

ΠΡΑΚΤΙΚΑ ΤΗΣ ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ ΑΘΗΝΩΝ

ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΙΣ ΒΙΒΛΙΟΥ *

Ο Ακαδημαϊκός κ. **Φ. Βασιλείου** παρουσιάζων τὸ βιβλίον τοῦ κ. Árpád Szabó : «Απαρχαὶ τῆς Ἑλληνικῆς Μαθηματικῆς Ἐπιστήμης» εἶπε τὰ ἔξης :

Ἐχω τὴν τιμὴν νὰ παρουσιάσω εἰς τὴν Ἀκαδημίαν Ἀθηνῶν τὸ τελευταῖος ἐκδοθὲν βιβλίον ἐκ πεντακοσίων σελίδων καὶ εἰς τὴν γερμανικὴν γλῶσσαν, τοῦ εἰς τὸ Κέντρον Ἐρευνῶν τῆς Ἀκαδημίας Ἐπιστημῶν τῆς Βουδαπέστης ἐργαζομένου πανεπιστημιακοῦ καθηγητοῦ κ. Árpád Szabó. Τὸ σύγγραμμα τοῦτο, φέρον τὸν τίτλον «Απαρχαὶ τῆς Ἑλληνικῆς Μαθηματικῆς Ἐπιστήμης», εἶχεν ὅ συγγραφεὺς τὴν εὐγενὴ καλωσύνην μὲ ἀφιέρωσίν του νὰ ἀποστείλῃ εἰς τὴν ἡμετέραν Ἀκαδημίαν.

Ως πληροφοροῦμαι, μετάφρασις τοῦ ὡς ἄνω βιβλίου εἰς τὴν ἀγγλικὴν θέλει συντόμως ἀκολουθήσει.

Αἱ «Απαρχαὶ τῆς Ἑλληνικῆς Μαθηματικῆς Ἐπιστήμης» ἀποτελοῦν περίληψιν τῶν ἐργασιῶν εἰς τὰς δοποίας ὁ συγγραφεὺς, κατὰ τὴν διάρκειαν τῶν τελευταίων δεκαπέντε ἑτῶν, ἐπραγματεύθη προβλήματα ἀφορῶντα εἰς τὰ Μαθηματικὰ τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων. Αἱ ἐπὶ τῶν Μαθηματικῶν αὐτῶν ἔρευναι, ἐκτεινόμεναι εἰς τρεῖς διαφόρους, ἵσης ὅμως σπουδαιότητος, ἐποχὰς τῆς Ἰστορίας τῶν Μαθηματικῶν τῆς Ἑλληνικῆς Ἀρχαιότητος, ἐδημιούργησαν — ἡμπορεῖ κανεὶς νὰ εἴπῃ — τελείως «νέαν κατάστασιν» μὲ τὴν ἀνασκευὴν ὧδισμένων ἐσφαλμένων δοξασιῶν προγενεστέρων ἔρευνητῶν.

Δέον ἔξι ἀρχῆς νὰ τονισθῇ ὅτι, ἀν καὶ αἱ περὶ ᾧς ὁ λόγος ἔρευναι δὲν ἀποτελοῦν πλήρη καὶ συστηματικὴν ἔκθεσιν τῆς πρώτης περιόδου τῆς Ἑλληνικῆς Μαθηματικῆς Ἐπιστήμης, ὅμως δύνανται νὰ χρησιμεύσουν ὡς ἀπαρχὴ μιᾶς τελείως νέας εἰκόνος τῆς Ἰστορικῆς ἔξελίξεως τῆς Ἑλληνικῆς Ἐπιστήμης.

Τὸ βιβλίον διαιρεῖται εἰς τρία μέρη, ἀνάλογα μὲ τὰς τρεῖς ἔξεταζομένας ἐποχάς, δηλ. 1) τῶν πρώτων χρόνων τῆς Ἰστορίας τῶν ἀσυμμέτρων, 2) τῆς

* Συνεδρία τῆς 5ης Μαρτίου 1970.

προευκλειδείου θεωρίας τῶν λόγων καὶ 3) τῆς συστηματικῆς ἀναπτύξεως τῶν Μαθηματικῶν ὡς παραγωγικῆς ἐπιστήμης.

Εἰς τὸ πρῶτον τῶν μερῶν τούτων, ἀναφερόμενον εἰς τὴν γένεσιν τῆς θεωρίας τῶν ἀσυμμέτρων, ἡ ἐρευνητικὴ κατεύθυνσις τοῦ συγγραφέως ἀποκλίνει σαφῶς ἐκείνης, τὴν δποίαν ἀπὸ τοῦ P. Tannery καὶ ἔπειτα, σχεδὸν ἀνευ ἐξαιρέσεων, εἶχον ἀκολουθήσει εἰς τὰς ἐργασίας των οἱ διάφοροι ἐρευνηταί. Εἰς τὸ μέρος αὐτὸ δ συγγραφεὺς καταλίγει εἰς τὴν «ὑπόθεσιν» ὅτι ἡ ἐπινόησις τῶν ἀσυμμέτρων θὰ ἔποεπε νὰ ἐγένετο κατὰ τὴν ἀναζήτησιν τῆς «μέσης ἀναλόγου» μεταξὺ δύο ἀριθμῶν ἢ μεγεθῶν. Τὸ πρόβλημα τοῦ «ἀσυμμέτρου» διὰ τοὺς Ἕλληνας, ἀν τοῦτο θεωρηθῆ ἀπὸ ίστορικὴν ἔποψιν, ἵτο ἀρχικὰ πρόβλημα τῆς θεωρίας τῶν λόγων.

Εἰς τὸ δεύτερον μέρος, δ συγγραφεὺς ἀποκρούει τὰς «εἰκασίας» προγενεστέρων του, κατὰ τὰς δποίας δῆθεν οἱ Πυθαγόρειοι εἰσήγαγον τὴν Γεωμετρίαν εἰς τὰς ἐπὶ τῆς Μουσικῆς παρατηρήσεις των. Τούναντίον καταδεικνύει, ὅτι ἡ θεωρία τῶν λόγων, ἡ δποία τὸ πρῶτον ἀνεπτύχθη εἰς τὴν πυθαγόρειον θεωρίαν τῆς Μουσικῆς, μετεφέρομη διὰ τῆς Ἀριθμητικῆς εἰς τὸ πρόβλημα τῆς «γεωμετρικῆς δμοιότητος» καὶ δι' αὐτοῦ ἐπίσης εἰς τὸ πρόβλημα τῶν «ἀσυμμέτρων».

Εἰς τὸ τρίτον τέλος μέρος τοῦ βιβλίου, δ συγγραφεὺς ἐξετάζει τίνι τρόπῳ κατέστη δυνατὸν τὰ Μαθηματικὰ νὰ ἐξελιχθοῦν εἰς συστηματικὴν παραγωγικὴν ἐπιστήμην καθὼς ἐπίσης τίνι τρόπῳ κατέστη δυνατὸν νὰ τεθοῦν αἱ βάσεις αὐτῶν.

Διὰ τοῦ τρόπου αὐτοῦ συμπληρώνει οὗτος τὸ εἰς τὰ προηγούμενα μέρη ἀπομεῖναν κενόν. Διότι, ναὶ μὲν ἐξητάσθη εἰς τὰ μέρη ἐκεῖνα πῶς τὰ Μαθηματικὰ τῶν Ἑλλήνων, κατὰ τὴν πορείαν τῆς ἐξελίξεώς των, «ἐπλησίασαν» τὴν γνῶσιν τῆς ὑπάρχεως ἀσυμμέτρων μεγεθῶν· δὲν κατεδείχθη ὅμως εἰς τὰ μέρη αὐτά, πῶς εἰς τὰ Μαθηματικά των οἱ ἀρχαῖοι Ἑλληνες κατώρθωσαν νὰ φύσασον εἰς τὴν βαθμίδα ἐκείνην τῆς ἐξελίξεως, ἡ δποία τοὺς ἐπέτρεψε νὰ συμπεράνουν, μὲ λογικὴν ἀναγκαιότητα, αὐτὴν ταύτην τὴν ὑπαρξίαν ἀσυμμέτρων μεγεθῶν. Ἡ ἐν λόγῳ ὑπαρξίας δὲν ἵτο, βέβαια, κάτι τὸ δποῖον θὰ ἤδυνατο νὰ γνωσθῇ μὲ ἀδιαφιλονίκητον βεβαιότητα διὰ τῆς ἐμπειρικῆς ὁδοῦ. Ἡτο, τούναντίον, ἐξαγόμενον συμπεράσματος συναγομένου ἀπὸ ὀρισμένας λογικὰς ἀρχάς.

Ἐνεκα ἀκριβῶς τοῦ λόγου αὐτοῦ, δ συγγραφεὺς τοῦ παρουσιαζομένου βιβλίου ἀφιερώνει τὸ τρίτον μέρος εἰς τὴν ἐρευναν τῆς ὑπὸ τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων ἀναγωγῆς τῶν Μαθηματικῶν, ἀπὸ ἀπλῆς συλλογῆς πρακτικῶν γνώσεων τῆς ἀμέσου ἐμπειρίας, εἰς συστηματικὴν θεωρητικὴν παραγωγικὴν ἐπιστήμην.

“Ἄσ τημειωθῆ, εἰς τὸ σημεῖον αὐτό, ὅτι ἀκριβῶς διὰ τῶν εἰς τὸ μέρος αὐτὸ τοῦ συγγράμματός του ἐκτιθεμένων ἐρευνῶν, δ συγγραφεύς, ἥδη ἀπὸ ἐτῶν, ἔγινε

γνωστὸς ὅχι μόνον μεταξὺ τῶν ἀσχολουμένων μὲ θέματα τῆς Ἱστορίας τῶν Μαθηματικῶν, ἀλλὰ καὶ μεταξὺ ἐρευνητῶν τῆς κλασσικῆς Φιλολογίας καθὼς ἐπίσης καὶ μεταξὺ φιλοσόφων.

Ποῖον εἶναι τώρα τὸ ὑπὸ τοῦ συγγραφέως τοῦ παρόντος βιβλίου προσφερόμενον νέον εἰς τὴν ἐπιστήμην;

‘Ως πρώτην συμβολὴν ἀναφέρομεν τὴν ὑπὸ τοῦ καθηγητοῦ κ. Á Szabó ἀκολουθουμένην νέαν μέθοδον ἐρεύνης, κατ’ ἀντιδιαστολὴν ἐκείνης προγενεστέρων αὐτοῦ ἐρευνητῶν.

‘Οπως εἶναι γνωστόν, μία τῶν ἀξιολογωτέρων ὑπηρεσιῶν, τὰς ὅποιας προσέφερεν ὁ σύγχρονος Ὁλλανδὸς μαθηματικὸς B. L. van der Waerden μὲ τὸ περίφημον ἔργον του Erwachende Wissenschaft, συνίσταται εἰς τὸ γεγονὸς ὅτι οὗτος δὲν ἀρκεῖται ἐκεῖ νὰ ἀναφέρῃ ἀπλῶς ὅτι εἰς παλαιότερα βιβλία συναντᾶται, ἀλλὰ ὅτι οὗτος ἀνατρέχει πάντοτε εἰς τὰς πηγάς. Ἡ τοιαύτη εἰς τὰς πηγὰς ἀναδρομὴ δὲν εἶναι, ώς ἵσως φαίνεται κάτι τὸ δύσκολον, λέγει ὁ van der Waerden, ἀκόμη καὶ ὅταν κανεὶς (ὅπως ἀλλωστε συμβαίνει μὲ ἐκεῖνον) δὲν γνωρίζει τὴν ἱερογλυφικὴν ἢ τὴν σφηνοειδῆ γραφήν, εἴτε ἀκόμη ὅταν δὲν εἶναι κανεὶς κλασσικὸς φιλόλογος. Διότι, συνεχίζει, ὑπάρχουν ἀξιόπιστοι μεταφράσεις ὅλων σχεδὸν τῶν ἀρχαίων κειμένων. Εἰς μερικὰς μόνον περιπτώσεις, προσθέτει ὁ van der Waerden, παρέστη ἀνάγκη νὰ συμβουλευθῇ τὸ ἀρχαῖον Ἑλληνικὸν κείμενον εἰς τὸ πρωτότυπον.

Εἰς ἀντιδιαστολὴν πρὸς τὴν ὡς ἄνω ἐρευνητικὴν μέθοδον, ὁ καθηγητὴς κ. Szabó, ἀφοῦ πρῶτον ἀμφισβητήσῃ τὴν χοησιμότητα σχεδὸν ὅλων τῶν συγχρόνων μεταφράσεων ἀναφορικὰ μὲ τὴν ἐρευναν τῆς Ἱστορίας τῶν Μαθηματικῶν εἰς τοὺς ἀρχαίους Ἑλληνας, δεικνύει ἐπειτα εἰς συγκεκριμένον παραδειγμα, ὅτι δὲν εἶναι ἀρκετὸν μόνον εἰς ἀμφισβητουμένας περιπτώσεις νὰ καταφεύγῃ κανεὶς εἰς τὰ ἀρχαῖα πρωτότυπα. Ἐνδεικτικῶς δὲ ἀναφέρει, ὅτι αἱ ἐν χοήσει μεταφράσεις ὠρισμένου πλατωνικοῦ χωρίου τοῦ διαλόγου «Θεαίτητος» (147 C - 148 B), παραβλεπομένων ἐλαχίστων ἐξαιρέσεων, εἶναι μὲν εἰς γενικὰς γραμμὰς ὁρθαῖ, περιέχουν δῆμος τοιαῦτα ἀναμφισβήτητα σφάλματα ὡς πρὸς τὴν σύγχρονον ἀπόδοσιν ὅρων τινων, ὥστε νὰ μὴ δύναται κανεὶς νὰ βασίζεται ἐπὶ τῶν μεταφράσεων αὐτῶν. Τοῦτο π.χ. συμβαίνει μὲ τὸν εἰς τὸ μνημονευθὲν πλατωνικὸν χωρίον πλειστάκις ἐπαναλαμβανόμενον ὅρον «δύναμις».

Τὸ σημαντικότερον ὅμως τῶν ἐπιτευγμάτων τοῦ συγγραφέως τῶν «Ἀπαρχῶν τῆς Ἑλληνικῆς Μαθηματικῆς Ἐπιστήμης» εἶναι ἀναμφισβήτητα ἡ ὑπ’ αὐτοῦ πλήρης ἀνασκευὴ τῆς εἰς τοὺς νεωτέρους χρόνους διατυπωθείσης γνώμης, ὅτι

δῆθεν οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες παρέλαβον τὴν ἐπιστημονικὴν σκέψιν ἀπὸ παλαιοτέτερους αὐτῶν λαούς.

Εἶναι γνωστόν, ὅτι πρό τινων δεκαετηρίδων πλεῖστοι σημαίνοντες ἐπιστήμονες ἡσχολήθησαν μὲ τὰς μαθηματικὰς γνώσεις τῶν πρὸ τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων λαῶν τῆς Αἰγύπτου καὶ τῆς Βαβυλῶνος. Ἀκοιβῶς, τὰ σπουδαιότερα ἔξαγόμενα τῶν σχετικῶν ἐρευνῶν εὑρίσκει κανείς, ἐν περιλήψει, εἰς τὰ τρία πρῶτα κεφάλαια τοῦ προαναφερόμεντος ἔργου τοῦ μαθηματικοῦ van der Waerden. Ὡς συμπέρασμα τῶν ἐν λόγῳ ἐρευνῶν ἀναφέρομεν, ὅχι μόνον τὸ γεγονός τῆς δι' αὐτῶν ἀποκτηθείσης πληρεστέρας γνώσεως τῶν προελλαδικῶν πολιτισμῶν, ἀλλὰ κυρίως τὴν συνεπείᾳ τῶν ἐρευνῶν αὐτῶν διατυπωθείσαν ἐσφαλμένην δοξασίαν, ὅτι τὰ Μαθηματικὰ τῶν Βαβυλωνίων ἀπετέλεσαν τὰ πρῶτα βῆματα τῆς καθόλου Ἐπιστήμης καὶ ὅτι ἐπὶ τὰ ἵχνη τῶν βημάτων αὐτῶν ἐβάδισαν, χιλιετηρίδα διλόκληρον κατόπιν, οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες.

Γνωρίζομεν σήμερον πόσον πεπλανημένη ὑπῆρξεν ἡ ἀποψίς αὗτη, τὴν δοπίαν ἐξ ὀλοκλήρου ἀνήρεσαν ἐρευνηταὶ τῶν τελευταίων δεκαετηρίδων. Οὕτοι, χωρὶς νὰ παραγγωρίζουν ὅτι οἱ Βαβυλώνιοι ἦσαν πράγματι εἰς θέσιν, μὲ ἀρκετὴν μάλιστα προσέγγισιν, νὰ ἐπιλύουν σχετικῶς πολύπλοκα μαθηματικὰ προβλήματα, ὅτι δὲ τὰς γνώσεις των ταύτας παρέλαβον ἀργότερον οἱ ἀρχαῖοι Ἕλληνες, ὅμως δι' ἀκλονήτων ἐπιχειρημάτων κατέδειξαν τό, πέραν τῶν μεμονωμένων αὐτῶν γνώσεων, τελείως «νέον» καὶ «οὐσιῶδες» τῶν ἐλληνικῶν Μαθηματικῶν.

Οὐδαμοῦ, ὡς λέγουν οἱ ἐρευνηταὶ οὗτοι, ὑπάρχει καὶ ἡ παραμικρὰ ἔνδειξις, ὅτι οἱ Βαβυλώνιοι ἥτις καὶ αὐτοὶ ἀκόμη οἱ Αἰγύπτιοι ἐπεχείρησαν νὰ συμπεράνουν διὰ τοῦ λογικοῦ συλλογισμοῦ τὰς μαθηματικάς των προτάσεις, πολὺ περισσότερον νὰ συναγάγουν τὰς ἐν λόγῳ προτάσεις ἀπὸ «πρώτας ἀρχάς».

Ἡ μεταξὺ τῆς ἐλληνικῆς Ἐπιστήμης καὶ τῆς, ἀνευ οίουδήποτε λογικοῦ δεσμοῦ, συλλογῆς γνώσεων τῶν πρὸ αὐτῆς ἀνατολικῶν λαῶν σχέσις συνίσταται, ὅπως καὶ μὲ ἄλλην εὐκαιρίαν ἐτοίσθη ἀπὸ τοῦ βήματος αὐτοῦ, εἰς τοῦτο, ὅτι τὰ μὲν ἐλληνικὰ Μαθηματικὰ παριστάνουν σύστημα γνώσεων ἀριστοτεχνικῶς μεταξύ των συνδεομένων διὰ τῆς παραγωγικῆς μεθόδου, ἐνῷ τὰ μαθηματικὰ κείμενα τῶν πρὸ τῶν Ἐλλήνων ἀνατολικῶν λαῶν ἐμφανίζουν μὲν ἐνδιαφερούσας ἀλλὰ ἀσυνδέτους μεταξύ των, τρόπον τινα, «συνταγάς», καθὼς καὶ μερικὰ ἐπὶ τῶν συνταγῶν αὐτῶν παραδείγματα. Βασικοὶ ἐπιστημονικοὶ ὅροι καὶ ἔννοιαι, ὅπως π. χ. αἱ ἔννοιαι «Θεώρημα», «ἀπόδειξ», «ὅρισμός», «ἀξίωμα», «αἴτημα», «παραγωγὴ» κλπ. ἐλλείπουν τελείως ἀπὸ τὰ Μαθηματικὰ τῶν ἀνατολικῶν λαῶν.

Ο συγγραφεὺς τοῦ παρουσιαζομένου σήμερον βιβλίου θέτει πρῶτος ἐρωτήματα, δίδων συγχρόνως ἀπάντησιν εἰς αὐτά, ὅπως τὰ ἔξης : Πῶς ἔφθασαν οἱ

“Ελληνες εἰς τὴν σκέψιν, ὅτι εἰς τὰ Μαθηματικὰ ὄλαι αἱ προτάσεις ἦσαν δεκτικαὶ ἀποδείξεως; Πῶς ἡδυνήθησαν οἱ Ἕλληνες νὰ ἀναπτύξουν, εἰς τοιοῦτον μάλιστα βαθμὸν τελειότητος, τὴν τεχνικὴν τῶν ἀποδείξεων, ὥστε καὶ σήμερον νὰ ἴσχῃ αὕτη ἀναλλοίωτος;

“Ἡ ἀπόκρισις εἰς τὰ ὡς ἐνωπόν της ἔνδιαφέροντα ἐρωτήματα, ἀποτελεῖ τὸ δεύτερον οὖσιαδῶς νέον εἰς τὸ σύγγραμμα τοῦ καθηγητοῦ Szabó.

“Ἄσ μᾶς ἐπιτραπῆ, ἐν κατακλεῖδι, νὰ ἀναφέρωμεν, ὅτι εἰς «Συμπλήρωμα» τοῦ παρουσιαζομένου βιβλίου, ἀναδημοσιεύεται, εἰς τὰς σελίδας 455 - 458, δλόκληρος ἡ εἰς τὴν Ἀκαδημίαν Ἀθηνῶν ἀνακοινωθεῖσα ἐργασία τοῦ συγγραφέως, τὸν Μάϊον τοῦ 1968.
