

έγκατεστημένους "Ελληνας αναστροφῆς. Εἰς ἀραιὰ μὲν διαστήματα, ἀλλὰ εὐχαρις πάντοτε καὶ ζωηρός, ἐπεσκέπτετο τὰς Ἀθήνας, ὅπου εἶχε προσωπικοὺς φίλους καὶ δόπου τὸν εἶλκε μετὰ τῆς πρὸς τὰ ἀρχαῖα μνημεῖα λατρείας καὶ ἡ πρὸς τὸ ξανθὸν νέκταρ τῆς μεσογείου Ἀττικῆς ἴδιαιτέρα αὐτοῦ προτίμησις καὶ ἀγάπη. Ἡ τελευταία αὐτοῦ ἐπίσκεψις τῶν Ἀθηνῶν ἦτο, ἀν δὲν ἀπατῶμαι, τὸ 1928.

Περαίνων τὴν σύντομὸν αὐτὴν νεκρολογίαν τοῦ ἐπιφανοῦς ἑταίρου, δὲν χρειάζεται νὰ εὐχηθῶ αἰώνιαν τὴν μνήμην τοῦ ὑπερόχου ἀνδρός. Εἰς τὸν Μιχαὴλ Ροστόφτσεφφ ἔξησφάλισε τὴν αἰώνιότητα τὸ ἔργον αὐτοῦ, τὸ ὅποιον δὲν εἶναι τι ἀγώνισμα ἐς τὸ παραχοῆμα, ἀλλὰ πραγματικὸν κτῆμα ἐς ἀεί.

ΕΚΛΟΓΗ ΑΝΤΕΠΙΣΤΕΛΛΟΝΤΟΣ ΜΕΛΟΥΣ

"Εκλέγεται δι' ἀπολύτου πλειοψηφίας ἀντεπιστέλλον μέλος τῆς Ἀκαδημίας ἐν τῇ τάξει τῶν Θετικῶν ἐπιστημῶν ὁ ἐν Παρισίοις ἵατρός κ. **Σωτήριος Μπρέσκας.**

ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΙΣ ΒΙΒΛΙΩΝ

"Ο **Τενικὸς Γραμματεὺς** παρουσιᾶσει τὰ πρὸς τὴν Ἀκαδημίαν σταλέντα βιβλία καὶ ἐν συνεχείᾳ ὁ ἀκαδημαικὸς κ. **B. Αλγινήτης** εἰσιγεῖται, ὡς κατωτέρῳ, περὶ τῶν ἐκδοθεισῶν μέχρι τοῦτο πέντε μαθηματικοῦ περιεχομένου μονογραφιῶν τοῦ καθηγητοῦ κ. **Σ. Σταμάτη.**

—Ο καθηγητής κ. Εὐάγγ. Σταμάτης, ἀσχολούμενος ἐπιτυχῶς περὶ τὴν μελέτην τῶν μεγάλων μαθηματικῶν τῆς Ἀρχαιότητος, ἥρχισεν ἀπὸ τοῦ 1946 τὴν ἔκδοσιν τῶν ἔργων αὐτῶν καὶ ἔξεδωκε μέχρι σήμερον τὰ ἔξη:

1) Ἀρχιμήδους, Τετραγωνισμὸς παραβολῆς. Ο βίος καὶ τὰ ἔργα τοῦ Ἀρχιμήδους: ἀρχαῖον κείμενον — μετάφρασις — ἐπεξηγήσεις, 1946.

2) Ἀρχιμήδους, μηχανικά. Πρόλογος — ἀρχαῖον κείμενον — μετάφρασις — ἐπεξηγήσεις, 1946.

3) Τὸ δόλιον πρόβλημα καὶ ἡ τρικοτόμησις γωνίας. Εἰσαγωγὴ — Μετάφρασις. Σύγχρονος λύσις τοῦ προβλήματος διὰ τῆς ἀναλυτικῆς γεωμετρίας, 1949.

4) Ἀρχιμήδους, κύκλου μέτρησις. Εἰσαγωγὴ — Ἀρχαῖον κείμενον — μετάφρασις — ἐπεξηγήσεις, 1950.

5) Εὐκλείδου, Γεωμετρία. Ιος ἐκ τῶν τεσσάρων τόμων τῆς κατὰ Heiberg ἐκδόσεως τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου. Εἰσαγωγὴ — ἀρχαῖον κείμενον — μετάφρασις, 1952.

Πλὴν τῶν ἔργων τούτων ἐδημοσίευσε καὶ τὰς ἔξης πρωτοτύπους πραγματείας, συναφεῖς πρὸς τὰ μαθηματικὰ τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων.

1) Συμβολὴ εἰς τὴν ἔρμηνείαν γεωμετρικοῦ χωρίου τοῦ διαλόγου τοῦ Πλάτωνος, Μένων. (Περ. «Πλάτων» τῆς Ἐταιρείας Ἑλλήνων Φιλολόγων, 1951, τεῦχος 2).

2) Τὸ θυμαρίδειον ἐπάνθημα. (Περ. «Πλάτων» τῆς Ἐταιρείας Ἑλλήνων Φιλολόγων, 1952, τεῦχος 1).

Ἐπὶ τῶν ἀνωτέρω ἐργασιῶν τοῦ Ε. Σταμάτη ἔχομεν νὰ παρατηρήσωμεν τὰ ἔξῆς :

1) Διὰ τὴν πρώτην φορὰν ἀποκαθίσταται ὁ ἀληθῆς τίτλος ἔργου τοῦ Ἀρχιμήδους «Μηχανικά», τὸ ὅποῖν κατὰ τὸν ἐκδότην τῶν ἐργῶν τοῦ Ἀρχιμήδους Δανὸν J. Heiberg, φέρεται ὑπὸ τὸν τίτλον ἐπιπέδων ἴσορροπιῶν ἢ κέντρα βαρῶν ἐπιπέδων.

Ἡ ἀποκατάστασις αὕτη στηρίζεται εἰς μαρτυρίαν αὐτοῦ τοῦ Ἀρχιμήδους περιεχομένην εἰς τὰ θεωρήματα 6 καὶ 10 τοῦ ἔργου του Τετραγωνισμὸς παραβολῆς.

2) Διὰ τὴν πρώτην φορὰν ἀποκαθίσταται ἡ ἀλήθεια ὡς πρὸς τὸν ἐπινοητὴν τοῦ περιφήμου ἀξιώματος τῶν μαθηματικῶν, τῆς συνεχείας. Τὸ ἀξιώμα τοῦτο ἐφέρετο πρό τινων δεκαετηρίδων εἰς τὴν διεθνῆ βιβλιογραφίαν, ὡς ἀξιώμα τοῦ Ἀρχιμήδους, ἥδη δὲ ὀνομάζεται ἀξιώμα τοῦ Εὐδόξου. Ὁ Ε. Σταμάτης ἀποδεικνύει, ὅτι τὸ ἀξιώμα τοῦτο διετυπώθη διὰ πρώτην φορὰν ὑπὸ τοῦ Ἀναξαγόρου, ὡς συνάγεται ἐξ ἀποσπασμάτων τοῦ ἔργου του περὶ φύσεως.—Σιμπλίκιος, Φύσ. 155,30. (Εἰσαγωγὴ εἰς τὴν γεωμετρίαν τοῦ Εὐκλείδου, σελ. 24-25).

Ἐπὶ τοῦ ζητήματος τῆς συνεχείας παρατηροῦμεν ὅτι οἱ ἀρχαῖοι μαθηματικοὶ ἀντελαμβάνοντο τὴν συνέχειαν διὰ τῆς διαισθήσεως. Π. χ. ἡ ὅψις ἐνὸς τμήματος εὐθείας ἔδιδε τὴν ἔννοιαν τῆς συνεχείας. Θεωρήσωμεν σύνολον σημείων εὐθείας σχηματιζούσης γραμμικὸν συνεχές. Ὅπαρχουν εἰς πᾶν διάστημα, δισοδήποτε μικρόν, σημεῖα ἀνήκοντα εἰς τὸ σύνολον αὐτό. Ἡ ἰδιότης αὕτη ἥτο ἡ χαρακτηρίζουσα τὴν συνέχειαν. Τοῦτο ὅμως δὲν ἀρκεῖ διὰ νὰ εἶναι γραμμικὸν συνεχές· δυνατὸν νὰ συμβαίνῃ ἡ ἰδιότης αὕτη, ὅταν περιοριζόμεθα εἰς σημεῖα ἀντιστοιχοῦντα εἰς οητοὺς μόνον ἀριθμούς, ὅτε τὸ σύνολον εἶναι ἀπλῶς πυκνόν. Διὰ νὰ εἶναι συνεχές, πρέπει νὰ εἶναι καὶ κλειστόν, ἥτοι νὰ εἶναι τέλειον πρόπει δηλ. νὰ περιέχῃ καὶ τὰ ὅρια του σημεῖα, τὰ ἀντιστοιχοῦντα εἰς ἀσυμμέτρους ἀριθμούς, δριζομένους, ὡς θὰ ἔδωμεν κατωτέρω.

Ἡ πρωτότυπος ἐργασία «Συμβολὴ εἰς τὴν ἔρμηνείαν γεωμετρικοῦ χωρίου τοῦ διαλόγου τοῦ Πλάτωνος, Μένων», παρέχει μίαν λύσιν τοῦ ἐν τῷ διαλόγῳ τούτῳ ἀναφερομένου δευτέρου προβλήματος (Μένων, 86ε-87β), ἡ ὅποια στηρίζεται εἰς συναρφῆ θεωρήματα τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου καὶ τῶν κωνικῶν τοῦ Ἀπολλωνίου. Ἡ λύσις αὕτη ἀνταποκρίνεται καὶ πρὸς τὴν φραστικὴν διατύπωσιν τοῦ προβλήματος ὑπὸ τοῦ Πλάτωνος, ἡ ὅποια γενικῶς θεωρεῖται σκοτεινή.

4) Ἡ ἐδιηγητικὴ μελέτη τοῦ θυμαριδείου ἐπανθήματος καὶ τῆς συναφοῦς λύσεως συστημάτων ἀπροσδιορίστου ἀναλύσεως παρουσιάζει ὑπὸ ἐντονώτερον φῶς τὴν ἄνθησιν τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης κατὰ τοὺς πρώτους πυθαγορείους χρόνους. Ἐνταῦθα σημειοῦμεν Ἰδιαιτέρως ὅτι ἡ φιλολογικὴ ἐδιηγητικά τοῦ ὅρου «θυμαριδείου ἐπάνθημα» γινομένη διὰ πρώτην φορὰν εἰς τὴν ἴστορίαν τῆς Ἑλληνικῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης, ὁφείλεται κατὰ τὸν κ. Σταμάτην εἰς τὸν διαπρεπῆ συνάδελφον κ. Χαρίτωνα Χαριτωνίδην καὶ τοὺς φιλολόγους Κ. Γεωργούλην καὶ Σ. Κορρέν.

5) Διὰ πρώτην φορὰν ὑποστηρίζεται μετὰ συναφῶν τεκμηρίων, ὅτι ὁ Ἀρχιμήδης ἔγνωριζεν ὅτι ὁ ἀριθμὸς π εἶναι ἀσύμμετρος (εἰσαγωγὴ εἰς τὸ ἔργον Ἀρχιμήδους, κύκλου μέτρησις).

Πῶς δοῖςονται οἱ ἀσύμμετροι ἀριθμοὶ τοὺς ὅποιους ἀνεφέρομεν καὶ προηγουμένως προκειμένου περὶ συνεχείας; Ὁ Dedekind ἔξήτησε νὰ δοῖσῃ τὸν ἀσύμμετρον ὃς τομὴν δύο συνόλων ρητῶν, ἥτοι ὁρίζεται πᾶς πραγματικὸς ἀριθμὸς (ἴδια καὶ ὁ ἀσύμμετρος) ἀπὸ τὸν σύνολον τῶν ρητῶν, οἱ ὅποιοι εἶναι μικρότεροι του. Τὸ ἀνώτερον πέρας ἀπείρου συνόλου ρητῶν ἀριθμῶν ἡ καὶ ἡ τομὴ μεταξὺ τοῦ συνόλου τούτου καὶ τοῦ συνόλου τῶν ρητῶν τῶν μεγαλυτέρων αὐτοῦ ὁρίζει τὸν ἀριθμόν. Διὰ νὰ ἀποδείξωμεν ὅτι ὑπάρχει, στηριζόμεθα εἰς τὸ θεώρημα τῆς θεωρίας τῶν συνόλων, κατὰ τὸ ὅποιον πᾶν ἀπειρον σύνολον πραγματικῶν ἀριθμῶν, ὅλων πεπερασμένων, ἔχει ἀνώτερον πέρας.

Ο Weyl παρατηρεῖ ἐπὶ τούτων ὅτι ὁ ἀσύμμετρος ἀριθμὸς ὁρίζεται ὡς τομή, τῆς ὅποιας ἡ ὑπαρξία ἀποδεικνύεται διὰ τῆς ἐπάρξεως τοῦ ἀνωτέρου πέρας, ἡ δὲ ὑπαρξία τούτου διὰ τῆς κατασκευῆς τομῆς. Κατὰ ταῦτα ἔχομεν φαῦλον κύκλον. Δύναται τις ὅμως νὰ παρατηρήσῃ ὅτι ἐκ τῆς μὴ ἀναγωγῆς τῆς ἐννοίας τοῦ ἀσύμμετρου εἰς τὴν ἔννοιαν τοῦ ἀκεραίου δὲν ἔπειται ὅτι δὲν δίδεται ἔννοια ἀσυμμέτρου.

Κατὰ τὸν Kronecker πᾶσα μαθηματικὴ ἔννοια πρέπει νὰ δύναται νὰ ἀναχθῇ λογικῶς εἰς τὴν ἔννοιαν τοῦ ἀκεραίου. Ἄλλὰ κατὰ τὸν Conseil τοῦτο εἶναι ἀνακριβὲς καὶ στηρίζεται ἐπὶ ἐσφαλμένης ἐκτιμήσεως τῶν σχέσεων Μαθηματικῆς καὶ Λογικῆς.

Μὲ τὴν ἀντίληψιν τοῦ ἀσυμμέτρου σχετίζεται καὶ τὸ κλασικὸν σόφισμα τοῦ Ζήνωνος, ὅπερ ἔχει ὡς ἔξῆς. «Υποθέσωμεν ὅτι ὁ Ἀχιλλεὺς ἀναχωρεῖ ἐκ τοῦ Α διώκων μίαν χελώνην εὑρισκομένην εἰς τὸ Β, ὅταν ὁ Ἀχιλλεὺς εὑρίσκετο εἰς τὸ Α. "Οταν ὁ Ἀχιλλεὺς διανύσῃ τὸ ΑΒ, ἡ χελώνη θὰ διανύσῃ διάστημα τὸ ΒΒ' ! καθ' ὃν χρόνον ὁ Ἀχιλλεὺς διανύει τὸ ΒΒ', ἡ χελώνη διανύει τὸ Β'Β" κ. ο. κ. Τοιουτοτρόπως ὁ Ἀχιλλεὺς οὐδέποτε θὰ συλλάβῃ τὴν χελώνην. Ἡ πλάνη αὕτη

προέρχεται ἐκ τοῦ ὅτι εἰς τὴν διατύπωσιν χοησιμοποιοῦμεν ἐσφαλμένας ἀντιλήψιες ὑπάρξεως συνεχείας. Π. χ. ἡ ἔννοια τοῦ Α, τοῦ Β κλπ. δὲν δύναται νὰ χοησιμοποιηθῇ, οὔτε τὸ σημεῖον εἶναι τι πραγματικόν, οὔτε διακεκομένα διαστήματα δύνανται νὰ ληφθοῦν ὑπὸ ὅψιν, διότι ἐν συνεχείᾳ δὲν δύναται νὰ νοηθῇ κατατετημένον εἰς μέρη. 'Η κατάτημσις ἀντίκειται εἰς τὴν φύσιν τοῦ συνεχοῦς, καθ' ὅσον τοῦτο δὲν εἶναι συλλογὴ σημείων καὶ τὰ σημεῖα δὲν εἶναι πραγματικά. Ταῦτα συμφώνως πρὸς τὰς σημερινὰς ἀντιλήψιες περὶ τῆς συνεχείας (βλ. *P. Ζερβοῦ*, Ἀπειροστικὸς Λογισμός, τ. I, σελ. 2, 22 καὶ 29).

'Η σημασία τῆς ἐκδόσεως τῶν ἔργων τῶν μεγάλων μαθηματικῶν τῆς Ἀρχαιότητος ὑπὸ τοῦ κ. Σταμάτη, γινομένης διὰ πρώτην φορὰν ἐν Ἑλλάδι ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τῆς ἀλώσεως τῆς Κωνσταντινουπόλεως διὰ τὴν Ἑλληνικὴν ἐπιστήμην καὶ τὴν ἀγωγὴν τῆς μαθητευούσης νεολαίας, εἶναι προφανῆς. 'Η Ἀκαδημία δὲν ἔμεινε ἔνη πρὸς τὴν προσπάθειαν αὐτῆν. Ἀπὸ τοῦ 1951 δι' ἐγγράφου αὐτῆς πρὸς τὸ Ὑπουργεῖον Παιδείας, τῇ εἰσηγήσει τοῦ ἀειμνήστου Ἀκαδημαϊκοῦ Παναγιώτου Ζερβοῦ, συνέστησεν, δπως ὁ Ὁργανισμὸς ἐκδόσεως σχολικῶν βιβλίων ἀναλάβῃ τὴν ἔκδοσιν τῶν συναφῶν ἔργασιῶν τοῦ κ. Σταμάτη. Κατόπιν τῆς ἐνεργείας ταύτης τῆς Ἀκαδημίας ὁ Ὁργανισμὸς ἐκδόσεως σχολικῶν βιβλίων ἀπεφάσισε ν' ἀναλάβῃ τὴν ἔκδοσιν τοῦ δευτέρου τόμου τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου.

Λ Θ Λ Ο Θ Ε Σ Ι Α

Γίνεται δεκτὴ ἡ ἐκ 5.000.000 ἀμθοθεσία τοῦ *Δήμου Ναούσης* διὰ τὴν προκήρυξιν βραβείου πρὸς συγγραφὴν ἴστορίας τῆς πόλεως Ναούσης.

ΑΝΑΚΟΙΝΩΣΕΙΣ ΜΗ ΜΕΛΩΝ

ΑΡΧΑΙΟΛΟΓΙΑ — "Ἐρευναὶ ἐπὶ τῶν Μινωϊκῶν λέξεων, ὑπὸ *Κωνσταντίνου Κτιστοπούλου*. Ἀνεκοινώθη ὑπὸ τοῦ κ. Κ. Ρωμαίου.