ΥΔΡΟΛΟΓΙΑ.— **Μία γενική θεώρησις τοῦ φαινομένου τῆς ὑστερήσεως (τῆς ὑστερήσεως εἰς τὰς ὑδρολογικὰς ἰδιότητας τῶν πορωδῶν μέσων)**, *ὑπὸ* ***Ἀλεξάνδρου Πουλοβασίλη*** *. Ἀνεκοινώθη ὑπὸ τοῦ Ἀκαδημαϊκοῦ κ. Νικ. Ρουσσοπούλου.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

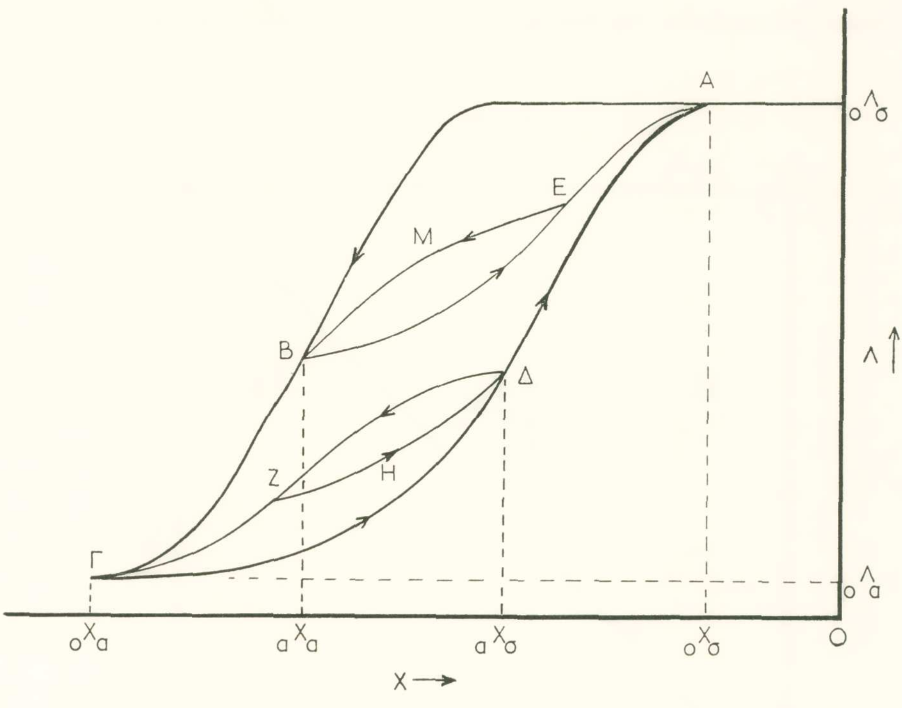
Εἰς περίπτωσιν καθ' ἣν μία φυσικὴ ἰδιότης ἐξαρτᾶται ἐκ μιᾶς ἀνεξαρτήτου μεταβλητῆς Χ, εἶναι δυνατὸν ἡ ὑφισταμένη σχέσις μεταξὺ τῶν Λ καὶ Χ νὰ περιγράφεται ὑπὸ μιᾶς καὶ μοναδικῆς καμπύλης καὶ μάλιστα ἀνεξαρτήτως τοῦ ἐὰν ἡ καμπύλη αὕτη ἐλήφθη, ἐνῷ ἡ Χ ηὐξάνετο ἢ ἐμειοῦτο. Μία τοιαύτη σχέσις εἶναι ἀναστρεπτή. Πολλαὶ ἰδιότητες ἐν τούτοις εἶναι μὴ ἀναστρεπταί, εἰς τρόπον ὥστε ἡ καμπύλη ἡ περιγράφουσα τὴν σχέσιν τὴν ὑφισταμένην μεταξὺ τῶν Λ καὶ Χ ἡ λαμβανομένη αὐξανομένης τῆς Χ, νὰ μὴ συμπίπτῃ μὲ τὴν καμπύλην τὴν λαμβανομένην μειουμένης τῆς Χ, ἔστω καὶ ἐὰν αἱ μεταβολαὶ τῆς τελευταίας ἔλαβον χώραν λίαν βραδέως. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται ὑστέρησις.

Εἰς πολλὰς περιπτώσεις ἡ σχέσις ἡ μεταξὺ τῶν Λ καὶ Χ κατὰ τὴν παλινδρόμησιν τῆς Χ μεταξὺ δύο οἱωνδήποτε σταθερῶν τιμῶν της περιγράφεται ὑφ' ἑνὸς ἀναπαραγωγίμου κλειστοῦ βρόχου ὑστερήσεως. Οὕτω κατὰ τὴν παλινδρόμησιν τῆς Χ μεταξὺ μιᾶς κατωτέρας τιμῆς της ${}_{o}X_{\alpha}$ καὶ μιᾶς ἀνωτέρας τοιαύτης ${}_{o}X_{\sigma}$, κατὰ τὰς ὁποίας ἡ ἰδιότης Λ ἀποκτᾷ τὴν ὁριακὴν κατωτέραν καὶ ἀνωτέραν τιμήν της ${}_{o}\Lambda_{\alpha}$ καὶ ${}_{o}\Lambda_{\sigma}$ ἀντιστοίχως, ἡ σχέσις ἡ μεταξὺ τῶν Λ καὶ Χ περιγράφεται ὑπὸ τοῦ κλάδου ΑΒΓ, ὅστις λαμβάνεται κατὰ τὴν μείωσιν τῆς Χ καὶ τοῦ κλάδου ΓΔΑ, ὅστις λαμβάνεται κατὰ τὴν αὔξησίν της. Οἱ δύο κλάδοι ἐπεκτεινόμενοι πλήρως μέχρι τῶν ὁριακῶν τιμῶν ἀποτελοῦν ἀναπαραγώγιμον βρόχον, ὅστις καλεῖται κύριος βρόχος ὑστερήσεως. Κατὰ τὴν παλινδρόμησιν τῆς Χ μεταξὺ τῆς τιμῆς της ${}_{\alpha}X_{\alpha}$, ἔνθα ἡ μεταβολὴ τῆς Χ ἀναστρέφεται ἐξ ἀρνητικῆς εἰς θετικήν, καὶ τῆς τιμῆς ${}_{o}X_{\sigma}$ ἡ σχέσις ἡ μεταξὺ τῶν Λ καὶ Χ περιγράφεται ὑπὸ τοῦ ἀναπαραγωγίμου μερικοῦ βρόχου ΑΒΕΑ, ὁ κλάδος ΒΕΑ δὲ καλεῖται πρωτογενὴς καμπύλη συναθροίσεως ἢ διερευνητικὴ καμπύλη συναθροίσεως μηδενικῆς τάξεως. Ὁμοίως κατὰ τὴν παλινδρόμησιν τῆς Χ μεταξὺ τῆς τιμῆς της ${}_{\alpha}X_{\sigma}$, ἔνθα ἡ μεταβολὴ τῆς Χ ἀναστρέφεται ἐκ θετικῆς εἰς ἀρνητικήν, καὶ τῆς τιμῆς ${}_{o}X_{\alpha}$ ἡ σχέσις τῶν Λ καὶ Χ δίδεται ὑπὸ τοῦ ἀναπαραγωγίμου μερικοῦ βρόχου ΔΖΓΔ, ὁ κλάδος ΔΖΓ δὲ καλεῖται

---

* AL. POULOVASSILIS, **A new general approach of hysteresis (based upon the hysteresis of hydraulic propriesies of porus bodies).**

πρωτογενὴς καμπύλη ἀπομακρύνσεως ἢ διερευνητικὴ καμπύλη ἀπομακρύνσεως μηδενικῆς τάξεως. Οὕτω κατὰ τὴν παλινδρόμησιν τῆς Χ μεταξὺ δύο οἱωνδήποτε σταθερῶν τιμῶν της, ἡ σχέσις τῶν Λ καὶ Χ δίδεται ὑφ' ἑνὸς κλειστοῦ μερικοῦ βρόχου, ὅστις περικλείεται ἐντὸς τοῦ κυρίου βρόχου καὶ ἐμφανίζει τὴν αὐτὴν ἰδιομορφίαν ὑστερήσεως μετ' αὐτοῦ, ἤτοι, διὰ τὴν περίπτωσιν τῶν καμπυλῶν τοῦ σχ. 1, διὰ πᾶσαν τιμὴν τῆς Χ ἡ τιμὴ τῆς Λ, ἡ μετρουμένη ἐπὶ τῆς καμπύλης τῶν



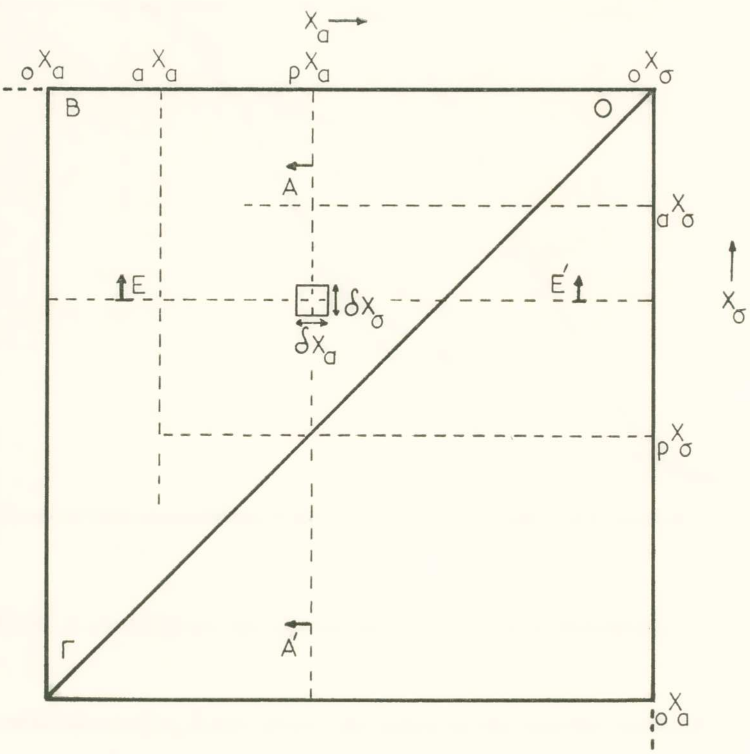
Σχ. 1. Ὑποθετικὴ σχέσις ὑστερήσεως μεταξὺ τῶν μεταβλητῶν Λ καὶ Χ.

μειουμένων Χ, εἶναι πάντοτε μεγαλυτέρα τῆς τιμῆς τῆς Λ, τῆς μετρουμένης εἰς τὴν αὐτὴν τιμὴν τῆς Χ, ἀλλ' ἐπὶ τῆς καμπύλης τῶν αὐξανομένων Χ.

Τυχοῦσα ἀναστροφὴ τῆς μεταβολῆς τῆς Χ ἐπὶ τῆς καμπύλης ΔΖΓ ἀναπαράγει κλάδον ὡς ὁ ΖΗΔ, ὅστις καλεῖται διερευνητικὴ καμπύλη συναθροίσεως πρώτης τάξεως, τυχοῦσα δὲ ἀναστροφὴ τῆς μεταβολῆς τῆς Χ ἐπὶ τοῦ κλάδου ΒΕΑ ἀναπαράγει κλάδον ὡς ὁ ΕΜΒ, ὅστις καλεῖται διερευνητικὴ καμπύλη ἀπομακρύνσεως πρώτης τάξεως. Τοιουτοτρόπως κλάδος λαμβανόμενος κατόπιν ν ἀναστροφῶν τῆς μεταβολῆς τῆς Χ, μὴ καταμετρουμένης τῆς τελευταίας, ἔνθα ὁ κλάδος ἐκκινεῖ, καλεῖται διερευνητικὴ καμπύλη νσ τῆς τάξεως, εἶναι δὲ δυνατὸν νὰ εἶναι συναθροίσεως, ἐὰν ἡ πρώτη ἀναστροφὴ κεῖται ἐπὶ τοῦ κλάδου ἀπομακρύνσεως τοῦ κυρίου βρόχου ἢ ἀπομακρύνσεως, ἐὰν ἡ πρώτη ἀναστροφὴ κεῖται ἐπὶ τοῦ κλάδου συναθροίσεως τοῦ κυρίου βρόχου.

ΘΕΩΡΙΑ

Αἱ ἀνωτέρω ἀναφερθεῖσαι ἰδιομορφίαι τῆς σχέσεως, τῆς ὑφισταμένης μεταξὺ τῆς ἰδιότητος Λ καὶ τῆς ἀνεξαρτήτου μεταβλητῆς Χ, δικαιολογοῦν : πρῶτον, τὴν ἀπόπειραν κατατμήσεως τῆς διαφορᾶς ${}_{o}\Lambda_{\sigma} — {}_{o}\Lambda_{\alpha}$ εἰς στοιχεῖα δΛ, ἕκαστον τῶν



Σχ. 2. Διάγραμμα κατανομῆς ἐπεξηγοῦν τὴν συνάθροισιν καὶ ἀπομάκρυνσιν ἀνεξαρτήτων καὶ ἐξηρτημένων στοιχείων δΛ.

ὁποίων προσθέτει τὴν συνεισφοράν του, κατὰ τὴν συνάθροισιν τῶν στοιχείων, ὅταν ἡ ἀνεξάρτητος μεταβλητὴ Χ αὐξάνεται κατὰ δX_{σ} παρὰ τὴν μέσην τιμήν της X_{σ} καὶ ἀφαιρεῖ ταύτην, κατὰ τὴν ἀπομάκρυνσιν τῶν στοιχείων, ὅταν ἡ Χ μειοῦται κατὰ δX_{α} παρὰ τὴν μέσην τιμήν της X_{α} · καὶ δεύτερον, τὴν παράστασιν τοῦ στοιχείου δΛ ἐπὶ ἑνὸς διαγράμματος κατανομῆς, ὡς τὸ δεικνυόμενον εἰς τὸ σχ. 2, ἔνθα τὸ στοιχεῖον ἐμφανίζεται ἐπὶ τοῦ ὀρθογωνίου, τοῦ ἔχοντος πλευρὰς δX_σ καὶ δX_α εἰς (X_σ, X_α) καὶ ἐντὸς τῆς ἐπιφανείας ΟΒΓ, διότι ἡ τιμὴ τῆς Λ, ἡ μετρουμένη εἰς οἱανδήποτε τιμὴν τῆς X ἐπὶ τοῦ κλάδου ἀπομακρύνσεως οἱουδήποτε βρόχου, εἶναι πάντοτε μεγαλυτέρα ἐκείνης τῆς μετρουμένης εἰς τὴν αὐτὴν τιμὴν τοῦ X, ἀλλὰ ἐπὶ τοῦ κλάδου συναθροίσεως τοῦ αὐτοῦ βρόχου.

Εἰς τὸ διάγραμμα τοῦ σχ. 2 τὸ φαινόμενον τῆς ἀπομακρύνσεως τῶν στοιχείων παριστάνεται διὰ τῆς μετακινήσεως τῆς γραμμῆς ΑΑ′ ἐκ δεξιῶν πρὸς τὰ ἀριστερὰ καὶ ἡ συνάθροισις τῶν στοιχείων, ἥτις λαμβάνει χώραν κατὰ τὴν αὔξησιν τῆς X διὰ τῆς μετακινήσεως τῆς γραμμῆς ΕΕ′ ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω. Τὸ μέγεθος τοῦ στοιχείου δύναται νὰ ὁρισθῇ ὡς

$$\delta\Lambda = F \cdot \delta X_\sigma \cdot \delta X_\alpha\,,$$

ἔνθα F εἶναι μία συνάρτησις κατανομῆς, μετρουμένη ὑπὸ τῆς συντεταγμένης τῆς καθέτου πρὸς τὸ ἐπίπεδον τοῦ διαγράμματος τοῦ σχ. 2, εἰς τρόπον ὥστε ἡ κατανομή της νὰ δύναται νὰ παρασταθῇ ὑπὸ ἰσοϋψῶν καμπυλῶν. Ἡ κατανομὴ τῆς F ὁρίζει οὕτω μίαν ἐπιφάνειαν ἄνωθεν τῆς ΟΒΓ, ὁ δὲ συνολικὸς ὄγκος κάτωθεν τῆς ἐπιφανείας ταύτης ἰσοῦται μὲ τὸ ἄθροισμα ὅλων τῶν στοιχείων δΛ, ἤτοι μὲ τὴν διαφορὰν ${}_o\Lambda_\sigma - {}_o\Lambda_\alpha$, εἰς τρόπον ὥστε

$${}_o\Lambda_\sigma - {}_o\Lambda_\alpha = \int_{oX\alpha}^{oX\sigma} \int_{oX\alpha}^{oX\sigma} F\, dX_\sigma\, dX_\alpha\,. \tag{1}$$

Εἶναι ἐμφανὲς ὅτι ἡ F εἶναι συνάρτησις τῆς X· εἶναι δὲ δυνατὸν νὰ ὑποθέσῃ τις ὅτι ἡ τιμὴ τῆς F εἰς (X_σ, X_α) ἐξαρτᾶται μόνον ἐκ τῶν τιμῶν X_σ, X_α, δηλ. νὰ θεωρήσῃ ὅτι ἕκαστον στοιχεῖον δΛ προσθέτει καὶ ἀφαιρεῖ τὴν συνεισφοράν του ἀνεξαρτήτως τῆς παρουσίας ἢ ἀπουσίας τῶν λοιπῶν στοιχείων. Εἰς τοιαύτην περίπτωσιν ὁμιλοῦμεν περὶ ἀνεξαρτήτων στοιχείων (Preisach, 1935· Néel, 1942· Everett καὶ Whitton, 1952· Everett καὶ Smith, 1954· Everett, 1954, 1955· Enderby, 1955, 1956· Poulovassilis, 1962, 1970· Everett, 1967). Γενικωτέρα εἶναι ἡ ὑπόθεσις ὅτι ἡ τιμὴ τῆς F εἰς (X_σ, X_α) ἐξαρτᾶται κατὰ τὴν ἀπομάκρυνσιν μὲν καὶ ἐκ τῆς τιμῆς ${}_\alpha X_\sigma$, καθ' ἣν τὸ φαινόμενον τῆς συναθροίσεως διεκόπη καὶ ἠκολουθήθη ὑπ' ἐκείνου τῆς ἀπομακρύνσεως, κατὰ τὴν συνάθροισιν δὲ καὶ ἐκ τῆς τιμῆς ${}_\alpha X_\alpha$, ἔνθα τὸ φαινόμενον τῆς ἀπομακρύνσεως διεκόπη προσφάτως καὶ ἠκολουθήθη ὑπ' ἐκείνου τῆς συναθροίσεως. Ἐπακόλουθον τῆς ὑποθέσεως ταύτης εἶναι ὅτι ἡ τιμὴ τῆς F εἰς (X_σ, X_α) ἐξαρτᾶται οὐχὶ μόνον ἐκ τῶν τιμῶν ${}_\alpha X_\sigma$, ${}_\alpha X_\alpha$, ἔνθα ἔλαβε χώραν ἡ τελευταία ἀναστροφὴ τῆς μεταβολῆς τῆς X, ἀλλὰ καὶ ἐξ ὅλων τῶν τιμῶν τῆς X, ἔνθα εἶχον λάβει, ἐνδεχομένως, χώραν προγενέστεραι ἀναστροφαί. Οὕτως ὑποτίθεται ὅτι εἶναι δυνατὸν ἓν στοιχεῖον δΛ, ὅπερ προσθέτει τὴν συνεισφοράν του, ὅταν ἡ X αὐξάνεται μέχρι τῆς τιμῆς X_σ (ἥτις παραμένει σταθερά), νὰ ἀφαιρῇ ταύτην εἰς X_α, ἥτις δὲν εἶναι σταθερά, ἀλλ' ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ${}_\alpha X_\sigma$, ἤτοι ἐκ τῆς παρουσίας τῶν λοιπῶν στοιχείων· ἕτερον δὲ στοιχεῖον, ὅπερ ἀφαιρεῖ τὴν συνεισφοράν του εἰς τὴν σταθερὰν τιμὴν X_α, ἐπαναπροσθέτει ταύτην εἰς X_σ, ἥτις δὲν εἶναι σταθερά, ἀλλ' ἐξαρτωμένη ἐκ τῆς ${}_\alpha X_\alpha$, ἤτοι ἐκ τῆς ἀπουσίας λοιπῶν στοιχείων. Εἰς τοιαύτην περίπτωσιν ὁμιλοῦμεν περὶ ἐξηρτημένων στοιχείων (Poulovassilis καὶ Childs, 1971· Poulovassilis, 1973). Ἡ ὡς ἄνω περιγραφεῖσα ἐξάρτησις τῆς F ἐκ τῆς X δύναται ν' ἀπεικονισθῇ ὡς προκαλοῦσα μετατόπισιν τῶν ἰσοϋψῶν, τῶν διδουσῶν τὴν κατανομὴν τῆς F ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ΟΒΓ. Οὕτως ἡ αὔξησις τῆς ${}_\alpha X_\sigma$ προκαλεῖ μετατόπισιν κατὰ τὴν ὁριζοντίαν, ἡ δὲ μείωσις τῆς ${}_\alpha X_\alpha$ κατὰ τὴν κάθετον. Ἐνταῦθα δέον νὰ σημειωθῇ ὅτι, ἐφ' ὅσον ἡ ἐξίσωσις (1) ἰσχύει διὰ τὴν περίπτωσιν τοῦ κυρίου βρόχου, ἀνάλογοι δὲ πρὸς ταύτην διὰ τὴν περίπτωσιν μερικῶν βρόχων, ἡ τιμὴ τῆς F εἰς ἓν σημεῖον αὐξάνεται ἢ ἐλαττοῦται εἰς βάρος ἢ ὑπέρ, ἀντιστοίχως, τῆς τιμῆς τῆς F εἰς ἕτερα σημεῖα. Ἐξ ἄλλου τὸ γεγονὸς ὅτι ἅπαντες οἱ βρόχοι διατηροῦν τὴν αὐτὴν ἰδιομορφίαν ὑστερήσεως παραμένοντες κλειστοὶ ἐξασφαλίζει τὴν παραμονὴν τῶν στοιχείων ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ΟΒΓ παρὰ τὴν ὑποτιθεμένην μετακίνησίν των.

Κατόπιν τῶν ἀνωτέρω ἀναφερθέντων ἡ ἐξάρτησις τῆς F ἐκ τῆς X δύναται νὰ διατυπωθῇ γενικῶς ὡς

$$F_\nu = F_\nu\left(X_\sigma, X_\alpha, {}_o X, {}_\alpha X, \sum_{o}^{\nu} {}_i X\right), \tag{2}$$

ἔνθα ${}_o X$ παριστᾷ τὰς ὁριακὰς τιμὰς τῆς X, μέχρι τῶν ὁποίων ἐκτείνεται ὁ κύριος βρόχος ὑστερήσεως, ${}_\alpha X$ τὴν τιμὴν τῆς X, εἰς τὴν ὁποίαν ἔλαβε χώραν ἡ τελευταία ἀναστροφὴ τῆς μεταβολῆς της καὶ $\sum_{o}^{\nu} {}_i X$ ὅλας τὰς τιμὰς τῆς X, εἰς τὰς ὁποίας ἔλαβον χώραν αἱ προηγηθεῖσαι τῆς τελευταίας ν ἀναστροφαὶ τῆς μεταβολῆς της. Ἡ ${}_o X$ δύναται νὰ εἶναι ${}_o X_\alpha$, ἤτοι ἡ κατωτέρα ὁριακὴ τιμὴ τῆς X, ἢ ${}_o X_\sigma$ ἤτοι ἡ ἀνωτέρα ὁριακὴ τιμὴ τῆς X. Εἶναι ${}_o X_\alpha$ δι' ὅλας τὰς διαδρομὰς ὑστερήσεως, αἵτινες ἐκκινοῦν ἐκ τοῦ κλάδου συναθροίσεως τοῦ κυρίου βρόχου καὶ ${}_o X_\sigma$ δι' ὅλας τὰς διαδρομάς, αἵτινες ἐκκινοῦν ἐκ τοῦ κλάδου ἀπομακρύνσεως τοῦ κυρίου βρόχου. Ἡ ${}_\alpha X$ δύναται νὰ εἶναι ${}_\alpha X_\sigma$, δηλ. ἡ τιμὴ τῆς X, ἔνθα ἔλαβε χώραν ἡ τελευταία ἀναστροφὴ ἐκ συναθροίσεως εἰς ἀπομάκρυνσιν εἰς τὴν περίπτωσιν ὅλων τῶν καμπυλῶν ἀπομακρύνσεως, ἢ ${}_\alpha X_\sigma$, ἤτοι ἡ τιμὴ τῆς X, ἔνθα τελευταίως συνάθροισις διεδέχθη ἀπομάκρυνσιν εἰς τὴν περίπτωσιν ὅλων τῶν καμπυλῶν συναθροίσεως. Ἡ ${}_iX$ δύναται νὰ εἶναι εἴτε ${}_iX_\sigma$, δηλ. τιμὴ τῆς X, ἔνθα μία προηγουμένη ἀναστροφὴ τῆς μεταβολῆς της ἐκ θετικῆς εἰς ἀρνητικὴν ἔλαβε χώραν, εἴτε ${}_iX_\alpha$, δηλ. τιμὴ τῆς X, ἔνθα μία προηγουμένη ἀναστροφὴ τῆς μεταβολῆς της ἐξ ἀρνητικῆς εἰς θετικὴ ἔλαβε χώραν. Ὁ δείκτης i δύναται νὰ λάβῃ τὰς τιμὰς 0, 1, 2, . . . , ν καὶ μετρᾷ ὅλας τὰς ἀναστροφὰς τῆς μεταβολῆς τῆς X, αἵτινες ἐνδεχομένως ἔλαβον χώραν πρὸ τῆς τελευταίας. Οὕτως ἡ μεταβλητή, ἡ περιγράφουσα τὴν ἀπομάκρυνσιν κατόπιν, ἔστω τεσσάρων ἀναστροφῶν τῆς μεταβολῆς τῆς X (μὴ ὑπολογιζομένης τῆς τελευταίας, ἔνθα ἡ ἀπομάκρυνσις ἤρχισεν) δίδεται ὡς

$$F_4 = F_4\,(X_\sigma,\ X_\alpha,\ {}_oX_\alpha,\ {}_\alpha X_\sigma,\ {}_1X_\sigma,\ {}_2X_\alpha,\ {}_3X_\sigma,\ {}_4X_\alpha).$$

Ὁ λαμβανόμενος κλάδος κατὰ τὴν ἀπομάκρυνσιν ταύτην εἶναι 4ης τάξεως διερευνητικὴ καμπύλη ἀπομακρύνσεως, ἥτις συνδέεται μὲ τὸν κύριον κλάδον συναθροίσεως, ἤτοι ἡ πρώτη ἀναστροφὴ ${}_1X_\sigma$ κεῖται ἐπὶ τοῦ κλάδου τούτου.

Διὰ τὴν περίπτωσιν τῶν πρωτογενῶν καμπυλῶν ἀπομακρύνσεως (αἵτινες δύνανται νὰ θεωρηθοῦν ὡς διερευνητικαὶ καμπύλαι μηδενικῆς τάξεως) ἡ ἐξίσωσις (2) ἀνάγεται εἰς

$$F_O = F_O\,(X_\sigma,\ X_\alpha,\ {}_oX_\alpha,\ {}_\alpha X_\sigma) \tag{3}$$

καὶ διὰ τὴν περίπτωσιν τῶν πρωτογενῶν καμπυλῶν συναθροίσεως εἰς

$$F_O = F_O\,(X_\sigma,\ X_\alpha,\ {}_oX_\sigma,\ {}_\alpha X_\alpha). \tag{4}$$

Ἡ κλίσις μιᾶς οἱασδήποτε καμπύλης ἀπομακρύνσεως μετρουμένη εἰς μίαν προκαθωρισμένην τιμὴν ${}_\varrho X_\alpha$ τῆς μεταβλητῆς X δύναται νὰ γραφῇ (ἰδὲ σχ. 2 καὶ ἐξίσωσιν 2) ὡς

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial X_\alpha} = \int_{{}_\varrho X_\sigma}^{{}_\alpha X_\sigma} F_\nu\,({}_\varrho X_\alpha,\ X_\sigma,\ {}_\alpha X_\sigma,\ \sum_O^\nu {}_iX)\,dX_\sigma\,, \tag{5}$$

ἡ δὲ μεταβολὴ τῆς κλίσεως ταύτης συναρτήσει τῆς μεταβολῆς τῆς ${}_\alpha X_\sigma$ ὡς

$$\frac{\partial}{\partial_\alpha X_\sigma}\left(\frac{\partial \Lambda}{\partial X_\alpha}\right) = F_\nu\,({}_\varrho X_\alpha,\ {}_\alpha X_\sigma) + \int_{{}_\varrho X_\sigma}^{{}_\alpha X_\sigma} \frac{\partial F_\nu}{\partial_\alpha X_\sigma}\,dX_\sigma\,, \tag{6}$$

ἔνθα ${}_\varrho X_\sigma$ εἶναι ἴση μὲ τὴν προκαθωρισμένην τιμὴν ${}_\varrho X_\alpha$ τῆς X.

Ὁμοίως ἡ κλίσις μιᾶς οἱασδήποτε καμπύλης συναθροίσεως, μετρουμένη εἰς μίαν προκαθωρισμένην τιμὴν ${}_\varrho X_\sigma$, δύναται νὰ γραφῇ (ἰδὲ σχ. 2 καὶ ἐξίσωσιν 2) ὡς

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial X_\sigma} = \int_{{}_\alpha X_\alpha}^{{}_\varrho X_\alpha} F_\nu\,(X_\alpha,\ {}_\varrho X_\sigma,\ {}_\alpha X_\alpha,\ \sum_O^\nu {}_iX)\,dX_\alpha\,, \tag{7}$$

ἡ δὲ μεταβολὴ τῆς κλίσεως ταύτης συναρτήσει τῆς μεταβολῆς τῆς ${}_{\alpha}X_{\alpha}$ ὡς

$$\frac{\partial}{\partial_{\alpha}X_{\alpha}}\left(\frac{\partial\Lambda}{\partial X_{\sigma}}\right) = -\,F_{\nu}\,({}_{\varrho}X_{\sigma},\,{}_{\alpha}X_{\alpha}) + \int_{{}_{\alpha}X_{\alpha}}^{{}_{\varrho}X_{\alpha}} \frac{\partial F_{\nu}}{\partial_{\alpha}X_{\alpha}}\,dX_{\alpha}\,, \tag{8}$$

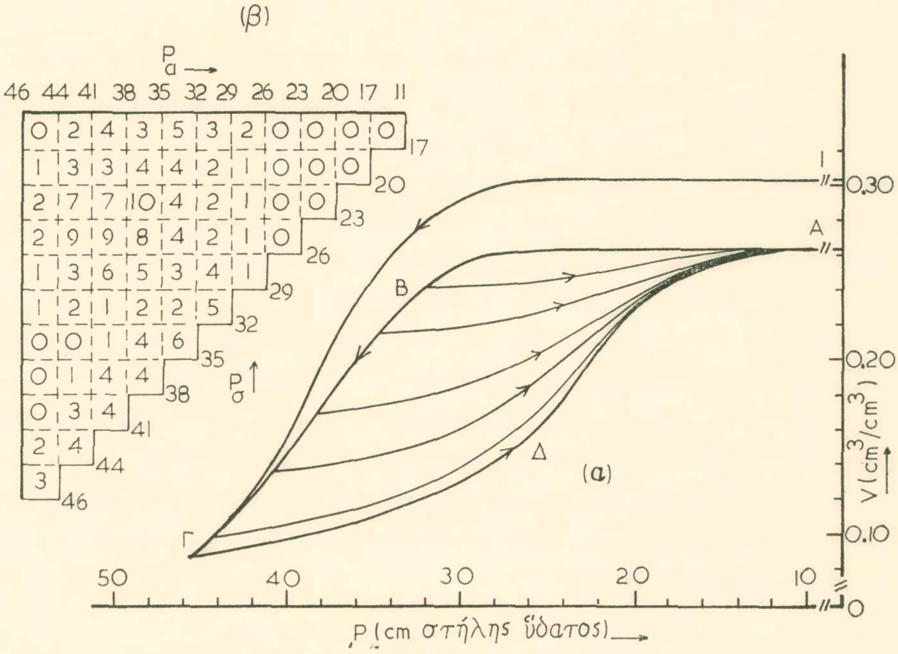
ἔνθα ${}_{\varrho}X_{\alpha}$ εἶναι ἴση μὲ τὴν προκαθωρισμένην τιμὴν ${}_{\varrho}X_{\sigma}$, ἔνθα ἡ κλίσις μετρεῖται.

Εἰς περίπτωσιν, καθ' ἣν ἡ μεταβλητὴ F δὲν ἐξαρτᾶται ἐκ τῶν ${}_{\alpha}X_{\alpha}$ καὶ ${}_{\alpha}X_{\sigma}$, τὰ ὁλοκληρώματα εἰς τὸ δεξιὸν τῶν ἐξισώσεων (6) καὶ (8) ἰσοῦνται μὲ τὸ μηδέν, ἡ μεταβολὴ δὲ εἰς τὸ ἀριστερὸν μέρος τῆς ἐξισώσεως (6) ἢ (8) δίδει τὴν τιμὴν τῆς F. Οὕτως ἡ τιμὴ τῆς F δύναται νὰ προσδιορισθῇ διὰ τῆς μετρήσεως τῆς μεταβολῆς τῆς κλίσεως, εἰς σειρὰν τιμῶν της X, διαδοχικῶν πρωτογενῶν καμπυλῶν ἀπομακρύνσεως ἢ συναθροίσεως ληφθεισῶν κατόπιν πειράματος. Εἰς περίπτωσιν, καθ' ἣν ἡ F ἐξαρτᾶται ἐξ ἀμφοτέρων τῶν ${}_{\alpha}X_{\sigma}$ καὶ ${}_{\alpha}X_{\alpha}$, τὰ ὁλοκληρώματα εἰς τὸ δεξιὸν τῶν ἐξισώσεων (6) καὶ (8) δύνανται νὰ λάβουν σημαντικὰς τιμάς, ὥστε ἡ μεταβολὴ τῆς κλίσεως εἰς τὸ ἀριστερὸν τῶν ἐξισώσεων (6) καὶ (8) νὰ μὴν ἀποτελῇ πλέον μέτρον τῆς τιμῆς τῆς F, ὁ ὑπολογισμὸς τῆς ὁποίας καθίσταται οὕτως ἀδύνατος. Τέλος εἶναι δυνατὸν ἡ F νὰ ἐξαρτᾶται ἐκ μιᾶς μόνον τῶν ${}_{\alpha}X_{\sigma}$, ${}_{\alpha}X_{\alpha}$. Εἰς τοιαύτην περίπτωσιν ὁ ὑπολογισμὸς τῆς F ἐκ πειραματικῶν καμπυλῶν εἶναι μὲν δυνατός, ἀπαιτεῖ ὅμως τὴν ὕπαρξιν πειραματικῶν καμπυλῶν οὐχὶ μόνον πρωτογενῶν, ἀλλὰ καὶ πρώτης καὶ δευτέρας τάξεως, ἐξ ἐκείνων αἵτινες δὲν ἐξαρτῶνται ἐκ τῆς τιμῆς ${}_{\alpha}X$.

ΣΥΓΚΡΙΣΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΚΑΙ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΩΝ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ

Ἡ ὡς ἄνω θεωρία δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ τὴν ἐξέτασιν γενικῶς τοῦ φαινομένου τῆς ὑστερήσεως, ἥτις ἐμφανίζεται εἰς πολλὰ φυσικὰ φαινόμενα (ὡς π. χ. εἰς τὸν μαγνητισμόν, τὴν προσρόφησιν ἀερίων ἢ ἀτμῶν ὑπὸ πορωδῶν μέσων κλπ.) ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι αἱ ἀναφερθεῖσαι εἰς τὴν εἰσαγωγὴν τοῦ παρόντος συνθῆκαι ἐκπληροῦνται. Ἡ ἐφαρμογὴ τῆς θεωρίας τῶν στοιχείων δὲν ἀπαιτεῖ προηγουμένην γνῶσιν τῶν φυσικῶν αἰτίων, ἅτινα εἶναι ὑπεύθυνα διὰ τὴν ἐμφάνισιν τῆς ὑστερήσεως, δύναται ὅμως νὰ παράσχῃ πληροφορίας περὶ τούτων καὶ καθιστᾷ δυνατὴν τὴν πλήρη γνῶσιν τῆς σχέσεως μεταξὺ δύο μεταβλητῶν Λ καὶ X ἐξ ὀλίγων σχετικῶς πειραματικῶν δεδομένων.

Ἡ σύγκρισις πειράματος καὶ θεωρίας θὰ περιορισθῇ ἐνταῦθα εἰς τὴν ἐξέτασιν τῆς ὑστερήσεως τῆς παρατηρουμένης εἰς τὰς ὑδρολογικὰς ἰδιότητας τῶν πορωδῶν μέσων, περὶ τῶν ὁποίων ὁ συγγραφεὺς τοῦ παρόντος ἔχει προσωπικὴν ἐμπειρίαν. Εἰς τὸ σχ. 3α δεικνύεται ἡ σχέσις ὑστερήσεως, ἡ ὑφισταμένη μεταξὺ ποσοστοῦ ὑγρασίας πορώδους μέσου καὶ τῆς πιέσεως P, ὑπὸ τὴν ὁποίαν ἡ ὑγρασία αὕτη εὑρίσκεται ἐντὸς τοῦ πορώδους, προσδιορισθεῖσα πειραματικῶς εἰς πορῶδες σῶμα, ὅπερ συνίστατο ἐκ κόκκων ἄμμου. Ἡ μέθοδος τοῦ πειραματικοῦ προσδιορισμοῦ τῶν σχέσεων ὑστερήσεως τῶν ὑδρολογικῶν ἰδιοτήτων ἔχει περιγραφῆ ἀλλαχοῦ (Poulovassilis, 1970). Τὴν θέσιν τῆς μεταβλητῆς Λ λαμβάνει ἐνταῦθα τὸ ποσοστὸν ὑγρασίας καὶ ἐκείνην τῆς ἀνεξαρτήτου μεταβλητῆς X ἡ πίεσις P. Ἡ καμπύλη ΙΓ περιγράφει τὴν πρώτην ἀπομάκρυνσιν τοῦ ὕδατος ἐκ τοῦ πορώδους



Σχ. 3. (α) Πειραματικὴ σχέσις ὑστερήσεως, ὑφισταμένη μεταξὺ τῆς πιέσεως P καὶ τοῦ ποσοστοῦ ὑγρασίας V πορώδους μέσου. Ἡ καμπύλη ΙΓ περιγράφει τὴν πρώτην ἀπομάκρυνσιν τῆς ὑγρασίας. Αἱ καμπύλαι ΑΒΓ καὶ ΓΔΑ ἀποτελοῦν τὸν κύριον βρόχον ὑστερήσεως, ὅστις περιλαμβάνει δέσμην πρωτογενῶν καμπυλῶν συναθροίσεως. (β) Διάγραμμα κατανομῆς ληφθὲν κατόπιν ἀναλύσεως τῶν πρωτογενῶν καμπυλῶν τοῦ σχ. 3α. Οἱ ἀριθμοὶ παριστάνουν τὸ μέγεθος $\delta V = F_o \cdot \delta P_\sigma \cdot \delta P_a$ ἐκπεφρασμένον εἰς: $(cm^3/cm^3) \times 10^3$.

μέσου, ὅπερ ἀρχικῶς ἦτο κεκορεσμένον δι᾽ ὕδατος. Ἡ καμπύλη ΓΔΑ περιγράφει τὴν ἐπανείσοδον τοῦ ὕδατος, ἥτις ἠκολούθησε τὴν ἀναστροφὴν τῆς μεταβολῆς τῆς πιέσεως ἐξ ἀρνητικῆς εἰς θετικὴν λαβοῦσαν χώραν εἰς τὴν κατωτέραν πίεσιν $_oP_a$, τὴν ἐπιτευχθεῖσαν κατὰ τὸ πείραμα. Ἡ διαφορὰ $V_I - V_A$ μετρεῖ τὸν ὄγκον τοῦ ἐγκλωβισθέντος ἀέρος κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ἐπανεισόδου τοῦ ὕδατος. Ὁ κλάδος ΑΒΓ περιγράφει τὴν ἐκ νέου ἀπομάκρυνσιν τοῦ ὕδατος καὶ ἀποτελεῖ μετὰ τοῦ κλάδου ΓΔΑ τὸν ἀναπαραγώγιμον κύριον βρόχον ὑστερήσεως. Ἐντὸς τοῦ βρόχου τούτου περικλείεται δέσμη πειραματικῶν πρωτογενῶν καμπυλῶν συναθροίσεως.

Ἡ ἐξίσωσις (8) διὰ τὴν περίπτωσιν τῶν πρωτογενῶν καμπυλῶν τῆς ἐξεταζομένης σχέσεως ὑστερήσεως δύναται νὰ διατυπωθῇ, λαμβανομένης ὑπ᾽ ὄψιν καὶ τῆς ἐξισώσεως (4), ὡς

$$\frac{\partial}{\partial_\alpha P_\alpha}\left(\frac{\partial V}{\partial P_\sigma}\right) = -F_O({}_\varrho P_\sigma, {}_\alpha P_\sigma) + \int_{{}_\alpha P_\alpha}^{{}_\varrho P_\alpha} \frac{\partial F_O}{\partial_\alpha P_\alpha} dP_\alpha . \qquad (9)$$

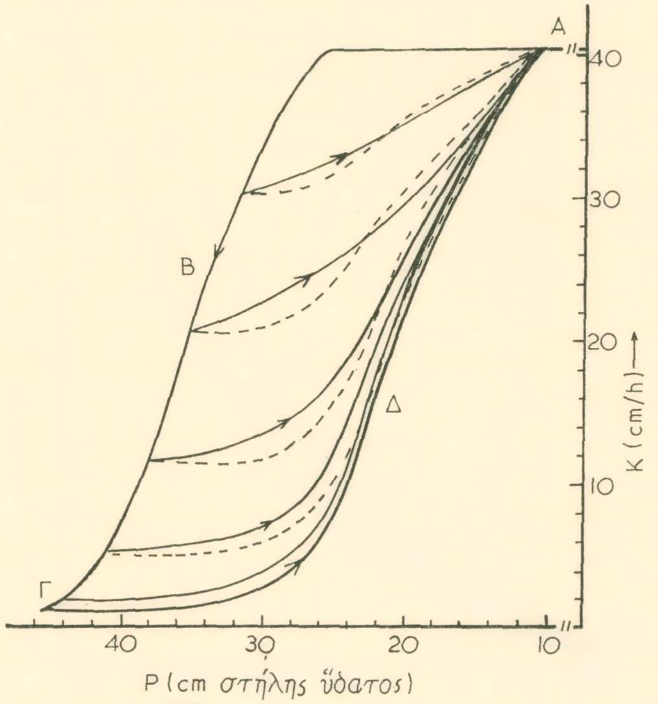
Ἡ ἐξέτασις τῶν πρωτογενῶν καμπυλῶν τοῦ σχ. 3α ἀποκαλύπτει ὅτι ἡ κλίσις, μετρουμένη εἰς οἱανδήποτε τιμὴν τῆς P ἐπὶ τῶν καμπυλῶν τούτων, συνεχῶς αὐξάνεται ὡς ἡ ${}_\alpha P_\alpha$, ἔνθα αἱ καμπύλαι ἐκκινοῦν, μειοῦται. Ἤτοι ἡ ἐξίσωσις (9) παραμένει πάντοτε ἀρνητική, ὅπερ σημαίνει ὅτι τὸ ὁλοκλήρωμα εἰς τὸ δεξιὸν μέρος της, ἐὰν εἶναι διάφορον τοῦ μηδενός, δὲν δύναται νὰ λάβῃ τιμὰς ἱκανὰς νὰ καταστήσουν τὴν ἐξίσωσιν ταύτην θετικὴν ἢ ἔστω ἴσην μὲ τὸ μηδέν. Εἰς τοιαύτην περίπτωσιν δικαιολογεῖται ἡ μεταβλητὴ F νὰ θεωρηθῇ ὡς ἀνεξάρτητος τῆς ${}_\alpha P_\alpha$ καὶ τὸ ὁλοκλήρωμα εἰς τὴν ἐξίσωσιν (9) ὡς ἴσον πρὸς τὸ μηδέν. Οὕτως ἡ μεταβολὴ τῆς κλίσεως εἰς τὸ ἀριστερὸν τῆς (9) δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς δίδουσα τὴν τιμὴν τῆς F. Εἰς τὸ σχ. 3β ἐμφαίνεται διάγραμμα κατανομῆς τῆς τιμῆς $F \cdot \delta P_\sigma \cdot \delta P_\alpha$, ληφθὲν κατόπιν ἀναλύσεως τῶν πρωτογενῶν καμπυλῶν τοῦ σχ. 3α.

Ὁμοίως ἡ ἐξίσωσις (6) διὰ τὴν περίπτωσιν τῶν πρωτογενῶν καμπυλῶν ἀπομακρύνσεως τῆς ἐξεταζομένης σχέσεως δύναται νὰ διατυπωθῇ, λαμβάνοντες ὑπ᾽ ὄψιν καὶ τὴν ἐξίσωσιν (3), ὡς

$$\frac{\partial}{\partial_\alpha P_\sigma}\left(\frac{\partial V}{\partial P_\alpha}\right) = F_O({}_\varrho P_\alpha, {}_\alpha P_\sigma) + \int_{{}_\varrho P_\sigma}^{{}_\alpha P_\sigma} \frac{F_O}{{}_\alpha P_\sigma} dP_\sigma . \qquad (10)$$

Διά τινα πορώδη μέσα ἡ ἐξίσωσις (10) εὑρέθη πάντοτε θετικὴ καὶ ὡς ἐκ τούτου ἡ F ἐθεωρήθη ὡς ἀνεξάρτητος τῆς ${}_\alpha P_\sigma$ (Poulovassilis, 1962, 1970). Διὰ τὰ μέσα ταῦτα ἓν διάγραμμα, ὡς τὸ εἰκονιζόμενον εἰς τὸ σχ. 3β, ἐπαρκεῖ διὰ τὸν καθορισμὸν τῆς τιμῆς τῆς V εἰς οἱανδήποτε τιμὴν τῆς P, ἐὰν ἡ προϊστορία τῶν μεταβολῶν τῆς τελευταίας εἶναι γνωστή. Ἀντιθέτως δι᾽ ἕτερα πορώδη μέσα εὑρέθη ὅτι τὸ ὁλοκλήρωμα εἰς τὸ δεξιὸν τῆς (10) ἐλάμβανεν τοιαύτας ἀρνητικὰς τιμάς, ὥστε νὰ καθιστᾷ τὴν ἐξίσωσιν ταύτην ἀρνητικήν. Τοῦτο δεικνύει τὴν ὕπαρξιν ἰσχυρᾶς ἐξαρτήσεως τῆς F ἐκ τῆς ${}_\alpha P_\sigma$ (Poulovassilis καὶ Childs, 1971). Τὸ διάγραμμα τοῦ σχ. 3β δὲν εἶναι πλέον ἱκανὸν νὰ προσδιορίσῃ τὴν τιμὴν τῆς F καὶ πρὸς τοῦτο ἀπαιτοῦνται καὶ ἕτερα τοιαῦτα, λαμβανόμενα κατόπιν ἀναλύσεως δεσμῶν διερευνητικῶν καμπυλῶν συναθροίσεως πρώτης καὶ δευτέρας τάξεως (Poulovassilis, 1973).

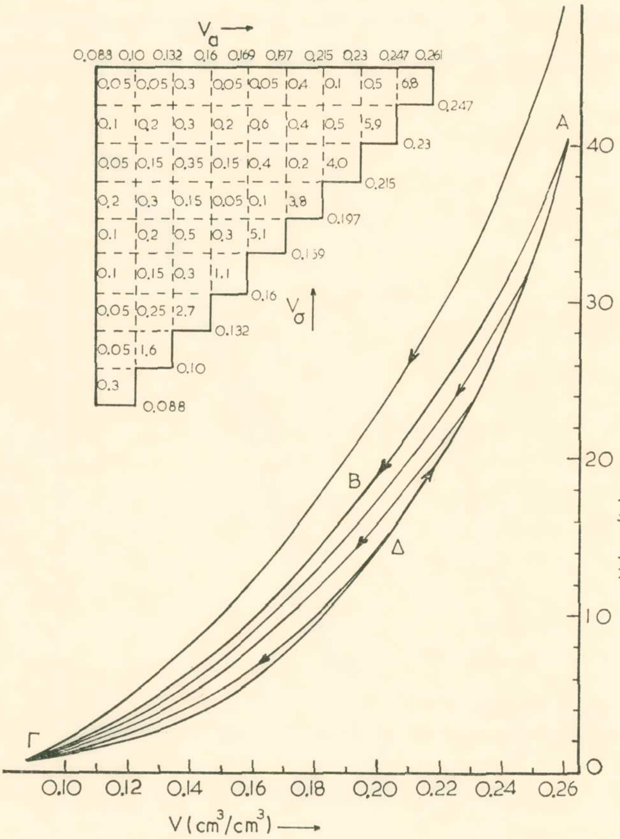
Εἰς τὸ σχ. 4 ἐμφαίνεται ἡ σχέσις ὑστερήσεως, ἡ ὑφισταμένη μεταξὺ τῆς ὑδραυλικῆς ἀγωγιμότητος K (ἐξαρτημένη μεταβλητὴ) καὶ τῆς πιέσεως P (ἀνεξάρτητος μεταβλητὴ) διὰ τὸ αὐτὸ πορῶδες μέσον. Διὰ τὴν περίπτωσιν τῆς σχέσεως ταύτης ἐδείχθη (Poulovassilis καὶ Tzimas, 1974) ὅτι ἡ μεταβλητὴ F ἐξαρτᾶται



Σχ. 4. Πειραματικὴ σχέσις ὑφισταμένη μεταξὺ τῆς πιέσεως P καὶ τῆς ὑδραυλικῆς ἀγωγιμότητος K πορώδους μέσου. Ὁ κύριος βρόχος ὑστερήσεως ΑΒΓΔΑ περικλείει δέσμην πειραματικῶν πρωτογενῶν καμπύλων συναθροίσεως (συνεχεῖς γραμμαί) καὶ ὑπολογισθεισῶν τοιούτων (διακεκομμέναι γραμμαί).

πάντοτε ἐκ τῆς $_{\alpha}P_{\alpha}$. Αἱ πρωτογενεῖς καμπύλαι συναθροίσεως τοῦ σχ. 4, αἱ παριστάμεναι διὰ τῶν διακεκομμένων γραμμῶν, ὑπελογίσθησαν ὡς ἐὰν ἡ F ἦτο ἀνεξάρτητος τῆς $_{\alpha}P_{\alpha}$. Ἡ σύγκρισίς των μετὰ τῶν πειραματικῶν τοιούτων δεικνύει τὴν σοβαρότητα τῆς ἐξαρτήσεως ταύτης. Ὁμοίως ἐδείχθη ὅτι διά τινα μὲν πορώδη μέσα ἡ F εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς $_{\alpha}P_{\sigma}$, δι᾽ ἕτερα δὲ ἰσχυρῶς ἐξαρτωμένη ἐκ ταύτης. Οὕτω διὰ τὴν τελευταίαν περίπτωσιν ὁ προσδιορισμὸς τῆς τιμῆς τῆς F εἶναι ἀδύνατος.

Τέλος εἰς τὸ σχ. 5α παρουσιάζεται ἡ σχέσις ὑστερήσεως ἡ ὑφισταμένη μεταξὺ τοῦ ποσοστοῦ ὑγρασίας V (ἀνεξάρτητος μεταβλητὴ) καὶ τῆς ὑδραυλικῆς ἀγωγιμότητος K (ἐξηρτημένη μεταβλητὴ) διὰ τὸ αὐτὸ πορῶδες μέσον. Ὁ κύριος βρόχος περιλαμβάνει δέσμην πρωτογενῶν καμπυλῶν ἀπομακρύνσεως. Διὰ τὴν



Σχ. 5. (α) Πειραματικὴ σχέσις ὑστερήσεως, ὑφισταμένη μεταξὺ ποσοστοῦ ὑγρασίας V καὶ τῆς ὑδραυλικῆς ἀγωγιμότητος K πορώδους μέσου. Ἡ καμπύλη ΙΓ περιγράφει τὴν σχέσιν κατὰ τὴν πρώτην ἀπομάκρυνσιν τοῦ ὕδατος αἱ δὲ ΑΒΓ καὶ ΓΔΑ ἀποτελοῦν τὸν κύριον βρόχον ὑστερήσεως, ὅστις περιλαμβάνει δέσμην πειραματικῶν πρωτογενῶν καμπυλῶν ἀπομακρύνσεως. (β) Διάγραμμα κατανομῆς ληφθὲν κατόπιν ἀναλύσεως τῶν πρωτογενῶν καμπυλῶν τοῦ σχ. 5α. Οἱ ἀριθμοὶ παριστάνουν τὸ μέγεθος $\delta K = F_o \cdot \delta V_\sigma \cdot \delta V_\alpha$ ἐκπεφρασμένον εἰς cm/h.

σχέσιν ταύτην εὑρέθη (Poulovassilis καὶ Tzimas, 197 - ἐργασία ὑποβληθεῖσα πρὸς δημοσίευσιν) ὅτι ἡ F δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς ἀνεξάρτητος ἀμφοτέρων τῶν $_\alpha V_\alpha$ καὶ $_\alpha V_\sigma$, ἡ δὲ τιμὴ τῆς F νὰ προσδιορισθῇ κατόπιν ἀναλύσεως μιᾶς δέσμης πρωτογενῶν καμπυλῶν μόνον. Εἰς τὸ σχ. 5β ἐμφαίνεται διάγραμμα κατανομῆς τῆς τιμῆς $F \cdot \delta V_\sigma \cdot \delta V_\alpha$, ὑπολογισθὲν ἐκ τῶν πρωτογενῶν καμπυλῶν τοῦ σχ. 5α. Ἐκ τοῦ διαγράμματος τούτου δύναται νὰ ὑπολογισθῇ ἡ τιμὴ τῆς K διὰ τυχὸν ποσοστὸν ὑγρασίας, ἐὰν εἶναι γνωστὴ ἡ προϊστορία διαβροχῆς καὶ ἀποξηράνσεως τοῦ πορώδους μέσου.

S U M M A R Y

The main features of a generalized domain theory of hysteresis are described. The theory is based on the assumption that a domain which always adds its contribution $\delta\Lambda$, when the independent variable X increases by δX at the mean value X_σ subtracts it, when X decreases by δX at the mean value X_a which may not be constant, but may depend on the value ${}_aX_\sigma$ at which the increment of X was reversed from positive to negative most recently; similarly, that a domain which always subtracts its contribution when X decreases by δX at the mean value X_a adds it at a value X_σ which may not be constant, but may depend on the value ${}_aX_a$ at which the increment of X was reversed from negative to positive most recently. A consequence of the above assumption is that a function F which may be adopted to describe the distribution of the domains in a distribution diagram may depend on the values ${}_aX_\sigma$, ${}_aX_a$ and if so it will depend also on the values of X at which all other reversals of the increment of X took place previous to the last one. General equations for the dependence of the function F on X after, say, n previous reversals of the increment of X and for the determination of the value of F are derived.

It is pointed out that the use of the domain theory does not require a previous knowledge of the factors responsible for the manifestation of hysteresis in the relationship between a property Λ and an independent variable X and that the theory can be applied for the study of any hysteretic relationship as long as the repeated variation of X between two limiting values results in a closed reproducible loop inside the main loop and all loops show the same hysteretic feature i. e. at any given value of X the value of Λ, when measured on the boundary of decreasing X is always found to be smaller than that measured on the boundary of increasing X of the same loop.

Experimental hysteretic relationships between soil water pressure P and water content V, soil water pressure and hydraulic conductivity K and water content and hydraulic conductivity obtained up to now are examined comparatively in the light of the domain theory. It is concluded that some hysteretic relationships between P and V show the function F to be independent of both reversal values ${}_aP_\sigma$ and ${}_aP_a$, while others show a dependence of F on ${}_aP_\sigma$ only; all hysteretic relationships between P and K show a dependence of F on ${}_aP_a$, while some on both ${}_aP_a$ and ${}_aP_\sigma$; and that all the relationships between V and K show the function F to be independent of both ${}_aV_\sigma$ and ${}_aV_a$.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

A. J. Enderby, The domain model of hysteresis I. Trans. Faraday Soc. 51 (1955), 835 - 848.

———, The domain model of hysteresis II. Trans. Faraday Soc. 52 (1956), 406 - 420.

D. H. Everett, A general approach to hysteresis III. Trans. Faraday Soc. 50 (1954), 1077 - 1096.

———, A general approach to hysteresis IV. Trans. Faraday Soc. 51 (1955), 1551 - 1557.

———, Adsorption hysteresis. In: Solid-gas interface, 2: Ch. 36 Ed.: E. Alison Flood. New York 1967. Marcel Dekker, Inc.

D. H. Everett, F. W. Smith, A general approach to hysteresis II. Trans. Faraday Soc. 50 (1954), 787 - 797.

D. H. Everett, W. J. Whitton, A general approach to hysteresis I. Trans. Faraday Soc. 48 (1952), 749 - 763.

L. Néel, Theorie des lois' d'aimentation de Lord Rayleigh. I des deplacements d'une paroi isolée. Cah, Phys. 12 (1942), 11 - 20.

A. Poulovassilis, Hysteresis of pore water, an application of the concept of independent domains. Soil Sci. 93 (1962), 405 - 412.

———, The hysteresis of pore water in granular porous bodies. Soil Sci. 109 (1970), 5 - 12.

———, The hysteresis of pore water in presence of non - independent water elements. Ecological Studies 4: «Physical aspects of soil water and salts in ecosystems». Eds.: A. Hadas, D. Swartzendruber, P. E. Rijtema, M. Fuchs and B. Yaron, 161 - 180. Springer - Verlag Berlin, Heidelberg, New - York, 1973.

A. Poulovassilis, E. C. Childs, The hysteresis of pore water: the non-independence of domains. Soil Sci. 112 (1971), 301 - 312.

A. Poulovassilis, E. Tzimas, The hysteresis in the relationship between hydraulic conductivity and suction. Soil Sci. 116 (1974), (5).
A. Poulovassilis, E. Tzimas, The hysteresis in the relationship between hydraulic conductivity and soil water content. Soil Sci. (submitted for publication), 197-.
F. Preisach, Über die magnetische Nachwirkung. Z. Physik 94 (1935), 277-302.

★

Ὁ Ἀκαδημαϊκὸς κ. **Νικ. Ρουσσόπουλος**, παρουσιάζων τὴν ἀνωτέρω ἀνακοίνωσιν, εἶπε τὰ ἑξῆς:

Κύριε Πρόεδρε,

Ἔχομεν τὴν τιμὴν νὰ παρουσιάσωμεν εἰς τὴν Ἀκαδημίαν ἐργασίαν τοῦ κ. Ἀλεξάνδρου Πουλοβασίλη ὑπὸ τὸν τίτλον: «Μία γενικὴ θεώρησις τοῦ φαινομένου τῆς ὑστερήσεως» (βάσει τῆς ὑστερήσεως εἰς τὰς ὑδρολογικὰς ἰδιότητας τῶν πορωδῶν μέσων).

Ὁ κ. Ἀλέξ. Πουλοβασίλης, διπλωματοῦχος τῆς Α. Γ. Σ. Α. καὶ διδάκτωρ τῆς φιλοσοφίας (Ph Dr) τοῦ Πανεπιστημίου τοῦ Cambridge, ἐπὶ δεκαπενταετίαν συνεχῶς ἀσχολούμενος μὲ τὴν φυσικὴν τοῦ ἐδάφους, καὶ δὴ καὶ μὲ τὰς σχέσεις ὕδατος καὶ ἐδάφους, εἰργάσθη ἐπὶ 9 ἔτη εἰς τὸ ἐργαστήριον Φυσικῆς τοῦ ἐδάφους τοῦ τελευταίως καὶ προώρως ἐκλιπόντος διαπρεποῦς Φυσικοῦ ἐδαφολόγου Childs, ὅπου καὶ σήμερον ὑπηρετεῖ ὡς Principal Scientific Officer, καὶ ἐπὶ τριετίαν, εἰς τὸ ἐργαστήριον Γεωργικῆς Χημείας τῆς Α. Γ. Σ. Α., ὅπου καὶ ἐξετέλεσε διατριβὴν ἐπὶ ὑφηγεσίᾳ.

Σήμερον, ὡς ἐκ τῶν πολλῶν καὶ σημαντικῶν αὐτοῦ ἐργασιῶν, δημοσιευθεισῶν εἰς τὰ ἐγκυρότερα εἰδικὰ περιοδικὰ (Soil Scence, Journal of Soil Science) θεωρεῖται ὡς αὐθεντία εἰς τὰ ζητήματα τῶν πορωδῶν μέσων, τόσον ἀπὸ ἐπόψεως θεωρίας, ὅσον καὶ ἀπὸ ἐπόψεως πειραματισμοῦ, λόγῳ καὶ τῆς ἐξαιρετικῆς αὐτοῦ πειραματικῆς δεξιοτεχνίας.

Ὡς γνωστὸν ἐκ τῆς φυσικῆς (μαγνητισμοῦ, ἠλεκτρισμοῦ, μηχανικῆς κλπ.) ὁμιλοῦμεν περὶ ὑστερήσεως, ὅταν ἡ καμπύλη ἡ παριστῶσα τὴν συνάρτησιν μιᾶς ἐξηρτημένης μεταβλητῆς Λ ἐκ μιᾶς ἀνεξαρτήτου μεταβλητῆς x, $\Lambda = f(x)$, εἶναι διάφορος, ἀναλόγως ἐὰν ἡ x αὐξάνει ἀπὸ $x = \alpha$ εἰς $x = \sigma$ ἤ, ἀντιθέτως, μειοῦται ἀπὸ $x = \sigma$ εἰς $x = \alpha$· ἤτοι, ὅταν ἡ σχέσις δὲν εἶναι ἀναστρεπτή.

Μετὰ εἰσαγωγήν, εἰς ἣν ὁ κ. Πουλοβασίλης δίδει ἀπαραιτήτους ὁρισμοὺς καὶ περιγραφάς, π. χ. τῶν διαφόρων βρόχων (κύκλων) ὑστερήσεως: κυρίου βρόχου, βρόχων δευτερογενῶν, τριτογενῶν κ. ο. κ. (ἐντὸς τοῦ κυρίου), τῶν κλάδων συναθροίσεως καὶ ἀπομακρύνσεως τῶν βρόχων (ὑγράνσεως καὶ ξηράνσεως π. χ. προκειμένου περὶ πορωδῶν μέσων) κλπ., ἐκθέτει συνοπτικῶς τὴν θεωρίαν τῶν στοιχείων καὶ τῆς παραστάσεως αὐτῶν ἐπὶ διαγράμματος κατανομῆς καὶ δὴ τόσον κατὰ τὴν κλασσικὴν θεωρίαν τῶν ἀνεξαρτήτων στοιχείων (τῶν Everett, Enderby κλπ.), ὅσον καὶ κατὰ τὴν θεωρίαν τῶν ἐξηρτημένων στοιχείων (κατὰ Πουλοβασίλην καὶ Childs, 1971 καὶ κατὰ Πουλοβασίλην, 1973), καθ' ἣν ἡ τιμὴ τῆς συναρτήσεως κατανομῆς F τῶν κλασσικῶν τύπων ἐξαρτᾶται ὄχι μόνον ἐκ τῶν τιμῶν τῆς x, ἔνθα ἔλαβε χώραν ἡ τελευταία ἀναστροφή, ἀλλὰ καὶ ἐξ ὅλων τῶν τιμῶν τῆς x, ἔνθα εἶχον λάβει ἐνδεχομένως προγενέστεραι ἀναστροφαὶ εἰς τὰς καμπύλας ὑστερήσεως.

Ἡ γενικωτέρα αὕτη θεώρησις ἄγει τὸν συγγραφέα εἰς μαθηματικοὺς τύπους (διαφορικοὺς καὶ ὡρισμένα ὁλοκληρώματα), οἵτινες περιλαμβάνουν ὅλας τὰς περιπτώσεις ὑστερήσεως, ἀναλόγως τῆς τιμῆς τῆς συναρτήσεως κατανομῆς F.

Οὕτως ἡ θεωρία τῶν στοιχείων δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ τὴν γενικωτέραν ἐξέτασιν τῶν φαινομένων ὑστερήσεως, ἥτις ἐμφανίζεται εἰς πολλὰ φυσικὰ φαινόμενα, ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι αἱ ἀναφερθεῖσαι εἰς τὴν εἰσαγωγὴν συνθῆκαι ἐκπληροῦνται.

Ἡ ἐφαρμογὴ τῆς θεωρίας δὲν ἀπαιτεῖ, σημειωτέον, τὴν προηγουμένην γνῶσιν τῶν φυσικῶν αἰτίων, ἅτινα εἶναι ὑπεύθυνα διὰ τὴν ἐμφάνισιν τῆς ὑστερήσεως, δύναται ὅμως νὰ παράσχῃ πληροφορίας περὶ τούτων καὶ καθιστᾷ δυνατὴν τὴν πλήρη γνῶσιν τῆς σχέσεως μεταξὺ δύο μεταβλητῶν Λ καὶ x ἐξ ὀλίγων, σχετικῶς, πειραματικῶν δεδομένων.

Ἐν συνεχείᾳ τῆς θεωρητικῆς ἀναπτύξεως ὁ συγγραφεὺς περιορίζεται, πρὸς σύγκρισιν μετὰ τοῦ πειράματος, εἰς τὴν ἐξέτασιν τῆς ὑστερήσεως τῆς παρατηρουμένης εἰς τὰς ἰδιότητας τῶν πορωδῶν μέσων (ἄμμων κόκκων ὡρισμένης διαμέτρου), τὰς ὁποίας εἰς προγενεστέρας ἐργασίας αὐτοῦ ἔχει κατὰ βάθος μελετήσει: Ὑστέρησιν μεταξὺ ποσοστοῦ ὑγρασίας πορώδους μέσου V καὶ πιέσεως P (μυζήσεως ὅταν ἡ P ἀρνητική) σχέσιν ὑστερήσεως μεταξὺ ὑδραυλικῆς ἀγωγιμότητος K καὶ πιέσεως P, εἰς δύο διαφόρους περιπτώσεις διὰ τὴν τελευταίαν ταύτην σχέσιν.

Ἡ σύμπτωσις θεωρίας καὶ πειράματος (βλ. π.χ. σχ. 4) εἶναι ἱκανοποιητική.

Τὴν ἐργασίαν τοῦ κ. Πουλοβασίλη συνοδεύουν 5 σχήματα, ἐξ' ὧν τὸ ἓν γενικὸν (σχ. 1) καὶ τὸ δεύτερον εἰς διπλοῦν (σχ. 2) διάγραμμα κατανομῆς ἐπεξηγηματικὸν τῆς συναθροίσεως καὶ ἀπομακρύνσεως ἀνεξαρτήτων καὶ ἐξηρτημένων στοιχείων. Εἰς τὸ τέλος ὁ συγγραφεὺς παραθέτει καὶ σχετικὴν βιβλιογραφίαν.

Ἐν συνόψει ἡ πρωτοτυπία τῆς ἀνακοινώσεως τοῦ κ. Πουλοβασίλη ἔγκειται εἰς τὸ ὅτι :

1. Εἰς τὴν ἐργασίαν αὐτοῦ διατυποῦνται αἱ γενικαὶ προϋποθέσεις ἐφαρμογῆς τῶν στοιχείων εἰς οἱανδήποτε σχέσιν ὑστερήσεως, ἐφ' ὅσον αἱ καμπύλαι αἱ περιγράφουσαι τὴν σχέσιν ὑπείκουν εἰς ὡρισμένους κανόνας: π. χ. ὅτι κάθε παλινδρόμησις τῆς Χ παράγει δυνάμενον νὰ ἐπαναδιανυθῇ κλειστὸν μερικὸν βρόχον.

2. Ἡ ἔννοια τῶν ἐξηρτημένων στοιχείων γενικεύεται καὶ διατυποῦνται διὰ πρώτην φορὰν γενικαὶ ἐξισώσεις διὰ κάθε καμπύλην, λαμβανομένην κατόπιν οἱωνδήποτε ἀναστροφῶν τῆς μεταβολῆς τῆς ἀνεξαρτήτου μεταβλητῆς (ἐξισώσεις 2 - 8).

3. Αἱ σχέσεις εἰς ὅλας τὰς ὑδρολογικὰς ἰδιότητας τῶν πορωδῶν μέσων ἐξετάζονται συγκριτικῶς ὑπὸ τὸ φῶς τῆς γενικῆς θεωρήσεως τοῦ συγγραφέως.

Περιττόν, ἐξ ἄλλου, νὰ τονισθῇ ἡ σημασία τῆς ἐργασίας, ἰδιαιτέρως διὰ τὴν θεωρητικὴν (καὶ ἑπομένως καὶ πρακτικὴν) γεωργικὴν ὑδραυλικήν.

Διὰ περισσότερα παραπέμπομεν εἰς τὰ Πρακτικὰ τῆς Ἀκαδημίας.