ΦΩΤΟΓΡΑΜΜΕΤΡΙΑ.— Ἐφαρμογὴ τῆς συμβολικῆς μεθόδου ὑπολογισμοῦ τῶν συντελεστῶν τῶν βαρῶν εἰς τὸ πρόβλημα τοῦ σχετικοῦ προσανατολισμοῦ ἐν τῇ φωτογραμμετρίᾳ, *ὑπὸ* ***Κωνσταντίνου Κλαδᾶ******.** Ἀνεκοινώθη ὑπὸ τοῦ κ. Βασιλ. Αἰγινήτου.

Εἶναι γνωστὸν ὅτι ἵνα δυνηθῶμεν νὰ χρησιμοποιήσωμεν ζεῦγος φωτογραφικῶν πλακῶν (φὶλμ ἢ ὑαλίνους πλάκας) πρὸς ἐκτέλεσιν τοπογραφικῶν διαγραμμάτων, πρέπει νὰ προσανατολίσωμεν τοῦτο ἐντὸς τοῦ χαρτογράφου κατὰ τρόπον, ὥστε νὰ λάβῃ τὴν ἰδίαν θέσιν τὴν ὁποίαν κατεῖχεν ἐν τῳ χώρῳ κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς λήψεως τῶν φωτογραφιῶν.

Τοῦτο ἐπιτυγχάνομεν χωρίζοντες τὸν προσανατολισμὸν εἰς δύο μέρη: α) εἰς τὸν σχετικὸν ἢ ἀμοιβαῖον προσανατολισμόν, ὅτε, θεωροῦντες τὰς δύο πλάκας ὡς χωριστὸν σύστημα ἐν τῷ χώρῳ, θέτομεν εἰς τὰς αὐτὰς θέσεις τὴν μίαν ὡς πρὸς τὴν ἄλλην, δημιουργοῦντες οὕτως ἐντὸς τοῦ χαρτογράφου τὸ στερεοσκοπικὸν ὁμοίωμα τοῦ φωτογραφηθέντος ἀντικειμένου, μὴ προσανατολισμένον ἐν τῷ χώρῳ καὶ β) εἰς τὸν ἀπόλυτον προσανατολισμόν, ὅτε τὸ ἐπιτευχθὲν στερεοσκοπικὸν ὁμοίωμα προσανατολίζομεν ἐν τῷ χώρῳ, ἀφοῦ προηγουμένως ἀναγάγωμεν εἰς ὡρισμένην κλίμακα (ὅρα *Α. Σώκου*, Φωτογραμμετρία. Κεφ. Α'. Ἐπὶ τῆς θεωρίας καὶ τῶν μεθόδων, σελ. 52 - 73).

Διὰ τοῦ σχετικοῦ προσανατολισμοῦ ἐπιτυγχάνομεν, ὅπως αἱ φωτειναὶ ἀκτῖνες εἰς τὰ ἀντίστοιχα σημεῖα τῶν φωτογραφικῶν πλακῶν τέμνωνται ἀμοιβαίως ἐν τῷ χώρῳ.

Ἔστωσαν Σ_1 καὶ Σ_2 (σχ. 1) τὰ σημεῖα τομῆς δύο ἀντιστοίχων ἀκτίνων $\sigma_1 O_1$ καὶ $\sigma_2 O_2$,[1]) μετὰ τοῦ τυχόντος ὁριζοντίου ἐπιπέδου ($Z = h$).

Τὸ τμῆμα $\Sigma_1 \Sigma_2 = P$ καλεῖται γενικὴ παράλλαξις.

Ἐὰν θεωρήσωμεν τὴν γενικὴν παράλλαξιν ὡς συνισταμένην τῆς ὁριζοντίας παραλλάξεως P_o (συνιστώσης τῆς γενικῆς παραλλάξεως P, παραλλήλου πρὸς τὸν ἄξονα τῶν X) καὶ τῆς κατακορύφου παραλλάξεως P_υ (ἑτέρας συνιστώσης τῆς γενικῆς παραλλάξεως παραλλήλου πρὸς τὸν ἄξονα τῶν Y), παρατηροῦμεν ὅτι εἶναι δυνατὸν νὰ ἐκμηδενίσωμεν πάντοτε τὴν ὁριζοντίαν παράλλαξιν P_o, μεταβάλλοντες τὸ ὕψος τοῦ τέμνοντος ὁριζοντίου ἐπιπέδου. Ὡς πρὸς τὴν κατακόρυφον παράλλαξιν εἶναι φανε-

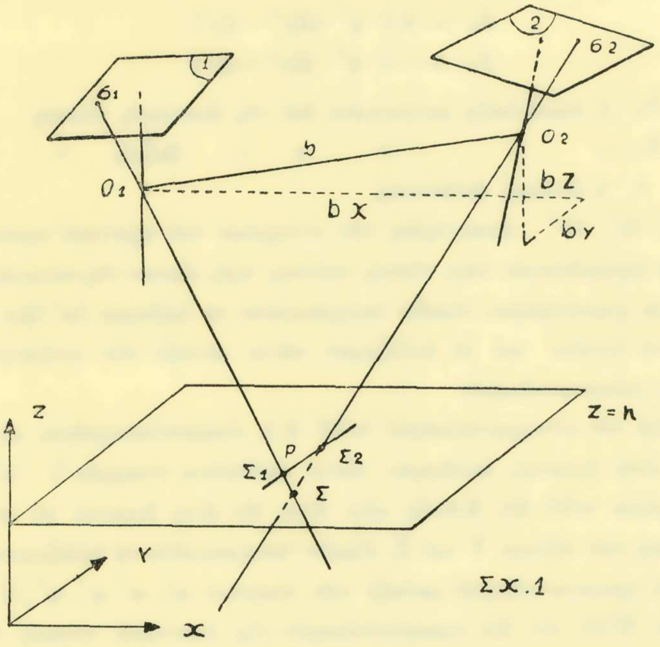
* CONST. KLADAS, **Application de la méthode symbolique du calcul de coefficients de poids, au probléme de l'orientation relative à la photogrammétrie.**

1 Ἀντίστοιχοι ἀκτῖνες λέγονται αἱ προβάλλουσαι τὰ ἀντίστοιχα σημεῖα σ_1, σ_2 τῶν φωτογραφικῶν πλακῶν. Ἐὰν O_1 καὶ O_2 τὰ κέντρα προβολῆς, τὸ μῆκος $O_1\ O_2$ καλεῖται βάσις (b).

ρὸν ὅτι θὰ ὀφείλεται εἰς ἐσφαλμένας τιμὰς τῶν στοιχείων τοῦ σχετικοῦ προσανατολισμοῦ.

Διὰ τοῦτο ἡ κατακόρυφος παράλλαξις ἀποτελεῖ τὸ κριτήριον τοῦ σχετικοῦ προσανατολισμοῦ καὶ ἡ ὕπαρξίς της εἰς τὰ σημεῖα τοῦ στερεοσκοπικοῦ ὁμοιώματος εἶναι ἀναμφισβήτητος ἔνδειξις ὅτι ὁ σχετικὸς προσανατολισμὸς δὲν ἔχει ἐπιτευχθῆ πλήρως.

Ἐὰν θεωρήσωμεν τὴν μίαν πλάκα ἀκίνητον ἐν τῷ χώρῳ εἶναι δυνατὸν νὰ ἐπιτύχωμεν τὸν σχετικὸν προσανατολισμὸν τῆς ἑτέρας πλακὸς πρὸς αὐτὴν διὰ πέντε στοιχείων, ἤτοι διὰ δύο ἐκ τῶν τριῶν συνιστωσῶν τῆς βάσεως b (λαμβάνομεν τὰς by, bz), διὰ τῶν ὁποίων ἐπιτυγχάνομεν μετάθεσιν τοῦ κέντρου προβολῆς τῆς ἑτέρας



Σχ. 1

πλακὸς ὡς πρὸς τὸ κέντρον προβολῆς τῆς πρώτης, καὶ διὰ τῶν γωνιῶν ω, φ, k, διὰ τῶν ὁποίων ἐπιτυγχάνομεν τυχοῦσαν στροφὴν τῆς πλακὸς περὶ τὸ κέντρον προβολῆς ἀναλύοντες τὴν στροφὴν αὐτὴν εἰς τὰς δυνατὰς στροφὰς ἐν τῷ χαρτογράφῳ, ἤτοι μίαν στροφὴν περὶ τὸν ἄξονα τῶν X, μίαν στροφὴν περὶ τὸν ἄξονα τῶν Y καὶ μίαν στροφὴν περὶ τὸν πρωτεύοντα ἄξονα τῆς φωτογραφικῆς πλακός.

Ἡ θεωρία τοῦ σχετικοῦ προσανατολισμοῦ δίδει διὰ τὴν κατακόρυφον παράλλαξιν μίαν συνάρτησιν γραμμικῆς μορφῆς ὡς πρὸς τὰς πέντε μεταβλητάς, εἰς ἕκαστον σημεῖον τοῦ στερεοσκοπικοῦ ὁμοιώματος.

Ἑπομένως, ἐὰν εἰς πέντε σημεῖα καταλλήλως λαμβανόμενα μετρήσωμεν τὰς κατακορύφους παραλλάξεις, εἶναι δυνατὸν νὰ σχηματίσωμεν σύστημα πέντε γραμμικῶν ἐξισώσεων μὲ πέντε ἀγνώστους καὶ νὰ προσδιορίσωμεν δι' ἐπιλύσεως αὐτοῦ τὰ στοιχεῖα τοῦ σχετικοῦ προσανατολισμοῦ. Ὁ τρόπος αὐτὸς πρὸς προσδιορισμὸν τῶν στοιχείων τοῦ σχετικοῦ προσανατολισμοῦ, ἀπαιτεῖ μακρὰν ἐργασίαν ὑπολογισμῶν καὶ διὰ τοῦτο δὲν ἐφαρμόζεται σήμερον ἐν τῇ πράξει. Ἀντ' αὐτοῦ ἐφαρμόζομεν τὴν ὀπτικομηχανικὴν μέθοδον τοῦ V. Gruber διὰ τῆς ὁποίας οἱ ἄγνωστοι τοῦ προσανατολισμοῦ προσδιορίζονται διὰ διαδοχικῶν προσεγγίσεων καὶ ὄχι ὡς συναρτήσεις τῶν κατακορύφων παραλλάξεων.

Αἱ γενικαὶ ἐξισώσεις τῶν κατακορύφων παραλλάξεων δίδονται ὑπὸ τῶν τύπων (ὅρα *A. Brandenberger,* Fehlertheorie der äusseren Orientierung von Steilaufnahmen, σελ. 97).

$$\begin{aligned} P_{v'} &= +f \cdot \psi' \cdot (dy'' - dy') \\ P_{v''} &= -f \cdot \psi'' \cdot (dy'' - dy') \end{aligned} \qquad (1)$$

ἔνθα $P_{v'}$ ἡ παράλλαξις μετρουμένη ἐπὶ τῆς ἀριστερᾶς πλακὸς

$P_{v''}$ » » » » » δεξιᾶς »

f ἡ ἑστιακὴ ἀπόστασις

ψ', ψ'', dy', dy'' συναρτήσεις τῶν στοιχείων τοῦ σχετικοῦ προσανατολισμοῦ.

Διὰ νὰ ἐφαρμόσωμεν τοὺς τύπους τούτους πρὸς εὕρεσιν τῆς κατακορύφου παραλλάξεως εἰς ἕνα χαρτογράφον, εἴμεθα ὑποχρεωμένοι νὰ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν τὰς δυνατὰς κινήσεις ἐν τῷ ὀργάνῳ καὶ νὰ ἐκλέξωμεν πέντε μεταξὺ τῶν κινήσεων αὐτῶν διὰ τὸν σχετικὸν προσανατολισμόν.

Π. χ. διὰ τὸν αὐτοχαρτογράφον wild A 5, στερεοπλανιγράφον, κλπ. ὅπου ὅλαι αἱ κινήσεις εἶναι δυναταί, ἐκλέγομεν πέντε οἱαδήποτε στοιχεῖα [1]). Ἀλλὰ διὰ τὸν αὐτοχαρτογράφον wild A6, Kelsh, κλπ. ὅπου δὲν εἶναι δυναταὶ αἱ κινήσεις κατὰ τὰς διευθύνσεις τῶν ἀξόνων Y καὶ Z, εἴμεθα ὑποχρεωμένοι νὰ ἐκλέξωμεν πέντε στοιχεῖα σχετικοῦ προσανατολισμοῦ μεταξὺ τῶν κινήσεων ω', ω'' φ', φ'', k', k'' [2]).

Εἰς τὸ Wild A5 διὰ προσανατολισμὸν τῆς ἀριστερᾶς πλακὸς ὡς πρὸς τὴν δεξιὰν καὶ κατακορύφους φωτογραφήσεις, οἱ τύποι (1) ἀνάγονται εἰς τὸν κάτωθι τύπον ἐκφράζοντα τὴν κατακόρυφον παράλλαξιν εἰς τὸ ἐπίπεδον τῶν φωτογραφικῶν πλακῶν (*A. Brandenberger,* ἔνθ' ἀν., σελ. 109).

$$\begin{aligned} P_{v'} = -P_{v''} = &+\frac{f}{Z}\,dby + \frac{fy}{Z^2}\,dbz - f\left(1 + \frac{y^2}{Z^2}\right)d\Delta\omega - \frac{fy(s-b)}{Z^2}\,d\Phi \\ &+\frac{fyb}{Z^2}\,d\varphi - \frac{fxy}{Z^2}\,d\gamma + \frac{f(s-b)}{Z}\,dk' - \frac{fb}{Z}\,dk - \frac{fx}{Z}\,d\Delta k \end{aligned} \qquad (2)$$

---

[1] Πλὴν τῶν bx', bx'', διότι ἡ μετάθεσις κατὰ bx δὲν ἐπιδρᾷ εἰς τὴν κατακόρυφον παράλλαξιν.

[2] Δι' ἑνὸς τόνου σημειοῦμεν στοιχεῖα ἀναφερόμενα ἐπὶ τῆς ἀριστερᾶς πλακὸς καὶ διὰ δύο τόνων ἐπὶ τῆς δεξιᾶς.

Εἰς τὸν ἀνωτέρω τύπον παρατηροῦμεν ὅτι περιέχονται περισσότερα ἀπὸ τὰ πέντε ἀπαραίτητα στοιχεῖα (by, bz, $\omega''-\omega'=\Delta\omega$, $\varphi''-\varphi'=\Delta\varphi=\gamma$, $k''-k'=\Delta k$) διὰ τὸν σχετικὸν προσανατολισμὸν (εἰς τὸ Wild A5). Τὰ ἐπὶ πλέον στοιχεῖα $d\Phi$, $d\varphi$, dk', dk, δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμεν ὡς σφάλματα ὀφειλόμενα εἰς τὰς μηδενικὰς θέσεις τῶν στοιχείων Φ, φ, k' καὶ k καὶ ἑπομένως νὰ τὰ παραλείψωμεν, δι' ἓν καλῶς ρυθμισμένον μηχάνημα. Ἄρα ὁ τύπος (2) γίνεται

$$P_{v'}=+\frac{f}{Z}dby+\frac{fy}{Z^2}dbz-f\left(1+\frac{y^2}{Z^2}\right)d\Delta\omega-\frac{fxy}{Z^2}d\gamma-\frac{fx}{Z}d\Delta k$$

καὶ ἐὰν ἀναγάγωμεν τὴν παράλλαξιν p' εἰς τὸ ἐπίπεδον προβολῆς ὕψους $z=h$ θὰ ἔχωμεν

$$P_{v'}=+dby+\frac{y}{h}dbz-h\left(1+\frac{y^2}{h^2}\right)d\Delta\omega-\frac{xy}{h}d\gamma-xdk \qquad (3)$$

Διὰ τοῦ τύπου τούτου δυνάμεθα νὰ ἐκφράσωμεν μαθηματικῶς τὰς παραλλάξεις, αἱ ὁποῖαι ὑπολείπονται εἰς τὰ διάφορα σημεῖα τοῦ στερεοσκοπικοῦ ὁμοιώματος, κατόπιν ἑνὸς κατὰ προσέγγισιν προσανατολισμοῦ.

Ἂς λάβωμεν τὰ ἕξ σημεῖα (σχ. 2) τοῦ σχετικοῦ προσανατολισμοῦ[1]) καὶ ἂς προσδιορίσωμεν δι' ἕκαστον τούτων τὴν κατακόρυφον παράλλαξιν $P_{v'}$. Θὰ ἔχωμεν $1(0,0,+h)$, $2(+b,0,+h)$, $3(0,-b,h)$, $4(0,+b,+h)$, $5(+b,+b,+h)$ $6(+b,-b,+h)$

Ἄρα αἱ παραλλάξεις θὰ εἶναι:

$$\begin{aligned}
P_{v'_1}&=dby-h\,d\Delta\omega\\
P_{v'_2}&=dby-hd\Delta\omega-bd\Delta k\\
P_{v'_3}&=dby-\frac{b}{h}dbz-h\left(1+\frac{b^2}{h^2}\right)d\Delta\omega\\
P_{v'_4}&=dby+\frac{b}{h}dbz-h\left(1+\frac{b^2}{h^2}\right)d\Delta\omega\\
P_{v'_5}&=dby+\frac{b}{h}dbz-h\left(1+\frac{b^2}{h^2}\right)d\Delta\omega-\frac{b^2}{h}d\gamma-b\,d\Delta k\\
P_{v'_6}&=dby-\frac{b}{h}dbz-h\left(1+\frac{b^2}{h^2}\right)d\Delta\omega+\frac{b^2}{h}d\gamma-b\,d\Delta k
\end{aligned} \qquad (4)$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων τούτων δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τοὺς συντελεστὰς τῶν βαρῶν τῶν στοιχείων τοῦ σχετικοῦ προσανατολισμοῦ ἐφαρμόζοντες τὴν συμβολικὴν μέθοδον.

Πρὸς τοῦτο ὑποθέτομεν ὅτι μετροῦμεν τὰς παραλλάξεις εἰς τὰ ἕξ σημεῖα τοῦ σχετικοῦ προσανατολισμοῦ μετὰ τῆς αὐτῆς ἀκριβείας καὶ ἔστω $p=1$ τὸ βάρος τῆς παρατηρήσεως μιᾶς κατακορύφου παραλλάξεως.

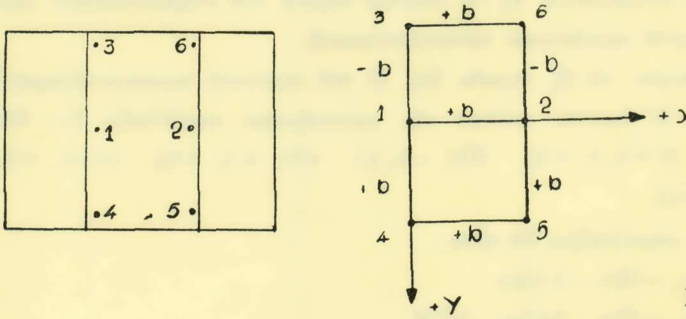
Τὸ βάρος αὐτὸ θὰ εἶναι τὸ αὐτὸ δι' ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ στερεοσκοπικοῦ ὁμοιώ-

[1] Λαμβάνομεν ἀντὶ πέντε, ἕξ σημεῖα διὰ τὸν σχετικὸν προσανατολισμὸν χάριν συμμετρίας.

ματος διότι ὑποθέτομεν τὴν αὐτὴν ἀκρίβειαν. Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (4) λαμβάνομεν τὰς κάτωθι συμβολικὰς ἐξισώσεις.

$$
\begin{aligned}
Q_{P\upsilon_1} &= Q_{by} - h\, Q_{\Delta\omega} \\
Q_{P\upsilon_2} &= Q_{by} - h\, Q_{\Delta\omega} - b Q_{\delta k} \\
Q_{P\upsilon_3} &= Q_{by} - \frac{b}{h} Q_{bz} - h\left(1 + \frac{b^2}{h^2}\right) Q_{\Delta\omega} \\
Q_{P\upsilon_4} &= Q_{by} + \frac{b}{h} Q_{bz} - h\left(1 + \frac{b^2}{h^2}\right) Q_{\Delta\omega} \\
Q_{P\upsilon_5} &= Q_{by} + \frac{b}{h} Q_{bz} - h\left(1 + \frac{b^2}{h^2}\right) Q_{\Delta\omega} - \frac{b^2}{h} Q_{\gamma} - b Q_{\Delta k} \\
Q_{P\upsilon_6} &= Q_{by} - \frac{b}{h} Q_{bz} - h\left(1 + \frac{b^2}{h^2}\right) Q_{\Delta\omega} + \frac{b^2}{h} Q_{\gamma} - b Q_{\Delta k}
\end{aligned}
\qquad (5)
$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων τούτων ὑπολογίζομεν τοὺς συντελεστὰς τῶν βαρῶν τῶν



Σχ. 2

στοιχείων τοῦ σχετικοῦ προσανατολισμοῦ ἀκολουθοῦντες τὴν σειρὰν τῶν χειρισμῶν (εἰς τὸ Wild A5) ὡς ἀκολούθως.

1) Προσδιορισμὸς τοῦ $Q_{\Delta k\, \Delta k}$.

Λαμβάνομεν τὰς ἐξισώσεις

$$
\begin{aligned}
Q_{P\upsilon_1} &= Q_{by} - h\ Q_{\Delta\omega} \\
Q_{P\upsilon_2} &= Q_{by} - h\ Q_{\Delta\omega} - b\ Q_{\Delta k}
\end{aligned}
$$

Ἀφαιροῦντες κατὰ μέλη εὑρίσκομεν

$$b\ Q_{\Delta k} = Q_{P\upsilon_1} - Q_{P\upsilon_2}$$

καὶ ὑψοῦντες εἰς τὸ τετράγωνον λαμβάνομεν

$$b^2\ Q_{\Delta k\, \Delta k} = Q_{P\upsilon_1 P\upsilon_1} + Q_{P\upsilon_2 P\upsilon_2} - 2\ Q_{P\upsilon_1 P\upsilon_2}$$

Ἀλλὰ $Q_{P\upsilon_1 P\upsilon_2} = 0$, διότι ὑποθέτομεν τὰς παραλλάξεις ἀνεξαρτήτους. $Q_{P\upsilon_1 P\upsilon_1} = 1$ καὶ $Q_{P\upsilon_2 P\upsilon_2} = 1$, διότι ὑποθέτομεν τὰς παρατηρήσεις τῶν παραλλάξεων ἰσοβαρεῖς, μὲ βάρος τὴν μονάδα.

Ἄρα $$Q_{\Delta k \Delta k} = \frac{Z^2}{b^2}$$

2) Προσδιορισμός τοῦ Q_{bzbz}

Λαμβάνομεν τὰς ἐξισώσεις:

$$Q_{Pv_3} = Q_{by} - \frac{b}{h} Q_{bz} - h\left(1 + \frac{b^2}{h^2}\right) Q_{\Delta\omega}$$

$$Q_{Pv_4} = Q_{by} + \frac{b}{h} Q_{bz} - h\left(1 + \frac{b^2}{h^2}\right) Q_{\Delta\omega}$$

καὶ ἀπαλείφομεν τὸν ὅρον $Q_{by} - h\left(1 + \frac{b^2}{h^2}\right) Q_{\Delta\omega}$. Εὑρίσκομεν:

$$2 \frac{b}{h} Q_{bz} = Q_{Pv_4} - Q_{Pv_3} \qquad (6)$$

ὑψοῦμεν εἰς τὸ τετράγωνον

$$4 \frac{b^2}{h^2} Q_{bzbz} = Q_{Pv_4Pv_4} + Q_{Pv_3Pv_3} - 2\, Q_{Pv_4Pv_3}$$

Ἀλλὰ $Q_{Pv_4Pv_3} = 0$

$Q_{Pv_4Pv_4} = 1$ καὶ $Q_{Pv_3Pv_3} = 1$

Ἄρα
$$Q_{bzbz} = \frac{h^2}{2b^2}$$

3) Προσδιορισμὸς τοῦ $Q_{\gamma bz}$

Λαμβάνομεν τὰς ἐξισώσεις:

$$Q_{Pv_5} = Q_{by} + \frac{b}{h} Q_{bz} - h\left(1 + \frac{b^2}{h^2}\right) Q_{\Delta\omega} - \frac{b^2}{h} Q_{\gamma} - bQ_{\Delta k}$$

$$Q_{Pv_6} = Q_{by} - \frac{b}{h} Q_{bz} - h\left(1 + \frac{b^2}{h^2}\right) Q_{\Delta\omega} + \frac{b^2}{h} Q_{\gamma} - bQ_{\Delta k}$$

καὶ ἀπαλείφομεν τὸν ὅρον $\quad Q_{by} - h\left(1 + \frac{b^2}{h^2}\right) Q_{\Delta\omega} - bQ_{\Delta k}$

Εὑρίσκομεν:

$$2 \frac{b}{h} Q_{bz} - 2 \frac{b^2}{h} Q_{\gamma} = Q_{Pv_5} - Q_{Pv_6} \qquad (7)$$

Ἀλλὰ
$$2 \frac{b}{h} Q_{bz} = Q_{Pv_4} - Q_{Pv_3} \qquad (6)$$

καὶ πολλαπλασιάζοντες κατὰ μέλη τὰς δύο αὐτὰς ἐξισώσεις (6) καὶ (7) εὑρίσκομεν:

$$4 \frac{b^2}{h^2} Q_{bzbz} - 4 \frac{b^3}{h^2} Q_{\gamma bz} = 0$$

ἢ $\qquad Q_{bzbz} - bQ_{\gamma bz} = 0 \quad$ καὶ ἐπειδὴ $\quad Q_{bzbz} = \frac{h^2}{2b^2} \quad$ ἔχομεν:

$$Q_{\gamma bz} = \frac{h^2}{2b^3}$$

4) Προσδιορισμὸς τοῦ $Q_{\gamma\gamma}$

Λαμβάνομεν τὴν διαφορὰν τῶν ἐξισώσεων (6) καὶ (7). Ἔχομεν:

$$2 \frac{b^2}{h} Q_{\gamma} = Q_{Pv_4} - Q_{Pv_3} - Q_{Pv_5} + Q_{v_6}$$

καὶ ἐξ αὐτῆς

$$4\frac{b^4}{h^2}Q_{\gamma\gamma}=4 \quad \text{ἤ} \quad Q_{\gamma\gamma}=\frac{h^2}{b^4}$$

5) Προσδιορισμὸς τοῦ $Q_{\Delta\omega\Delta\omega}$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων

$$Q_{P\upsilon_3}=Q_{by}-\frac{b}{h}Q_{bz}-h\left(1+\frac{b^2}{h^2}\right)Q_{\Delta\omega}$$

$$Q_{P\upsilon_4}=Q_{by}+\frac{b}{h}Q_{bz}-h\left(1+\frac{b^2}{h^2}\right)Q_{\Delta\omega}$$

λαμβάνομεν

$$\frac{Q_{P\upsilon_3}+Q_{P\upsilon_4}}{2}=Q_{by}-h\left(1+\frac{b^2}{h^2}\right)Q_{\Delta\omega}$$

Ἀλλὰ $$Q_{by}=Q_{P\upsilon_1}+h\,Q_{\Delta\omega}$$

Ἄρα εὑρίσκομεν:

$$\frac{Q_{P\upsilon_3}+Q_{P\upsilon_4}}{2}-Q_{P\upsilon_1}=Q_{\Delta\omega}\left[h-h\left(1\,\frac{b^2}{h^2}\right)\right]=-\frac{b^2}{h}Q_{\Delta\omega} \qquad (8)$$

καὶ ἐξ αὐτῆς

$$\frac{b^4}{h^2}Q_{\Delta\omega\Delta\omega}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+1=\frac{3}{2}$$

ἤ

$$Q_{\Delta\omega\Delta\omega}=\frac{3}{2}\,\frac{h^2}{b^4}$$

6) Προσδιορισμὸς τοῦ $Q_{by\Delta\omega}$

Ἡ ἀπάλειψις (εἰς τὸ Wild A5) τῆς κατακορύφου παραλλάξεως P_{υ_1} μὲ τὸ by ἤ ω μᾶς δίδει:

$$P_{\upsilon'_1}=Q_{by}-h\,Q_{\Delta\omega} \qquad (9)$$

ὑψοῦμεν ἀμφότερα τὰ μέλη εἰς τὸ τετράγωνον. Ἔχομεν:

$$1=Q_{by\,by}+h^2Q_{\Delta\omega\,\Delta\omega}-2hQ_{by\Delta\omega}$$

ἤ

$$Q_{byby}=1-h^2\frac{3}{2}\,\frac{h^2}{b^4}-2hQ_{by\Delta\omega} \qquad (10)$$

Λαμβάνομεν τὰς ἐξισώσεις (8) καὶ (9)

$$\frac{Q_{P\upsilon_3}+Q_{P\upsilon_4}}{2}-Q_{P\upsilon_1}=-\frac{b^2}{h}Q_{\Delta\omega} \qquad (8)$$

$$P_{\upsilon'_1}=Q_{by}-hQ_{\Delta\omega} \qquad (9)$$

καὶ πολλαπλασιάζομεν κατὰ μέλη ἔχομεν:

$$-\frac{b^2}{h}\,Q_{by\Delta\omega}+b^2Q_{\Delta\omega\Delta\omega}=0$$

ἤ

$$\frac{1}{h}Q_{by\Delta\omega}=Q_{\Delta\omega\Delta\omega}$$

καὶ $$Q_{by\Delta\omega}=\frac{3}{2}\,\frac{h^3}{b^4} \qquad (11)$$

7) Προσδιορισμὸς τοῦ Q_{byby}

Λαμβάνομεν τὴν (10)

$$Q_{byby} = 1 - h^2 \frac{3}{2} \frac{h^3}{b^4} - 2hQ_{by\Delta\omega}$$

καὶ ἀντικαθιστῶμεν τὸ $Q_{by\Delta\omega}$ ἐκ τῆς (11). Ἔχομεν:

$$Q_{byby} = 1 + \frac{3}{2} \frac{h^4}{b^4}$$

8) Ὑπολογισμὸς τοῦ $Q_{\Delta k\Delta\omega}$ ἐκ τῶν ἐξισώσεων:

$$Q_{Pv_2} = Q_{by} - hQ_{\Delta\omega} - bQ_{\Delta k}$$

$$\frac{Q_{Pv_3} + Q_{Pv_4}}{2} - Q_{Pv_1} = -\frac{b^2}{h} Q_{\Delta\omega} \qquad (8)$$

Διὰ πολλαπλασιασμοῦ κατὰ μέλη λαμβάνομεν:

$$-\frac{b^2}{h} Q_{by\Delta\omega} + b^2 Q_{\Delta\omega\Delta\omega} + \frac{b^3}{h} Q_{\Delta k\Delta\omega} = 0$$

ἤ

$$\frac{b^3}{h} Q_{\Delta k\Delta\omega} = \frac{b^2}{h} Q_{by\Delta\omega} - b^2 Q_{\Delta\omega\Delta\omega}$$

ἤ

$$\frac{b^3}{h} Q_{\Delta k\Delta\omega} = \frac{b^2}{h} \frac{3}{2} \frac{h^3}{b^4} - b^2 \frac{3}{2} \frac{h^2}{b^4} = 0$$

Ἄρα $Q_{\Delta k\Delta\omega} = 0$

9) Προσδιορισμὸς τοῦ $Q_{\Delta kby}$

Λαμβάνομεν τὰς ἐξισώσεις

$$Q_{Pv_2} = Q_{by} - hQ_{\Delta\omega} - bQ_{\Delta k}$$

$$Q_{Pv_1} = Q_{by} - hQ_{\Delta\omega}$$

Πολλαπλασιάζομεν κατὰ μέλη καὶ εὑρίσκομεν

$$(Q_{by} - hQ_{\Delta\omega})^2 - bQ_{\Delta kby} + bhQ_{\Delta k\Delta\omega} = 0$$

Ἀλλὰ $\qquad (Q_{by} - hQ_{\Delta\omega})^2 = Q_{Pv_1Pv_1} = 1$

Ἄρα

$$Q_{\Delta kby} = \frac{1}{b}$$

Εἰς προσεχῆ ἐργασίαν δίδομεν ἐφαρμογὰς τοῦ παρόντος ἐπὶ τοῦ ὑπολογισμοῦ τῶν μέσων σφαλμάτων τῶν στοιχείων τοῦ σχετικοῦ προσανατολισμοῦ.

RÉSUMÉ

Pour l'utilisation d'un couple des plaques photographiques aux travaux phototopographiques, nous avons besoin d'une construction mecanique à l'aide de laquelle nous obtiendrons la même orientation du couple qu'au moment de la prise de vues.

Cette orientation s'effectue en deux parties.

a) Orientation relative.

Les éléments d'orientation de deux plaques dans l'appareil doivent être déterminés de telle sorte que les deux clichés conjugués, définissent un modéle spatial.

b) Orientation absolue.

Le modéle spatial précédemment obtenu est amené à la grandeur voulue et orienté dans l'espace, à l'aide des points connus sur le terrain.

Pour étudier le probléme de l'orientarion relative, on considére les sections avec un plan quiconque horizontal des rayons lumineux en deux points conjugués du couple des plaques photographiques.

La distance des points d'intercection des deux rayons lumineux avec le plan horizontal, nous donne la parallaxe générale.

On peu considérer la parallaxe générale, comme composée de deux grandeurs linéaires, l'un paralléle à l'axe x, qui s'appelle parallaxe horizontale et l' autre paralléle à l'axe y, qui s'appelle parallaxe verticale.

La parallaxe verticale est due aux erreurs des éléments de l'orientation relative et l'existance de cette parallaxe aux divers points du modéle, c'est une indication que l'orientation relative n'est pas encore effectuée.

On peut exprimer mathématiquement la parallaxe vérticale par une équation linéaire quant aux cinq éléments de l'orientation relative. En conclusion c'est possible de déterminer les éléments de l'orientation relative par calcul en mesurant les parallaxes verticales en cinq points du modélle et en résolvant un systéme de cinq équations avec cinq inconnues.

Dans la pratique on n'applique pas cette méthode par calcul parceque elle exige de longues operations numeriques.

On applique aujourd'hui pour l'orientation relative la méthode oppticomécanique de V. Gruber. Par cette méthode se présente la nécessité de connaître la précision pour les valeurs obtennues des éléments d'orientation relative.

Pour cela on applique la méthode symbolique et on détermine les coefficients des poids des éléments d'orientation relative, à l' aide desquelles on peut calculer avec grande simplicité les erreurs moyennes des elements d'orientation relative.