

ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑ.— Προσδιορισμός τῶν χρόνων τῶν ἐπαφῶν στή δακτυλιοειδῆ ἔκλειψη τοῦ Ἡλίου τῆς 29ης Ἀπριλίου 1976, ὑπὸ Δ. Παπαθανάσογλου, Γ. Δεληγιάννη καὶ Μ. Σταθοπούλου - Τσόγκα*. Ἀνεκοινώθη ὑπὸ τοῦ Ἀκαδημαϊκοῦ κ. Ἰω. Ξανθάκη.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ἡ δακτυλιοειδῆς ἔκλειψη τοῦ Ἡλίου τῆς 29ης Ἀπριλίου 1976, ἦταν ἡ τελευταία μεγάλη ἔκλειψη Ἡλίου τοῦ 20οῦ αἰῶνα στήν Ἑλλάδα. Τὸ Ἐργαστήριο Ἀστρονομίας τοῦ Πανεπιστημίου Ἀθηνῶν, πραγματοποίησε δύο ἀποστολές στή Θήρα καὶ τὴν Κῶ, ἀπ' ὅπου περνοῦσε ἡ κεντρικὴ γραμμὴ τοῦ φαινομένου [8].

Στὴν πόλιν τῆς Κῶ ἔγιναν φωτογραφικὲς παρατηρήσεις, μὲ σκοπὸ τὴν εὔρεση τῶν ἀκριβῶν χρόνων τῶν φαινομένων ἐπαφῶν τῶν δίσκων Ἡλίου καὶ Σελήνης.

2. ΤΟΠΟΣ - ΤΕΧΝΙΚΗ - ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

Οἱ παρατηρήσεις ἔγιναν ἀπὸ τὴν πόλιν τῆς Κῶ, ἀπὸ σημεῖο μὲ συντεταγμένες

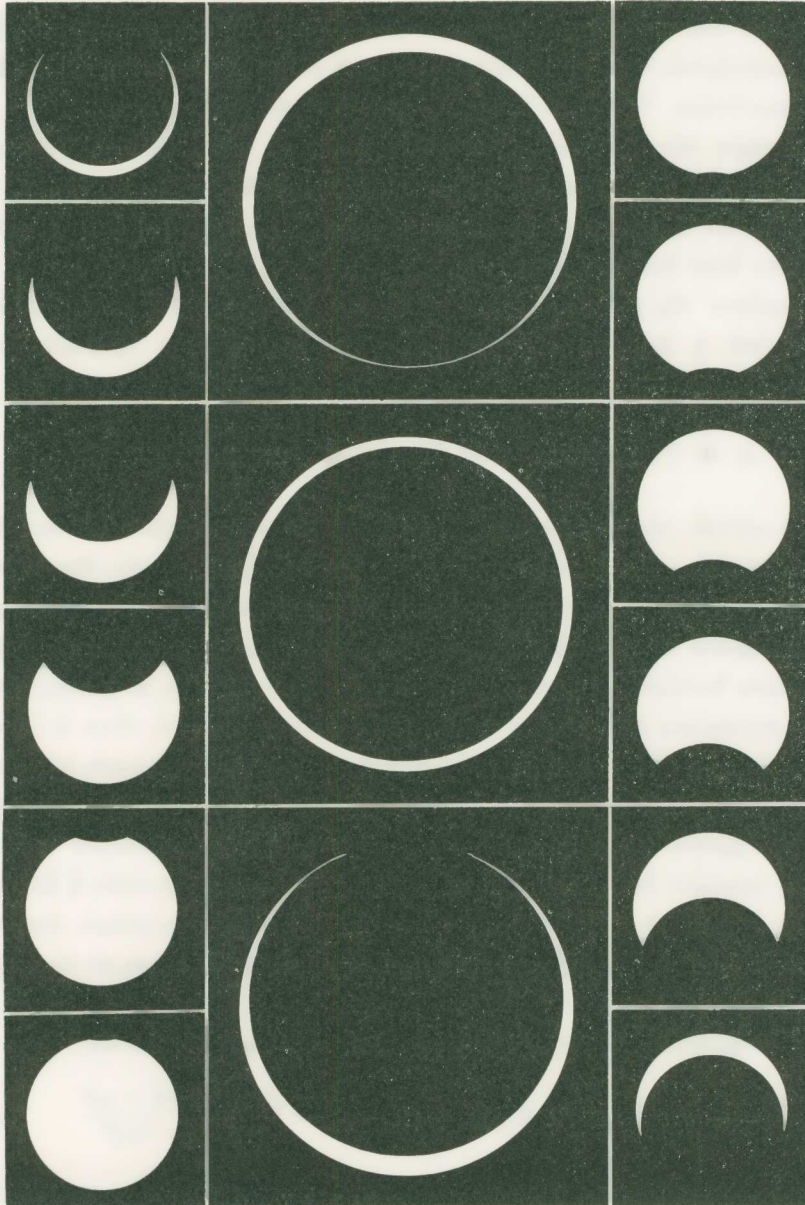
$$\begin{aligned}\varphi &= 36^{\circ} 53',4 \\ \lambda &= -27^{\circ} 17',2 \\ h &= 40 \text{ m}\end{aligned}$$

σύμφωνα μὲ χάρτη τῆς Ὑδρογραφικῆς Ὑπηρεσίας τοῦ Ἑλληνικοῦ Ναυτικοῦ.

Ἡ κατάσταση τῆς ἀτμόσφαιρας καὶ ἡ τοποθεσία παρατηρήσεως συνετέλεσαν ὥστε ἡ ποιότητα τοῦ συνόλου τῶν φωτογραφιῶν νὰ εἶναι πολὺ καλή, παρ' ὅλο ὅτι τὸ τηλεσκόπιο ἦταν σχετικὰ μικρὸ γιὰ τὴν περίπτωσιν αὐτή. Σὲ ὅλες σχεδὸν τὶς φωτογραφίες διακρίνονται τὰ περιγράμματα πολλῶν σχηματισμῶν τοῦ χεῖλους τῆς Σελήνης ἐνῶ δὲν φαίνονται καθόλου κυματισμοὶ στὸ χεῖλος τοῦ ἡλιακοῦ δίσκου.

Τὸ ὀπτικὸ σύστημα ποὺ χρησιμοποιήσαμε εἶχε ἀντικειμενικὸ φακὸ διαμέτρου 7,5 cm καὶ ἐνεργὸ ἐστιακὴ ἀπόσταση 180 cm. Ἡ ἠλεκτρικὴ ἐπαφὴ τοῦ φωτοφράκτη τῆς φωτογραφικῆς μηχανῆς ἦταν συνδεδεμένη μὲ χρονογράφον στὸν

* D. PAPATHANASOGLU, J. DELIYANNIS and M. STATHOPOULOU-TSOGA, **Photographic determination of the times of contact of the annular solar eclipse of April 29, 1976.**



Σχ. 1. Μερικές φάσεις της δακτυλιοειδούς εκλείψεως της 29ης Απριλίου 1976, όπως φωτογραφήθηκαν από την Κώ.

όποιο ήταν επίσης συνδεδεμένα δύο χρονόμετρα, καθώς και δέκτης ώριαίων σημάτων.

Κατά τὴ διάρκεια τοῦ φαινομένου πήραμε συνολικὰ 101 φωτογραφίες (σὲ πυκνότερα διαστήματα κοντὰ στὶς ἐπαφές) σὲ φιλμ μὲ ὑψηλὴ ἀντίθεση καὶ μεγάλη διακριτικὴ ἰκανότητα. Ὁ χρόνος ἐκθέσεως ἦταν 5 msec περίπου.

Ἡ μέτρηση τῶν ἀρνητικῶν ἔγινε μὲ προβολή, σὲ τελικὸ εἶδωλο διαμέτρου 370,5 mm. Μετρήθηκαν ἡ χορδὴ $AI' = x$ (σχ. 2), ἡ ἀκτίνα R τοῦ Ἡλίου, τὰ διαστήματα d_1 καὶ d_2 (κοντὰ στὴν κεντρικὴ φάση, σχ. 5), καὶ ἡ ἀκτίνα p τῆς Σελήνης, ὅπου ἦταν δυνατὸ (πίνακας I).

Ἡ ἀκρίβεια τῆς χρονομετρήσεως κάθε φωτογραφίας ἦταν καλύτερη ἀπὸ $\pm 0,05$ sec, ἐνῶ ἡ ἀκρίβεια τῆς μετρήσεως τῆς χορδῆς στὴν προβολὴ ἦταν $\pm 0,2$ mm.

3. Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΧΟΡΔΩΝ

Μὲ τὴ μέθοδο τῶν χορδῶν μποροῦμε νὰ βροῦμε τοὺς ἀκριβεῖς χρόνους τῶν ἐξωτερικῶν ἐπαφῶν, ἂν γίνουν μετρήσεις τῆς κοινῆς χορδῆς x τῶν δίσκων τῶν δύο οὐρανίων σωμάτων σὲ γνωστοὺς χρόνους. Τὸ τετράγωνο τῆς χορδῆς γιὰ μικρὰ χρονικὰ διαστήματα κοντὰ στὴ στιγμὴ ἐπαφῆς, εἶναι μὲ ἱκανοποιητικὴ προσέγγιση συνάρτηση δευτέρου βαθμοῦ ὡς πρὸς τὸ χρόνο. Μὲ βάση τὶς μετρήσεις, ὑπολογίζεται ἡ συνάρτηση αὐτή, ὁπότε ἡ τιμὴ τοῦ χρόνου γιὰ $x = 0$, εἶναι ἡ ζητούμενη στιγμὴ ἐπαφῆς. Ἡ γεωμετρία τοῦ φαινομένου γιὰ τὴν περίπτωσι τῆς πρώτης ἐπαφῆς, ὀλικῆς ἢ δακτυλιοειδοῦς ἐκλείψεως, φαίνεται στὸ σχ. 2α. Σὰν ἀρχὴ μετρήσεως τοῦ χρόνου (t), παίρνομε τὴ χρονικὴ στιγμὴ τῆς ἀντίστοιχης ἐπαφῆς, ὑποθέτοντας ἐπιπλέον ὅτι ὁ Ἡλιος εἶναι ἀκίνητος καὶ ὅτι κινεῖται μόνο ἡ Σελήνη, μὲ ταχύτητα v σταθερὴ. Ἡ ὑπόθεσι αὐτὴ δὲν διαφέρει οὐσιαστικὰ ἀπὸ τὴν πραγματικότητα καὶ τὸ σφάλμα ποὺ εἰσάγει εἶναι ἀμελητέο σὲ σχέση μὲ τὰ πειραματικὰ σφάλματα [12].

Ἀπὸ τὸ ὀρθογώνιο ἰσόγωνο HBA (σχ. 2α), προκύπτει εὐκόλα ὅτι :

$$x^2 = -v^2 t^2 + 2v(R+p)t + (R-p)^2 - \frac{(R+p)^2(R-p)^2}{(R+p-vt)^2} \quad (1)$$

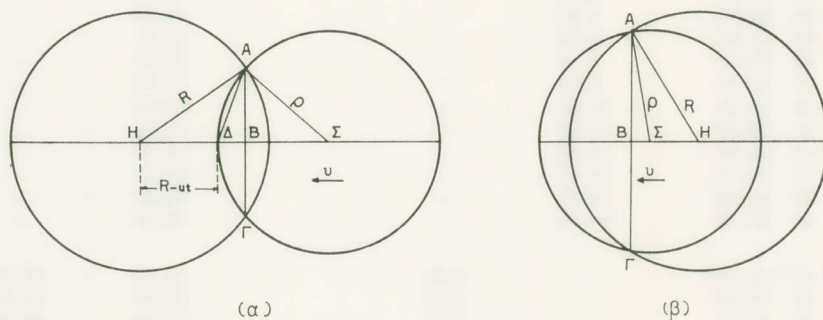
Μὲ τὴν προϋπόθεσι ὅτι βρισκόμαστε κοντὰ στὴ χρονικὴ στιγμὴ τῆς ἐπαφῆς, τὸ t εἶναι μικρὸ, ἄρα τὸ vt εἶναι πολὺ μικρότερο τοῦ $R+p$ καὶ μπορεῖ νὰ παραληφθῇ στὸν παρονομαστὴ τοῦ κλάσματος στὴ σχέση (1). Τότε προκύπτει ὅτι :

$$x^2 = -v^2 t^2 + 2v(R+p)t \quad (2)$$

Π Ι Ν Α Κ Α Σ Ι

Χρόνος UT	x cm	δ_1 cm	δ_2 cm	R cm	p cm
09 ^h 01 ^m 39,43 ^s	2,64	—		13,48	—
02 33,31	4,27	—		13,52	—
03 34,45	5,62	—		13,51	—
05 22,31	7,34	—		13,48	—
07 49,80	9,11	—		13,50	—
09 50,35	10,20	—		13,55	—
11 35,48	11,25	—		13,50	—
13 54,10	12,42	—		13,55	—
17 19,18	13,90	—		13,49	—
20 23,22	14,97	—		13,50	—
23 20,13	16,00	—		13,50	—
10 ^h 41 ^m 42,30 ^s	—	2,84		13,50	12,70
42 39,69	—	2,63		13,50	12,70
43 53,29	—	2,34		13,48	12,68
44 28,68	—	2,15		13,52	12,70
45 01,29	—	2,07		13,55	12,70
45 57,60	—	1,84		13,45	12,68
46 20,87	—	1,74	0,00	13,50	12,69
47 30,91	—	1,47	0,10	13,51	12,68
47 52,34	—	1,38	0,20	13,50	12,65
48 19,49	—	1,26	0,31	13,50	12,70
48 50,19	—	1,15	0,45	13,51	12,68
49 58,96	—	0,85	0,66	13,48	12,71
50 27,41	—	0,74	0,80	13,45	12,69
51 40,56	—	0,47	1,08	13,50	12,70
52 03,57	—	0,39	1,20	13,48	12,65
52 28,55	—	0,29	1,28	13,50	12,68
52 46,17	—	0,20	1,36	13,50	12,69
53 04,27	—	0,14	1,45	13,50	12,71
53 38,07	—	—	1,56	13,55	12,70
54 24,53	—	0,00	1,64	13,50	12,70
56 58,30	—	—	2,38	13,48	12,70
57 51,35	—	—	2,54	13,50	12,70
12 ^h 16 ^m 36,12 ^s	15,60		—	13,45	—
18 09,98	15,07		—	13,50	—
21 01,26	14,00		—	13,45	—
22 43,83	13,30		—	13,55	—
25 00,51	12,23		—	13,43	—
26 37,79	11,43		—	13,46	—
28 17,24	10,48		—	13,48	—
29 31,76	9,75		—	13,48	—
30 18,49	9,20		—	13,45	—
31 22,06	8,50		—	13,50	—
32 03,31	7,85		—	13,50	—
32 48,04	7,27		—	13,48	—
33 41,45	6,50		—	13,48	—
34 46,15	5,24		—	13,50	—
35 09,16	4,64		—	13,50	—
36 16,86	2,74		—	13,48	—

Στὴν ἐφαρμογὴ τῆς μεθόδου, ἐργαζόμεσθε ἀγνοῶντας φυσικὰ τὴν ἀκριβῆ χρονικὴ στιγμὴ τῆς ἐπαφῆς, ἀλλὰ παίρνομε σὰν ἀρχὴ τῶν χρόνων ἓνα σημεῖο πολὺ κοντὰ στὴν πραγματικὴ ἐπαφή, πράγμα πὸν ἐπιβάλλεται ἐξ ἄλλου γιὰ νὰ ἰσχύει ἡ σχέση $vt \ll R + \rho$. Στὴν περίπτωσι αὐτῆ ὅπως εὐκόλα φαίνεται, ἀλλά-



Σχ. 2. Ἡ γεωμετρία τοῦ φαινομένου.

ζοῦν οἱ συντελεστῆς στὴ σχέση (2) καὶ ἐμφανίζεται σταθερὸς ὄρος, ὅποτε ἡ (2) παίρνει τὴ γενικὴ μορφή:

$$x^2 = At^2 + Bt + \Gamma \quad (3)$$

Ὅπως ἀναφέραμε προηγουμένα, ἡ σχέση (3) ἰσχύει γιὰ μικρὸ χρονικὸ διάστημα — περίπου πέντε λεπτά — κοντὰ στὶς ἐξωτερικὲς ἐπαφές [7]. Τὸ διάστημα αὐτὸ δὲν εἶναι τὸ ἴδιο γιὰ κάθε ἐκλείψει, γιὰτὶ ἡ προσέγγισι τῆς ἐξισώσεως (3) ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὶς συνθῆκες τῆς ἐκλείψεως [5, 9].

Ἰκανοποιητικὴ προσέγγισι ἔχομε καὶ ἂν παραλείψομε τὸ δευτεροβάθμιο ὄρο [4, 10], ὅποτε ἡ (3) γίνεται:

$$x^2 = Bt + \Gamma \quad (4)$$

Οἱ σχέσεις (3) καὶ (4) ἀποδεικνύεται ὅτι ἰσχύουν μὲ τὶς ἴδιες προϋποθέσεις καὶ περιορισμοὺς καὶ γιὰ τὶς μερικὲς ἐκλείψεις Ἡλίου [7]. Ἀντίθετα δὲν ἰσχύουν γιὰ τὶς ἐσωτερικὲς ἐπαφές ὀλικῆς ἢ δακτυλιοειδοῦς ἐκλείψεως, ὅπως θὰ ἀποδείξομε ἀμέσως.

Οἱ ὑποθέσεις πὸν κάνομε γιὰ τὴν περίπτωσι μιᾶς ἐσωτερικῆς ἐπαφῆς, τῆς τρίτης πχ., εἶναι ἀκριβῶς ἴδιες μὲ τὶς ὑποθέσεις τῆς πρώτης καὶ ἀντίστοιχα, σὰν ἀρχὴ τοῦ χρόνου παίρνομε τὴ στιγμὴ τῆς τρίτης ἐπαφῆς. Στὴν περίπτωσι αὐτῆ

ή διάκεντρος έχει την τιμή $H\Sigma = R - p + vt$ και από τη γεωμετρία του σχ. 2β προκύπτει ότι :

$$x^2 = 2(R^2 + p^2) - (R - p + vt)^2 - \frac{(R + p)^2 \cdot (R - p)^2}{(R - p + vt)^2} \quad (5)$$

Η εξίσωση αυτή είναι αντίστοιχη προς την εξίσωση (1) της πρώτης επαφής, αλλά τώρα το vt δεν μπορεί να παραληφθῆ ἀπὸ τὸν παρονομαστή, ἐπειδὴ ἐδῶ τὸ συγκρίνουμε ὄχι μὲ τὸ ἄθροισμα ἀλλὰ μὲ τὴ διαφορά $R - p$ τῶν δύο ἀκτίνων, ὡς πρὸς τὴν ὁποία δὲν μπορεῖ νὰ θεωρηθεῖ ἀμελητέο. Ἡ συνάρτηση ἐπομένως $x^2 = f(t)$ γιὰ τὶς ἐσωτερικὲς ἐπαφές, δὲν προσεγγίζεται μὲ ἐξίσωση 2ου βαθμοῦ καὶ ἡ μέθοδος τῶν χορδῶν γίνεται περίπλοκη καὶ δυσεφάρμοστη [11].

4. Η ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ ΤΗΣ ΜΕΘΟΔΟΥ ΤΩΝ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΩΝ

Στὴν περίπτωση ὀλικῆς ἢ δακτυλοειδοῦς ἐκλείψεως καὶ ὅταν οἱ παρατηρήσεις γίνονται πάνω στὴν κεντρικὴ γραμμὴ τοῦ φαινομένου, ὅταν δηλαδὴ ἡ φαινομένη κίνηση τοῦ δίσκου τῆς Σελήνης γίνεται πάνω στὴν διάκεντρο τῶν δύο σωμάτων, μποροῦμε νὰ ὑπολογίσουμε τοὺς χρόνους ἐπαφῆς μετρώντας τὰ διαστήματα δ_1 καὶ δ_2 (σχ. 5), [13]. Ἡ μεταβολὴ τῶν δ_1 καὶ δ_2 εἶναι γραμμικὴ ὡς πρὸς τὸ χρόνο σύμφωνα μὲ τὴν ὑπόθεση τῆς σταθερῆς ταχύτητας τῆς Σελήνης καὶ μὲ τὴν προϋπόθεση ὅτι οἱ μετρήσεις περιορίζονται σὲ μικρὰ χρονικὰ διαστήματα κοντὰ στὶς ἀντίστοιχες ἐπαφές.

Ἐὰν λοιπὸν ἀπὸ τὶς παρατηρήσεις ὑπολογισθοῦν οἱ εὐθεῖες $\delta_1 = f_1(t)$ καὶ $\delta_2 = f_2(t)$ καὶ μετρηθοῦν οἱ ἀκτίνες R καὶ p , τότε οἱ χρόνοι ἐπαφῶν εἶναι οἱ ἀντίστοιχες τιμὲς τοῦ t γιὰ τὰ ἐξῆς δ_1 καὶ δ_2 :

Πρώτη ἐπαφή : $\delta_1 = 2R$

Δεύτερη ἐπαφή : $\delta_1 = 2(R - p)$ καὶ $\delta_2 = 0$

Τρίτη ἐπαφή : $\delta_2 = 2(R - p)$ καὶ $\delta_1 = 0$

Τετάρτη ἐπαφή : $\delta_2 = 2R$

Τὸ σημεῖο παρατηρήσεως βρίσκεται γενικὰ σὲ κάποια ἀπόσταση ἀπὸ τὴν κεντρικὴ γραμμὴ. Ἡ ἐπίδραση τῆς ἀποστάσεως αὐτῆς στὶς μετρήσεις, ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὶς συνθῆκες τῆς ἐκλείψεως, ἀλλὰ εἶναι γενικὰ μικρὴ. Στὴν περίπτωσή μας ὑπολογίσαμε ὅτι ἂν εἶχαμε τοποθετηθεῖ 1km ἔξω ἀπὸ τὴν κεντρικὴ γραμμὴ, τὸ ἀντίστοιχο σφάλμα στοὺς χρόνους τῶν ἐσωτερικῶν ἐπαφῶν θὰ ἦταν περίπου 0,01 sec, ἄρα ἀμελητέο σχετικὰ μὲ τὰ πειραματικὰ σφάλματα.

5. ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΚΑΙ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Γιὰ τὸν ὑπολογισμὸ τῆς πρώτης καὶ τετάρτης ἐπαφῆς χρησιμοποιήσαμε τὴ μέθοδο τῶν χορδῶν καὶ τὴ δευτεροβάθμια ἐξίσωση (3) τῆς παραγράφου 3.

Σὲ παρόμοιες ἐργασίες χρησιμοποιεῖται συχνὰ τὸ μέγεθος x/R στὴ θέση τοῦ x (10,3). Στὴν περίπτωσή μας δὲν βρέθηκαν συστηματικὲς διαφορὲς στὶς τιμὲς τῆς ἀκτίνας R . Οἱ μικρὲς διαφορὲς τῶν τιμῶν προέρχονται σαφῶς ἀπὸ σφάλματα τῶν μετρήσεων, γιὰτὶ εἶναι δύσκολη ἡ μέτρηση τῆς διαμέτρου τοῦ ἡλιακοῦ εἰδώλου, τὸ χεῖλος τοῦ ὁποῖου δὲν εἶναι πολὺ σαφές. Πολὺ ἀκριβέστερες ἦταν οἱ μετρήσεις τῆς χορδῆς. Γι' αὐτὸ δὲν χρησιμοποιήσαμε στοὺς ὑπολογισμοὺς τὸ λόγος x/R , ἀλλὰ κατ' εὐθείαν τὴν τιμὴ τῆς χορδῆς ποὺ μετρήθηκε στὸ τελικὸ εἶδωλο.

Γιὰ τὸν ὑπολογισμὸ τῶν συντελεστῶν τῆς ἐξισώσεως (3) καὶ τῶν χρόνων τῶν ἐξωτερικῶν ἐπαφῶν, ἐφαρμόσαμε τὴ μέθοδο τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων μὲ ἠλεκτρονικὸ ὑπολογιστή. Γιὰ τὴν πρώτη ἐπαφὴ χρησιμοποιήσαμε πέντε φωτογραφίες ποὺ κάλυπταν διάστημα ἕξι περίπου λεπτῶν, ἐνῶ γιὰ τὴν τέταρτη ἑπτὰ φωτογραφίες, σὲ διάστημα ἐπίσης ἕξι λεπτῶν περίπου.

Ἡ ἐξίσωση γιὰ τὴν πρώτη ἐπαφὴ (μὲ ἀρχὴ τοῦ ἄξονα τῶν χρόνων τὴν 9.00 ὥρα UT) βρέθηκε ὅτι εἶναι :

$$x^2 = -477,8389 t^2 + 811,4206 t - 15,2458 \quad (6)$$

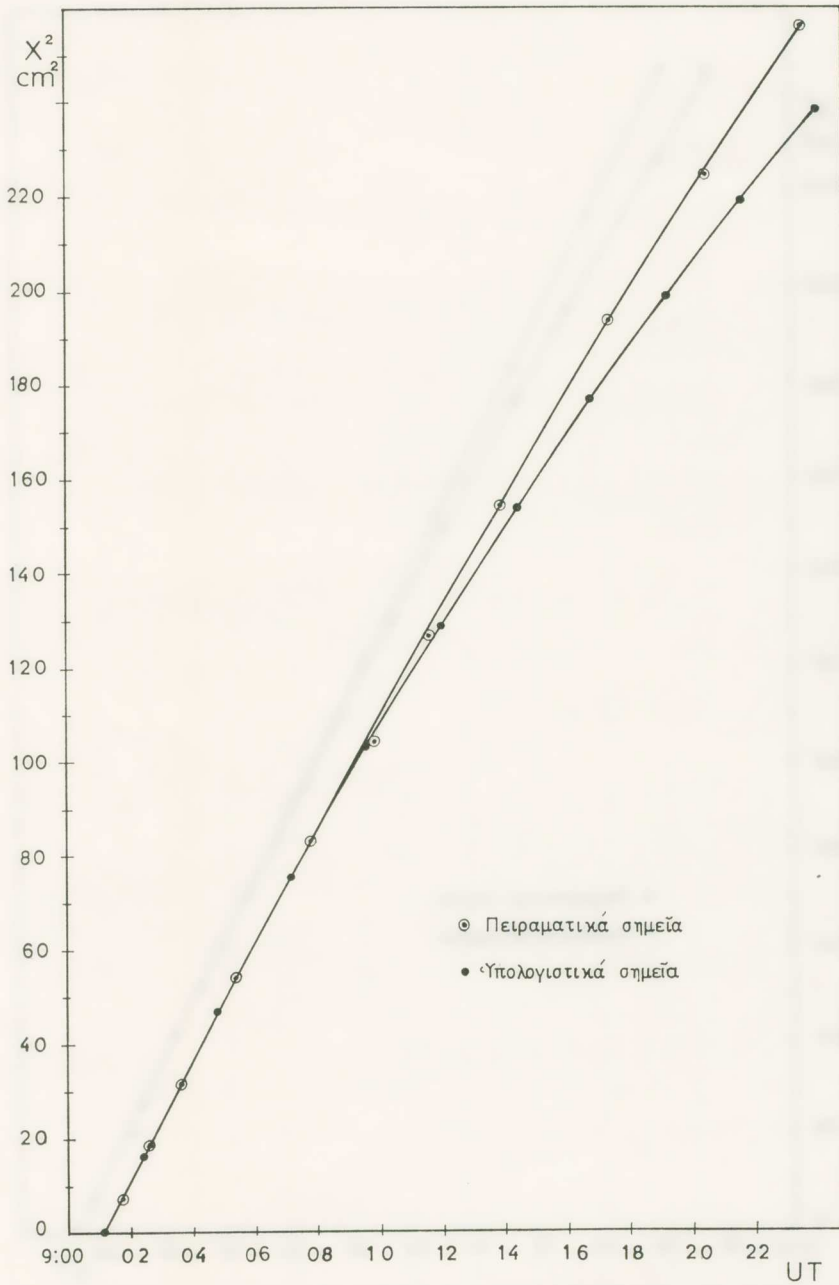
καὶ γιὰ τὴν τέταρτη (ἀρχὴ τῶν χρόνων ἡ 12,62 UT) :

$$x^2 = -16,7430 t^2 - 792,9244 t - 4,8220 \quad (7)$$

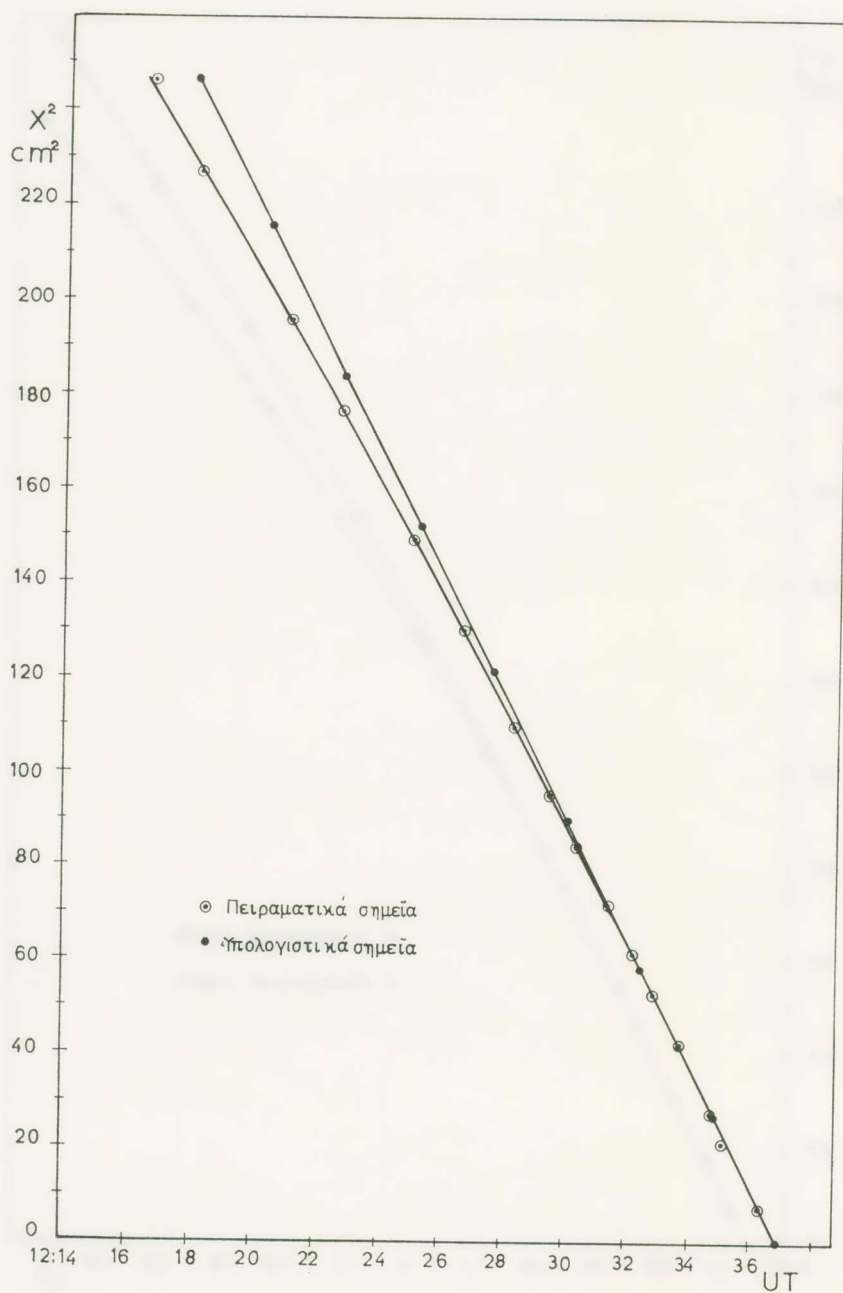
Οἱ καμπύλες αὐτὲς σχεδιάσθηκαν στὰ σχ. 3 καὶ 4 καὶ ὅπως βλέπουμε συμφωνοῦν ἀπόλυτα μὲ τὰ πειραματικὰ σημεῖα, γιὰ διάστημα ἑπτὰ περίπου πρώτων λεπτῶν ἀπὸ τὴ στιγμή τῆς ἐπαφῆς. Κατόπιν ἀρχίζει ἡ ἀπόκλιση τῶν δύο καμπύλων, ἡ ὁποία αὐξάνει πολὺ γρήγορα.

Οἱ χρόνοι τῶν ἐξωτερικῶν ἐπαφῶν ποὺ προσδιορίζονται ἀπὸ τὶς ἐξισώσεις (6) καὶ (7) γιὰ $x = 0$ (λαμβάνοντας ὑπ' ὄψιν καὶ τὴν ἀρχὴ μετρήσεων τῶν χρόνων) καθὼς καὶ τὸ πιθανὸ τους σφάλμα, δίνονται στὸν πίνακα II.

Γιὰ τὴ δεύτερη καὶ τρίτη ἐπαφὴ, ἡ μέθοδος τῶν χορδῶν γίνεται πολὺ περίπλοκη ὅπως δείξαμε προηγουμένως. Ἀλλὰ καὶ ἂν ἀντιμετωπιζόταν τὸ μαθηματικὸ πρόβλημα, πάλι ἡ μέθοδος θὰ ἦταν πρακτικὰ ἀνεφάρμοστη, γιὰτὶ τὰ ἄκρα τοῦ μηνίσκου εἶναι τώρα λεπτότατα καὶ ἀσαφῆ καὶ ἔτσι ἡ μέτρηση τῆς χορδῆς δὲν ἔχει καθόλου καλὴ ἀκρίβεια. Γιὰ τοὺς λόγους αὐτοὺς ἐφαρμόσαμε τὴ μέθοδο τῶν



Σχ. 3. Πρώτη έπαφή. Πειραματική και προσεγγιστική καμπύλη.



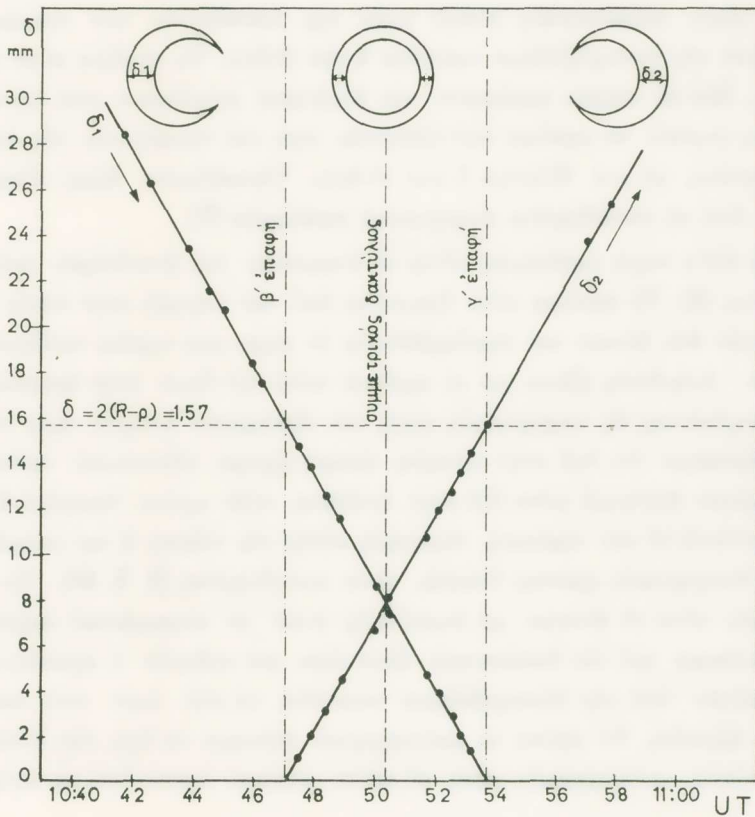
Σχ. 4. Τετάρτη έπαφή. Πειραματική και προσεγγιστική καμπύλη.

διαστημάτων, η οποία όμως και αυτή δεν είναι πολύ ακριβής, επειδή η μέτρηση των διαστημάτων δ_1 και δ_2 επηρεάζεται πολύ από την ασάφεια του χείλους του Ήλιου.

Οι ευθείες για τα διαστήματα δ_1 και δ_2 βρέθηκαν επίσης με τη μέθοδο των ελάχιστων τετραγώνων και είναι οι ακόλουθες :

$$\delta_1 = -14,2774 t - 0,0846 \quad (\text{ἀρχή χρόνου ἢ } 10,90 \text{ ὥρα UT}) \quad (8)$$

$$\delta_2 = 14,2646 t - 0,06152 \quad (\text{ἀρχή χρόνου ἢ } 10,78 \text{ ὥρα UT}) \quad (9)$$



Σχ. 5. Δεύτερη και τρίτη επαφή.

Από τις εξισώσεις αυτές μπορούμε να πάρουμε δύο τιμές χρόνου για κάθε έσωτερική επαφή, οι οποίες θεωρητικά πρέπει να συμπίπτουν. Οι χρόνοι αυτοί αντιστοιχούν στις τιμές $\delta_1 = \delta_2 = 2(R - p) = 1,57$ cm και $\delta_1 = \delta_2 = 0$, όπως φαίνεται και στο σχ. 5. Οι τιμές των έσωτερικών επαφών καθώς και το πιθανό

τους σφάλμα, δίνονται στὸν πίνακα II. Στὸν ἴδιο πίνακα γράφονται ἐπίσης καὶ οἱ χρόνοι ἐπαφῆς ποὺ ὑπολόγισαμε θεωρητικὰ μὲ βάση τὰ δεδομένα τῆς Ἀστρονομικῆς ἡμερίδας καὶ μὲ τὴν μέθοδο τῆς προβλέψεως ποὺ ἀναλύεται στὸ ἐπεξηγηματικὸ της συμπλήρωμα [14, 15].

6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΧΟΛΙΑ

Ἐνα βασικὸ σημεῖο ποὺ χρειάζεται διευκρίνιση σχετικὰ μὲ τὰ ἀποτελέσματα εἶναι ὁ ὑπολογισμὸς τοῦ σφάλματος. Οἱ τιμὲς τῶν σφαλμάτων ποὺ δίνουμε, εἶναι οἱ μέσες τετραγωνικὲς (rms) τιμὲς τῆς ἀποκλίσεως τῶν πειραματικῶν σημείων ἀπὸ τὴν δευτεροβάθμια καμπύλη ἢ τὴν εὐθεΐα. Τὸ σφάλμα αὐτὸ περιέχει προφανῶς ὅλα τὰ τυχαῖα σφάλματα τῶν διαφόρων μετρήσεων ποὺ ἔγιναν. Δὲν εἶναι ὅμως γνωστὸ τὸ σφάλμα ποὺ εἰσάγεται ἀπὸ τὴν προσέγγιση τῆς πειραματικῆς καμπύλης μὲ μιὰ ἔλλειψη ἢ μιὰ εὐθεΐα. Ὅποσδήποτε ὅμως εἶναι πολὺ μικρότερο ἀπὸ τὰ συνηθισμένα πειραματικὰ σφάλματα [7].

Μιὰ ἄλλη πηγὴ σφάλματος εἶναι οἱ ἀνωμαλίες τοῦ ἀναγλύφου στὸ χεῖλος τῆς Σελήνης [6]. Τὸ σφάλμα αὐτὸ ἐξαρθᾶται ἀπὸ τὴν περιοχὴ στὴν ὁποία γίνεται ἡ ἐπαφὴ τῶν δύο δίσκων καὶ περιλαμβάνεται ἐν μέρει στὰ τυχαῖα σφάλματα τῶν μετρήσεων. Διόρθωση εἰδικὰ γιὰ τὸ σφάλμα αὐτὸ δὲν ἔγινε στὴν ἐργασία αὐτῆ.

Συγκρίνοντας τὶς πειραματικὲς τιμὲς τῶν ἐξωτερικῶν ἐπαφῶν πρὸς τὶς θεωρητικὲς, βλέπουμε ὅτι ἐνῶ στὴν τέταρτη ἐπαφὴ ἔχουμε οὐσιαστικὰ ταύτιση τῶν ἀποτελεσμάτων (διαφορὰ μόνο 0,2 sec) ἀντίθετα στὴν πρώτη ἐπαφὴ ἡ διαφορὰ εἶναι σημαντικὴ (2 sec περίπου). Διαφορὲς αὐτῆς τῆς τάξεως ἢ καὶ μεγαλύτερες, ἀπὸ τοὺς θεωρητικοὺς χρόνους ἐπαφῆς εἶναι συνηθισμένες [1, 2, 10]. Τὸ ἀποτέλεσμα ὅμως αὐτὸ τὸ δίνουμε μὲ ἐπιφύλαξη, γιὰ τὴν πειραματικὰ σημεῖα ποὺ χρησιμοποιήσαμε γιὰ τὸν ὑπολογισμὸ ἦταν λίγα καὶ πιθανὸν ἢ προσέγγιση τῶν σημείων αὐτῶν ἀπὸ τὴν δευτεροβάθμια καμπύλη νὰ μὴν ἦταν πολὺ καλὴ. Σὲ παρόμοιες ἐργασίες θὰ πρέπει τὸ φωτογραφικὸ σύστημα νὰ ἔχη τὴν δυνατότητα λήψεως πολλῶν φωτογραφιῶν μέσα σὲ πέντε περίπου λεπτὰ ἀπὸ τὴ στιγμή τῆς ἐπαφῆς.

Οἱ πειραματικὲς τιμὲς τῶν ἐσωτερικῶν ἐπαφῶν ἔχουν μεγαλύτερο σφάλμα ἀπὸ τὶς ἐξωτερικὲς (πίνακας II) γιὰ τοὺς λόγους ποὺ ἤδη ἀναφέραμε, καὶ δὲν τὶς σχολιάζουμε περισσότερο.

Π Ι Ν Α Κ Α Σ Ι Ι

Μέθοδος	1 ^η έπαφή	2 ^η έπαφή	3 ^η έπαφή	4 ^η έπαφή
A. Θεωρητική	$9^h 01^m 6,40^s$	$10^h 47^m 6,66^s$	$10^h 53^m 39,36^s$	$12^h 36^m 50,31^s$
B. Μέθοδος των χορδών	$9^h 01^m 8,4^s \pm 0,5 \text{ sec}$			$12^h 36^m 50,1^s \pm 1,3 \text{ sec}$
Γ. Μέθοδος διαστημάτων $\delta_1 = \delta_2 = 0$		$10^h 47^m 3,5^s \pm 2,9 \text{ sec}$	$10^h 53^m 38,7^s \pm 1,9 \text{ sec}$	
Δ. Μέθοδος διαστημάτων $\delta_1 = \delta_2 = 2 (R - p)$		$10^h 47^m 2,8^s \pm 1,9 \text{ sec}$	$10^h 53^m 39,7^s \pm 2,9 \text{ sec}$	
Μέγεθος εκλείψεως :	0,940			
Διάρκεια φαινομένου :	$3^h 35^m 42^s$			
Διάρκεια δακτυλίου :	$6^m 33^s$			
Κεντρική φάση :	$10^h 50^m 23^s \text{ UT}$			
Τοπική μεσημβρία :	$10^h 8,6^m \text{ UT}$			

S U M M A R Y

The Laboratory of Astronomy of the University of Athens organized an expedition to Kos island of the Aegean Archipelago, on the central line of the Eclipse, in order to determine the precise times of contact.

A total of 101 photographs were taken through an $f = 130$ cm, $f/24$ optical system, with simultaneous time registration by a chronograph.

For the reduction of the data of the external contacts the method of the cords was used with a second degree approximation curve. The results are presented in figs. 5 and 6 and in table II (line B).

For the internal contacts we used a linear approximation for the change in time of the distance between the limbs of the two disks. The results are presented in fig. 7 and in table II (lines Γ and Δ). In line A of the same table we give the results of the theoretical prediction for the contacts following the Explanatory Supplement of the Astronomical Ephemeris.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. A. Abrami - B. Cester, Pubblicazioni dell'Osservatorio Astronomico di Trieste No. 263, 1955.
2. S. Arend, Communication de L'Observatoire Royal de Belgique, No. 229, 1961.
3. L. Arroyo - F. Lahula - J. Azcona, Boletin Astronomico del Observatorio de Madrid, Vol. IX, No. 6, 1976.
4. A. Danzon, Bul. de la Soc. Astronomique de France, p. 365, 1936.
5. J. Dommanget, Communications de l'Observatoire Royal de Belgique, No. 78, 1955.
6. —, Ciel et Terre, Vol. 77, p. 213, 1961.
7. —, Communications de l'Observatoire Royal de Belgique, No. 229, 1961.
8. D. P. Elias, Memoirs of the National Observatory of Athens Series I, No. 18, 1975.
9. E. Esclanson, Bul. de la Soc. Astronomique de France, p. 162, 1925.
10. Ι. Ξανθάκη - Κ. Μακρή - Δ. Π. Ήλία - Γ. Μπάνο, Πρακτικά τής 'Ακαδημίας 'Αθηνών, Τόμ. 37, σελ. 204, 1962.

11. E. Proverbio, Contributi dell'Observatorio Astronomica di Milano-Merate, Nuova Serie No. 213, 1963.
12. E. Vanderklove, Ciel et Terre, Vol. 57, p. 441, 1941.
13. M. Waldmeier - S. E. Weber, Astronomische Mitteilungen der Eidgenössischen Sternwarte Zurich, Nr. 349, 1977.
14. The Astronomical Ephemeris for the Year 1976, London 1974, H. M. Stationary Office.
15. Explanatory Supplement to the Astronomical Ephemeris, London 1961, H. M. Stationary Office.