωρίου, ἡ λέξις «δύναμις» σημαίνει ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον ἡμεῖς σήμερον λέγομεν: τετραγωνικὴ ρίζα ἀριθμοῦ. Π.χ. ἡ $\sqrt{\alpha}$ εἶναι δύναμις τοῦ α, διότι αὕτη πολλαπλασιαζομένη ἐπὶ τὸν ἑαυτόν της, ΔΥΝΑΤΑΙ, τὸ τετράγωνον α.

Κατὰ τὴν σπουδὴν τοῦ ἀνωτέρω ἀναγραφομένου μέρους τοῦ χωρίου προβάλλουσι τὰ ἑξῆς δύο ἐρωτήματα:

Πρῶτον, κατὰ ποῖον τρόπον ὁ Θεόδωρος ἀπέδειξε τὸ ἀσύμμετρον τῆς $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ ... ἕως καὶ $\sqrt{17}$, καὶ

Δεύτερον, διατὶ μετὰ τὴν $\sqrt{17}$ ἐσταμάτησεν.

Εἰς τὴν παροῦσαν ἀνακοίνωσιν θ' ἀσχοληθῶμεν μόνον μὲ τὸ δεύτερον ἐρώτημα, ἀφοῦ μνημονεύσωμεν ἐν συνόψει τὰς ἀπαντήσεις ἐπὶ τῶν δύο ἐρωτημάτων ἐνίων ἐκ τῶν νεωτέρων διακεκριμένων ἐρευνητῶν.

Ὁ Zeuthen[1] ὑποθέτει, ὅτι ὁ Θεόδωρος[2] ἀπέδειξε τὸ ἀσύμμετρον τῆς $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ ... $\sqrt{17}$ διὰ τῆς μεθόδου τῶν συνεχῶν κλασμάτων καὶ ὅτι, ἐν ᾧ ἡ ἀπόδειξις διὰ τὸ ἀσύμμετρον τῆς $\sqrt{18}$ εἶναι εὔκολος, ἐπειδὴ αὕτη ἀνάγεται εἰς τὴν ἀπόδειξιν τοῦ ἀσυμμέτρου τῆς $3\sqrt{2}$, γνωστὴν ἤδη πολὺ πρὸ τοῦ Θεοδώρου, τοὐναντίον ἡ ἀπόδειξις διὰ τὴν $\sqrt{19}$ εἶναι λίαν ἐπίπονος, διότι ἡ $\sqrt{19}$ ἔχει ἑξαψήφιον περίοδον. Ὅθεν λόγῳ τοῦ ἐπιπόνου τῆς ἀποδείξεως διὰ τὴν $\sqrt{19}$ ὁ Θεόδωρος ἐσταμάτησεν εἰς τὴν ἀπόδειξιν τοῦ ἀσυμμέτρου τῆς $\sqrt{17}$.

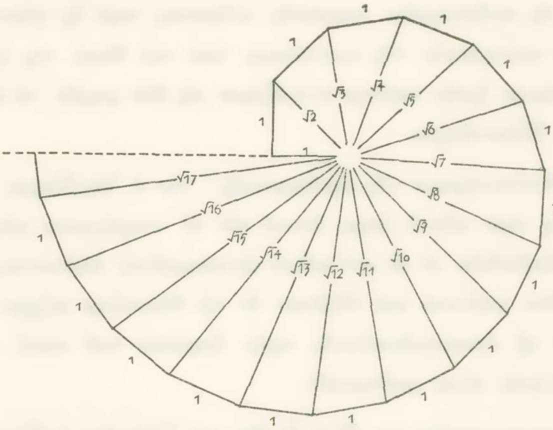
---

* **EVANGELOS STAMATIS, Über die mathematische Stelle des Theaetetus von Platon**

1 H. G. ZEUTHEN, Oversigt Danske Vidensk. Selsk. Forhandl. 1915, S. 348 ff. (Ἐκ τῆς μνημονευομένης πραγματείας τοῦ B. L. van der Waerden).

2 Βλ. ἐν PAULY-WISSOWA, *R. E.* 5. Band 10. Halbband, Sp. 1812-1825 (unter Theodoros).

Ὁ Σπυρίδων Μωραΐτης[1] ὑποθέτει, ὅτι ὁ Θεόδωρος προέβη εἰς τὴν ἑξῆς κατασκευήν: Κατεσκεύασεν ὀρθογώνιον τρίγωνον ἰσοσκελές, τοῦ ὁποίου ἑκάστη τῶν καθέτων πλευρῶν εἶναι ἴση πρὸς τὴν μονάδα. Ἡ ὑποτείνουσα τούτου εἶναι $\sqrt{2}$. Εἰς τὸ ἄκρον τῆς μιᾶς καθέτου πλευρᾶς ὕψωσε κάθετον ἴσην πρὸς τὴν μονάδα καὶ ἥνωσε τὸ ἐλεύθερον ἄκρον ταύτης μὲ τὸ ἄκρον τῆς ἄλλης καθέτου (σχ. 1). Ἡ ὑποτείνουσα



Σχ. 1.

Κατὰ Σπυρ. Μωραΐτην. Τὴν γνώμην τούτου ὑποστηρίζει ὁ J. H. Anderhub ἐν 1) Wochenschrift für klassische Philologie, 1918, N° 49-50, p. 598-599 καὶ 2) Joco-Seria aus den Papieren eines reisenden Kaufmanns, Gewidmet den Freunden des Hauses Kalle & Co. A. G. S. 161 f.f. Wiesbaden 1941. Μνημονεύει δὲ μεταξὺ ἄλλων καὶ ὁ Jean Bousquet ἐν Feuilles de Delphes, Tom. II. Le Tresor de Cyréne, p. 102-104, Paris 1952. Ἴδε καὶ J. E. Hofmann: Geschichte der Mathematik I, Samm. Göschen, Bd. 226 S. 26 ff, 1953 καὶ Siegfried Heller: Geometrischer Irrationalitätsbeweis der Alten Griechen.

τοῦ δευτέρου τριγώνου εἶναι $\sqrt{3}$. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον κατεσκεύασε 16 ὀρθογώνια τρίγωνα. Ἡ ὑποτείνουσα τοῦ 16ου τριγώνου εἶναι ἴση πρὸς $\sqrt{17}$.

Ὁ B. L. van der Waerden[2] παρέχει λίαν ἐνδιαφέρουσαν ἀπόδειξιν τοῦ ἀσυμμέτρου τῆς $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, ... $\sqrt{17}$, στηριζομένην εἰς τὰ εὐκλείδεια θεωρήματα II, 6 καὶ X, 2 καὶ ἐπάγεται: Ἐὰν ὁ Θεόδωρος δὲν ἤθελε νὰ ἐπεκτείνῃ τὴν διδασκαλίαν του πέρα τοῦ κεκανονισμένου χρόνου ἔπραξε καλῶς νὰ σταματήσῃ εἰς τὴν $\sqrt{17}$. Ἴσως νὰ ἠμποδίσθη οὗτος νὰ προχωρήσῃ καὶ ἐξ ἐξωτερικοῦ τινος αἰτίου.

[1] ΣΠΥΡ. ΜΩΡΑΪΤΟΥ, Πλάτων: τόμος 3ος Πλάτωνος Θεαίτητος, σελ. 188, Ἀθῆναι 1905.

[2] B. L. VAN DER WAERDEN, Die Arithmetik der Pythagoreer. II. Die Theorie des Irrationalen *Mathematische Annalen*, Band, 120. 5./6. (Schluss-) Heft, 1949. Springer-Verlag, Berlin. Goettingen. Heidelberg.

Β΄

Θεωροῦμεν λίαν πιθανὸν ὅτι ὁ Θεόδωρος ποιητικῇ ἀδείᾳ τοῦ Πλάτωνος ἐσταμάτησεν εἰς τὴν ἀπόδειξιν τοῦ ἀσυμμέτρου τῆς $\sqrt{17}$ καὶ δὲν ἐπροχώρησε πέρα ταύτης. Φαίνεται ὅτι ὁ Πλάτων ἐν προκειμένῳ ὑπαινίσσεται τὴν κατὰ τοὺς Πυθαγορείους ἱερότητα τοῦ ἀριθμοῦ 17 καὶ δὴ καὶ τὴν σχέσιν τὴν ὁποίαν ἔχει οὗτος πρὸς τὴν κατασκευὴν τῆς πυθαγορείου μουσικῆς κλίμακος, περὶ ἧς γίνεται λόγος εἰς τὸν Τίμαιον κατὰ τὴν περιγραφὴν τῆς συστάσεως ὑπὸ τοῦ Θεοῦ τῆς ψυχῆς τοῦ Κόσμου (Τίμ. 35). Τὴν γνώμην ἡμῶν ταύτην στηρίζομεν εἰς δύο χωρία· τὸ ἓν τοῦ Ἰαμβλίχου καὶ τὸ ἕτερον τοῦ Πλουτάρχου.

I. Εἰς τὰ Θεολογούμενα τῆς ἀριθμητικῆς[1] του ὁ Ἰάμβλιχος ἀναφέρει:

«*Οἱ μὲν γὰρ πρὸ αὐτοῦ (σημ. ἐννοεῖ τὸν 4) τετράγωνοι πλείονας ἔχουσι τὰς περιμέτρους τῶν ἐμβαδῶν, οἱ δὲ μετ' αὐτὸν ἀντικειμένως ἐλάττονας, οὗτος δὲ μονώτατος ἴσας. διὰ τοῦτο φαίνεται καὶ Πλάτων ἐν τῷ Θεαιτήτῳ μέχρις αὐτοῦ προελθὼν παύεσθαί πως ἐν τῇ ἑπτακαιδεκάποδι, πρὸς ἔμφασιν τοῦ κατὰ τὸν ἑπτακαίδεκα ἰδιώματος καὶ ἰσότητός τινος μεθεκτοῦ*».

II. Εἰς τὴν πραγματείαν του Περὶ Ἴσιδος καὶ Ὀσίριδος ὁ Πλούταρχος[2] γράφει:

«*Ἑβδόμῃ ἐπὶ δέκα (σημ. δηλαδὴ τὴν 17ην τοῦ μηνὸς) τὴν Ὀσίριδος γενέσθαι τελευτὴν Αἰγύπτιοι μυθολογοῦσιν, ἐν ᾗ μάλιστα γίνεται πληρουμένη κατάδηλος ἡ πανσέληνος. διὸ καὶ τὴν ἡμέραν ταύτην ἀντίφραξιν οἱ Πυθαγόρειοι καλοῦσι, καὶ ὅλως τὸν ἀριθμὸν τοῦτον ἀφοσιοῦνται. τοῦ γὰρ ἑξκαίδεκα τετραγώνου καὶ τοῦ ὀκτωκαίδεκα ἑτερομήκους, οἷς μόνοις ἀριθμῶν ἐπιπέδων συμβέβηκε τὰς περιμέτρους ἴσας ἔχειν τοῖς περιεχομένοις ὑπ' αὐτῶν χωρίοις, μέσος ὁ ἑπτακαίδεκα παρεμπίπτων, ἀντιφράσσει καὶ διαζεύγνυσι ἀπ' ἀλλήλων, καὶ διαιρεῖ τὸν ἐπόγδοον λόγον εἰς ἄνισα διαστήματα τεμνόμενος*».

Κατὰ τὸν Ἰάμβλιχον ὁ Πλάτων ἐσταμάτησεν εἰς τὴν $\sqrt{17}$, διότι ὁ 17 εἶναι ἐγγὺς πρὸς τὸν 16. Μόνον δὲ τοῦ τετραγώνου σχήματος τοῦ ἔχοντος πλευρὰν ἴσην πρὸς 4 τὸ ἐμβαδὸν καὶ ἡ περίμετρος[3] ἐκφράζονται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ 16. Εἰς τὴν

---

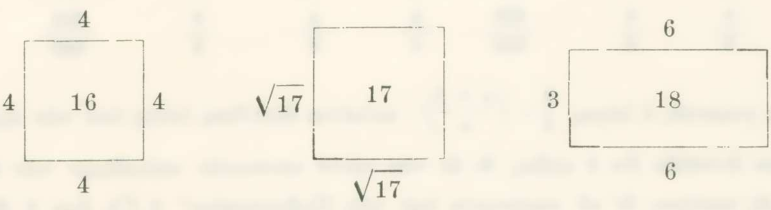
[1] IAMBLICHI, *Theologoumena arithmeticae*, ed. Victorius de Falco, Teubner 1922, 10, σ. 11 (καὶ 29).

[2] Πλουτάρχου, Περὶ Ἴσιδος καὶ Ὀσίριδος 367. (ἔκδ. G. VERNARDAKIS, vol. II. σ. 514. Teubner).

[3] Ἀνώνυμος σχολιαστὴς τοῦ Θεαιτήτου τοῦ Πλάτωνος τοῦ 2ου αἰῶνος μ. Χ., κατὰ τὸν Anderhub (Joco-Seria κλπ. σ. 183-184), μνημονεύει τοῦ ἀριθμοῦ 16 καὶ τοῦ ἐπογδόου λόγου διὰ τὴν ἑρμηνείαν τοῦ συναφοῦς χωρίου (Papyrus 9782, bearb. von H. Diels, W. Schubart, Berliner Klassikertexte II, Berlin, 1905, 25, 37).

διατύπωσιν ταύτην τοῦ Ἰαμβλίχου δύναται ν' ἀντιταχθῇ ὅτι καὶ ὁ 15 εἶναι ἐγγὺς πρὸς τὸν 16 ὅσον καὶ ὁ 17 καὶ συνεπῶς ὁ Πλάτων θὰ ἠδύνατο κάλλιστα νὰ σταματήσῃ εἰς τὸν 15. Ἐκ τοῦ χωρίου ὅμως τοῦ Πλουτάρχου φαίνεται, διατὶ ὁ 17 προτιμᾶται τοῦ 15.

Κατὰ τὸν Πλούταρχον οἱ Πυθαγόρειοι θεωροῦσιν ἱερὸν τὸν ἀριθμὸν 17, διότι ἐκ τῶν τετραγώνων σχημάτων μόνον τὸ ἔχον πλευρὰν ἴσην πρὸς 4 ἔχει περίμετρον



Σχ. 2.

καὶ ἐμβαδὸν τὰ ὁποῖα ἐκφράζονται ὑπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ 16, ἐν ᾧ ἐκ τῶν ὀρθογωνίων παραλληλογράμμων μόνον τὸ ἔχον διαστάσεις 3×6 ἔχει περίμετρον καὶ ἐμβαδὸν ἐκφραζόμενα ὑπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ 18. Ὁ ἀριθμὸς 17 εὑρισκόμενος μεταξὺ 16 καὶ 18 ὑπογραμμίζει τὴν ἰσότητα ταύτην καὶ τεμνόμενος εἰς δύο ἄνισα μέρη ἀποτελεῖ τὸν ἐπόγδοον λόγον τῆς μουσικῆς κλίμακος.

Ἡ μουσικὴ ἀναλογία, τὴν ὁποίαν μνημονεύει ὁ Πλάτων εἰς τὸν Τίμαιον (36 κέ.) εἶναι

$$\underset{\text{ὑπάτη 6, μέση 8}}{6 : 8} = \underset{\text{παραμέση 9, νήτη 12}}{9 : 12}$$

Αὕτη εἶναι ἡ βάσις τῆς κατασκευῆς τῆς πυθαγορείου μουσικῆς κλίμακος. Ὁ ἀριθμὸς 8 εἶναι τὸ ἁρμονικὸν μέσον τῶν ἄκρων ὅρων τῆς ἀναλογίας ταύτης $\left(8 = \frac{2 \cdot 6 \cdot 12}{6 + 12}\right)$, ἐνῷ ὁ ἀριθμὸς 9 εἶναι τὸ ἀριθμητικὸν μέσον τῶν ὅρων τούτων. Τὸ ἄθροισμα τοῦ ἁρμονικοῦ καὶ τοῦ ἀριθμητικοῦ μέσου τῆς μουσικῆς ταύτης ἀναλογίας εἶναι 17. Ἐὰν πρὸς ἁπλούστευσιν θεωρήσωμεν ὡς ἄκρους ὅρους τῆς μουσικῆς ἀναλογίας τοὺς ἀριθμοὺς 1 καὶ 2 αὕτη θὰ εἶναι τῆς μορφῆς

$$1 : \frac{4}{3} = \frac{3}{2} : 2$$

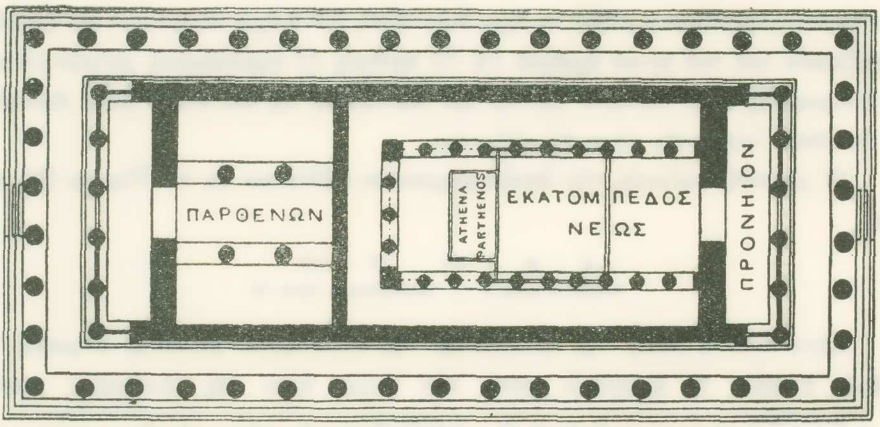
do fa sol do

Ἐὰν λάβωμεν τὰ $\frac{9}{8}$ τοῦ 1 καὶ τοῦ ἐξαγομένου τούτου τὰ $\frac{9}{8}$, κατόπιν δὲ λάβωμεν τὰ $\frac{9}{8}$ τοῦ $\frac{3}{2}$ καὶ τοῦ ἐξαγομένου τούτου τὰ $\frac{9}{8}$, θὰ ἔχωμεν τὴν πυθαγόρειον μουσικὴν κλίμακα (Τίμ. 36). Ἀναγράφομεν κατωτέρω τοὺς 8 φθόγγους καὶ τὰ 7 διαστήματα (ἤτοι τὸν λόγον ἑκάστου φθόγγου πρὸς τὸν προηγούμενόν του). Ἄνωθεν ἑκάστου φθόγγου ἀναγράφομεν τὴν ἰταλικὴν ὀνομασίαν.

do	re	mi	fa	sol	la	si	do
1	$\frac{9}{8}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{243}{128}$	2

$$\frac{9}{8} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{256}{243} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{256}{243}$$

Ὡς γνωστόν, ὁ λόγος $\frac{9}{8}$, $\left(\frac{n+1}{n}\right)$, καλεῖται ἐπόγδοος λόγος ὑπὸ τῶν ἀρχαίων. Σημειοῦμεν ἐνταῦθα ὅτι ὁ κύβος, ἓν ἐκ τῶν πέντε κανονικῶν πολυέδρων τῶν ἐγγραφομένων εἰς σφαῖραν, δι' οὗ παρίστατο ὑπὸ τῶν Πυθαγορείων[1] ἡ Γῆ, ἔχει 6 ἕδρας 8 κορυφὰς καὶ 12 ἀκμάς, ἤτοι τοὺς ἄκρους ὅρους καὶ τὸ ἁρμονικὸν μέσον τῆς μουσικῆς



Σχ. 3. *Σχεδιάγραμμα τῆς κατόψεως τοῦ Παρθενῶνος*
(Ἐκ τοῦ βιβλίου: *Walther Judeich*, Topographie von Athen, σ. 252. C. Beck'sche Verlagsbuchhandlung, München, 1931).

ἀναλογίας[2] 6 : 8 = 9 : 12. Ὑπομιμνήσκομεν προσέτι ὅτι οἱ κίονες τῆς μικροτέρας πλευρᾶς τοῦ Παρθενῶνος εἶναι 8, δηλαδὴ τὸ ἁρμονικὸν μέσον τοῦ 6 καὶ 12 καὶ τῆς

[1] ΘΕΟΦΡΑΣΤΟΣ-ΑΕΤΙΟΣ: *Diels*, Frag. d. Vors. I, 44 [32], 15, Weidmann'sche Verlagsbuchhandlung, Berlin-Grunewald, 1951.

[2] ΝΙΚΟΜΑΧΟΥ ΓΕΡΑΣΗΝΟΥ, Ἀριθμητικὴ Εἰσαγωγή, σ. 135-6. (ἔκδ. R. Hoche, Teubner, 1866).

μεγαλυτέρας πλευρᾶς εἶναι 17, δηλαδὴ τὸ ἄθροισμα τοῦ ἁρμονικοῦ μέσου 8 καὶ τοῦ ἀριθμητικοῦ μέσου 9 τῶν ἀριθμῶν 6 καὶ 12[1] (σχ. 3).

Μνημονεύομεν τέλος ὅτι 1) εἰς τὸ δακτυλικὸν ἑξάμετρον τῶν ὁμηρικῶν ἐπῶν ἀπαντῶμεν τὸν ἀριθμὸν τῶν 17 συλλαβῶν, ὡς π.χ.

Ἂν	δρα	μοι	ἔν	νε	πε	μοῦ	σα	πο	λύ	τρο	πον	ὃς	μά	λα	πολ	λὰ
—	∪	∪	—	∪	∪	—	∪	∪ |	—	∪	∪	—	∪	∪	—	—
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17

καὶ 2) εἰς τὰ Πτολεμαίου[2] μουσικὰ ἀναγινώσκομεν: *Ἔστι δὲ ἡ εὕρεσις τῶν τόνων καὶ τῶν ἡμιτονίων καὶ τῶν διέσεων κατὰ τὸν Ἐρατοσθένην*

8 τόνος 9

καὶ ταῦτα δὶς

16 ἡμιτ. 17 ἡμιτ. 18

τόνος

καὶ μεταξὺ εὑρίσκεται ἀριθμὸς ὁ 17.

Ὅθεν θεωροῦμεν λίαν πιθανὸν ὅτι ὁ Πλάτων, γράφων, ὅτι ὁ Θεόδωρος ἐσταμάτησεν εἰς τὴν ἀπόδειξιν τοῦ ἀσυμμέτρου τῆς $\sqrt{17}$ ὑπαινίσσεται τὴν κατὰ τοὺς Πυθαγορείους ἱερότητα τοῦ ἀριθμοῦ 17 καὶ τὴν σημασίαν, ἣν ἔχει ὁ ἐπόγδοος λόγος, $\left(\frac{9}{8}\right)$, τοῦ ὁποίου τὸ ἄθροισμα τῶν ὅρων εἶναι 17, εἰς τὴν κατασκευὴν τῆς πυθαγορείου μουσικῆς κλίμακος.

ZUSAMMENFASSUNG

Im Theaetetus (147d) schreibt Platon, der Mathematiker Theodoros habe die Irrationalität für $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ ... bis $\sqrt{17}$ bewiesen. Platon gibt keine Andeutung, wie der Beweis geführt wurde und warum Theodoros gerade bei $\sqrt{17}$ aufgehört habe. Verschiedene Erklärungen dafür haben unter anderen Zeuthen, Sp. Moraïtis, B. L. van der Waerden gegeben.

E. Stamatis gestützt auf zwei Stellen von Iamblichos und Plutarch teilt auf die Frage, warum Theodoros sich bei $\sqrt{17}$ aufhielt, eine neue Erklärung mit. Er behauptet, dass Platon nur aus poetischer Freiheit den Theodoros bei $\sqrt{17}$ aufhören liess, wahrscheinlich um die Heiligkeit, die

---

1 Εἰς τὸν Σελινοῦντα τῆς Σικελίας, ἔνθα ἡ ἐπιρροὴ τῶν Πυθαγορείων θεωρεῖται ὅτι ἦτο μεγάλη, εἶχεν ἀνεγερθῆ ναός, χρονολογούμενος εἰς τοὺς πρὸ τῆς ἀνεγέρσεως τοῦ περικλείου Παρθενῶνος χρόνους, ἔχων εἰς τὴν μικρὰν πλευρὰν 8 κίονας καὶ εἰς τὴν μεγάλην 17. (WILLIAM B. DINSMOOR, The architecture of ancien Greece, *Chron. list*, ed. B. Batsford Lt l, London - N. York - Toronto - Sydney, 1950.

2 Scriptores musici Graeci, IX. Excerpta Neapolitana, § 19.(σ. 416, Teubner, 1895).

für die Pythagoreer die Zahl 17 hat und die Bedeutung, die ihre ungleichen Teile 9 und 8 $\left(\text{d. h. } \frac{9}{8}\right)$ für die Tonleiter haben, anzudeuten.

Nach Iamblichos ist das Quadrat 4×4 das einzige, dessen Umfang und Inhalt sich durch dieselbe Zahl 16 ausdrücken lassen. Die Zahl 17 liegt in der Nähe der Zahl 16, und deshalb scheint es, dass Platon im Theaetetus bei $\sqrt{17}$ aufhörte. Nach Plutarch ist die Zahl 17 für die Pythagoreer heilig und diese Zahl liegt zwischen 16 und 18. Umfang und Inhalt 16 hat nur ein einziges Quadrat, (4×4), und Umfang und Inhalt 18 hat nur ein einziges rechteckiges Parallelogramm (3×6). Ausserdem stammt das Verhältnis $\frac{9}{8}$ (was für die Tonleiter von Bedeutung ist) von den ungleichen Teilen der Zahl 17. Schliesslich bemerkt E. Stamatis, dass die Zahl 17 die Summe des arithmetischen Mittels und des harmonischen Mittels der Zahlen 6 und 12 ist, die die äusseren Glieder der musikalischen Proportion $6 : 8 = 9 : 12$ sind und von Platon im Timaeus erwähnt werden. Darüber hinaus ist die Zahl der Säulen der Schmalseite des Parthenon 8, die der Längsseile 17. Ferner begegnen wir der Zahl 17 im daktylischen Hexameter bei Homer und in den Μουσικὰ des Ptolemaeus.

ΕΦΗΡΜΟΣΜΕΝΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ. — **Ἐλεύθεραι πλευρικαὶ ταλαντώσεις ἁπλῆς ῥάβδου ὑπὸ πλαστικὴν ἐξαίτησιν**, *ὑπὸ* ***Δ. Γ. Μαγείρου****. Ἀνεκοινώθη ὑπὸ τοῦ κ. Βασιλ.. Αἰγινήτου.

1. Εἰσαγωγή.

α) Τὸ πρόβλημα τῶν ἐλευθέρων πλευρικῶν ταλαντώσεων μιᾶς πραγματικῆς ῥάβδου εἰς «πλαστικότητα», ὅταν αὕτη εὑρίσκεται κατὰ τὰ ἄκρα της εἰς ἁπλῆν στήριξιν, ὁδηγεῖ εἰς τὴν εὕρεσιν λύσεως $u(x,t)$ μιᾶς μὴ γραμμικῆς ἐξισώσεως μὲ μερικὰς παραγώγους τῆς μορφῆς:

$$\left[f(u'')\right]'' = c\ddot{u}, \tag{1}$$

ὅταν αἱ ἀνεξάρτητοι μεταβληταί, διάστημα x καὶ χρόνος t, περιορίζωνται εἰς τὸ πεδίον:

$$D: \quad o \leq x \leq \pi, \qquad o \leq t \leq \tau < \infty, \tag{2}$$

μὲ ὁριακὰς συνθήκας:

$$u(o,t) = u(\pi,t) = u''(o,t) = u''(\pi,t) = 0, \tag{3}$$

καὶ μὲ ἀρχικάς:

$$u(x,o) = \varphi_1(x), \qquad u(x,o) = \varphi_2(x). \tag{4}$$

---

* **D. G. MAGIROS, Lateral free vibrations of simple prismatic bar in plasticity.**