

ΧΑΟΣ ΚΑΙ ΤΑΞΗ ΣΤΟ ΣΥΜΠΑΝ

ΟΜΙΛΙΑ ΤΟΥ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟΥ Γ. ΚΟΝΤΟΠΟΥΛΟΥ

Κύριε Πρόεδρε τῆς Ἀκαδημίας, κυρία καὶ κύριοι συνάδελφοι Ἀκαδημαϊκοί, σεβασμιώτατοι, κυρίες καὶ κύριοι.

Εὐχαριστῶ θερμότατα τὸν Πρόεδρο κ. Ματσανιώτη καὶ τὸν Ἀκαδημαϊκὸ κ. Ἀρτεμιάδη γιὰ τὰ τόσο καλὰ τους λόγια. Εὐχαριστῶ ἐπίσης τὴν Ἀκαδημία γιὰ τὴν ιδιαίτερη τιμὴ ποὺ μοῦ ἔκαμε, ἐκλέγοντάς με ὡς μέλος της.

Θὰ ἤθελα αὐτὴ τὴ στιγμή νὰ ἐκφράσω τὴν εὐγνωμοσύνη μου πρὸς τοὺς καθηγητὲς μου. Θ' ἀναφέρω ιδιαίτερα τὸν καθηγητὴ μου τῆς Ἀστρονομίας αἰμίνηστο Σταῦρο Πλακίδη, καὶ τὸν καθηγητὴ κ. Καίσαρα Ἀλεξόπουλο, παλαιὸ μέλος τῆς Ἀκαδημίας, ἀπὸ τὸν ὁποῖο ἔμαθα Φυσικὴ. Στὴ συνέχεια θέλω νὰ μνημονεύσω τοὺς συνεργάτες μου, ποὺ μὲ βοήθησαν στὸ ἐπιστημονικὸ μου ἔργο, καὶ ιδιαίτερα τοὺς συνεργάτες μου στὰ Πανεπιστήμια Ἀθηνῶν καὶ Θεσσαλονίκης. Κοντὰ σ' αὐτοὺς ὅμως πρέπει ν' ἀναφέρω τὴν οἰκογένειά μου, τὴ γυναίκα μου καὶ τὰ παιδιὰ μου, ποὺ μοῦ συμπαραστάθηκαν ὅλα αὐτὰ τὰ χρόνια καὶ μὲ ἀπέραντη ὑπομονὴ ἀνέχθηκαν νὰ τοὺς παίρνω τὸ χρόνο ποὺ τοὺς ὄφειλα, γιὰ νὰ ἀσχοληθῶ μὲ τὴν Ἀστρονομία.

Πολλοὺς ἄλλους θὰ ἤθελα καὶ θὰ ἔπρεπε νὰ εὐχαριστήσω. Ἀλλὰ θὰ ἀναφερθῶ μόνο σὲ 3 ἀνθρώπους ποὺ ἔπαιξαν καθοριστικὸ ρόλο στὴν ἐπιστημονικὴ μου ἐξέλιξη.

α) Τὴν μητέρα μου ποὺ ἦταν μία ἀπὸ τίς πρῶτες γυναῖκες μαθηματικούς στὴ νεώτερη Ἑλλάδα. Αὐτὴ μοῦ ἐνέπνευσε τὴν ἀγάπη στὰ Μαθηματικά.

β) Τὸν πατέρα μου ποὺ ἐνῶ ἦταν δικηγόρος εἶχε μεγάλη ἀγάπη στὶς φυσικὲς ἐπιστῆμες. Καὶ ἀπὸ τὴν ἐποχὴ ποὺ ἤμουν ἀκόμη στὸ Δημοτικὸ σχολεῖο προσπαθοῦσε νὰ μὲ μὴσει στὴ θεωρία τῆς σχετικότητας καὶ ἄλλα θέματα Φυσικῆς καὶ μὲ ἔκαμε νὰ ἀγαπήσω τὴ Φυσικὴ.

γ) Ὁ τρίτος ἦταν ὁ καθηγητὴς Chandrasekhar, βραβεῖο Nobel Φυσικῆς, ποὺ μὲ κάλεσε νὰ ἐργασθῶ κοντά του τὸ 1961. Ἦταν ἓνα λαμπρὸ παράδειγμα καθαροῦ μυαλοῦ καὶ ἀπίστευτης ἐργατικότητας ποὺ ἄφησε ἀνεξίτηλα ἴχνη ἐπάνω μου.

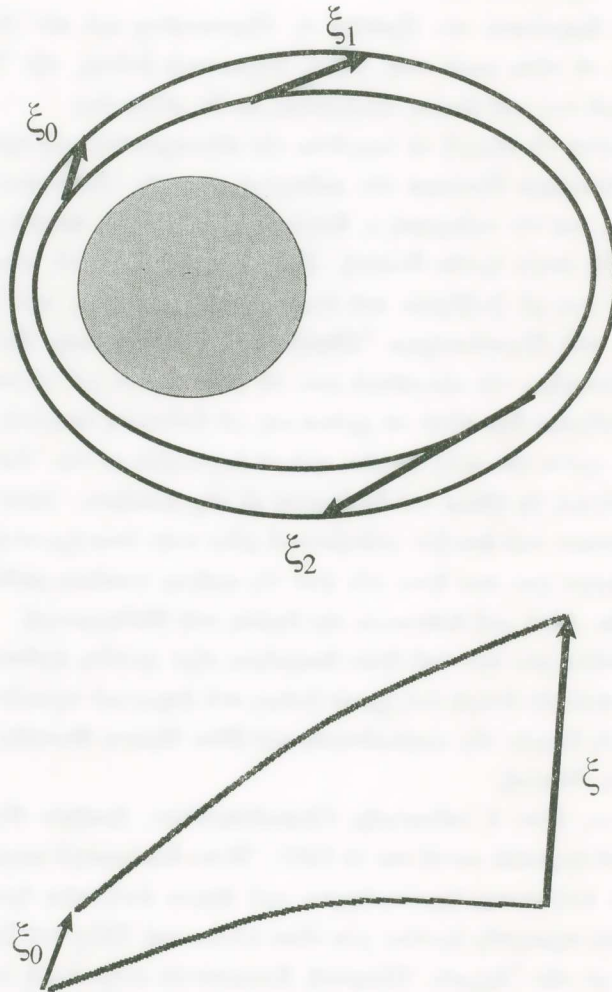
Τὸ θέμα τῆς σημερινῆς ὁμιλίας μου εἶναι «Χάος καὶ Τάξη στὸ Σύμπαν».

Σύμφωνα μὲ τὴν Ἀρχαία Ἑλληνικὴ Κοσμογονία στὴν ἀρχὴ τοῦ Σύμπαντος ὑπῆρχε τὸ Χάος. Θυγατέρες τοῦ Χάους ἦσαν οἱ Μοῦρες, ποὺ θὰ μπορούσαμε νὰ τίς ἀντιστοιχήσουμε μὲ τοὺς Φυσικοὺς Νόμους.

Στὴ συνέχεια ἐρχονται ὁ Οὐρανὸς καὶ ἡ Γαῖα, ὁ Κρόνος, ὁ Ζεὺς καὶ οἱ ἄλλοι θεοὶ τοῦ Ὀλύμπου. Εἶναι χαρακτηριστικὸ, ὅτι οἱ φυσικοὶ νόμοι προϋπάρχουν, κατὰ

κάποιον τρόπο, πρὶν ἀπὸ τὸν οὐρανὸ καὶ τὴ γῆ, δηλαδή ἀπὸ τὸ ὅλο ὕλικό Σύμπαν, ποῦ δὲν μπορεῖ νὰ νοηθεῖ χωρὶς φυσικοῦς νόμους.

Στὴ σύγχρονη ἐπιστήμη οἱ φυσικοὶ νόμοι διέπουν τὴ συμπεριφορὰ τῆς ὕλης, ἀπὸ τὰ στοιχειώδη σωματίδια, μέχρι τοὺς γαλαξίες καὶ τὸ ὅλο Σύμπαν. Τὸ χάος (μὲ τὴ σύγχρονη ἔννοια) δὲν εἶναι ἀντίθετο μὲ τοὺς φυσικοὺς νόμους, ἀλλὰ συνέπεια τῶν φυσικῶν νόμων, ὅπως καὶ ἡ τάξη. Παρουσιάζεται ἐκεῖ ὅπου ὑπάρχουν ἀστάθειες.



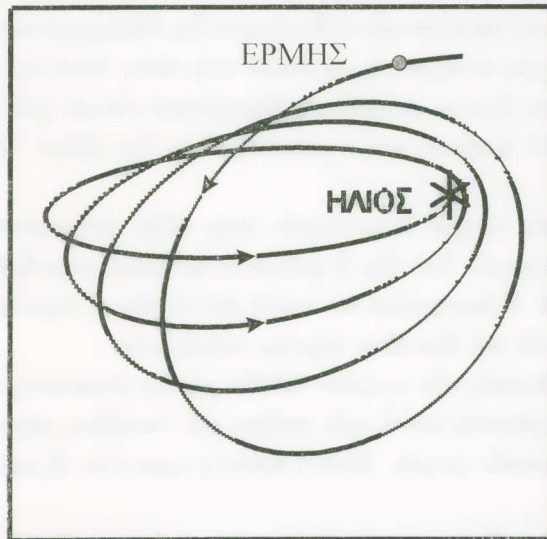
Σχ. 1. (α) Δύο γειτονικὲς τροχιῆς ἑνὸς δορυφόρου καὶ ἑνὸς ἀστροναύτου γύρω ἀπὸ τὴ γῆ. Οἱ τροχιῆς παραμένουν πάντα ἢ μία πλησίον τῆς ἄλλης. Ὁ ἀστροναύτης ἀπομακρύνεται βραδέως κατὰ μῆκος τῆς τροχιᾶς, καὶ ἐπανερχεται μετὰ μία σχετικὴ περιστροφή κοντὰ στὸ διαστημόπλοιο. (β) Μεγάλῃ ἐκτροπῇ δύο γειτονικῶν τροχιῶν στὴν περίπτωση τοῦ χάους.

Ο καλύτερος τρόπος για να κατανοήσουμε το χάος και την τάξη είναι με τη χρησιμοποίηση τροχιών. Π.χ. στην Αστρονομία χρησιμοποιούμε συνήθως τροχιές αστερών ή δορυφόρων. Τάξη υπάρχει εκεί όπου οι τροχιές είναι εν γένει ευσταθείς, ενώ χάος υπάρχει εκεί όπου οι τροχιές είναι ασταθείς.

Σαν παράδειγμα ως θεωρήσουμε την τροχιά ενός διαστημοπλοίου γύρω από τη γη (Σχ. 1α). Μία τέτοια τροχιά είναι ευσταθής. Έτσι αν ένας αστροναύτης βγει από το διαστημόπλιό του και αποσυνδεθεί από αυτό, θα διαγράψει μία τροχιά κοντά στην αρχική τροχιά. Θα φύγει βεβαίως μακριά, αλλά με βραδύ ρυθμό και κατά μήκος της τροχιάς. Έτσι μετά μία ολόκληρη σχετική περιστροφή θα πλησιάσει πάλι το διαστημόπλιό του. Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι έχουμε οργανωμένες τροχιές, ή τάξη.

Σε αντίθεση με αυτό το παράδειγμα, στο Σχ. 1β έχουμε δύο γειτονικές τροχιές που απομακρύνονται με ταχύ ρυθμό. Στα μαθηματικά λέμε ότι η απομάκρυνση είναι έκθετική. Έτσι μετά από κάποιο χρονικό διάστημα οι δύο αυτές τροχιές οδηγούν σε έντελως διαφορετικές θέσεις. Τότε έχουμε χάος. Στην τεχνική γλώσσα το χάος σημαίνει «ευαίσθητη εξάρτηση από τις αρχικές συνθήκες».

Πάντως το χάος είναι αντίθετο προς την τυχαιότητα, που συνήθως αντιπροσωπεύει την έλλειψη αυστηρών νόμων. Όπως θα δούμε, το χάος, ενώ φαίνεται ότι ακολουθεί μια τυχαία συμπεριφορά, εν τούτοις υπακούει σε ορισμένους αυστηρούς κανόνες που δεν είναι καθόλου τυχαίοι.



Σχ. 2. Άλλαγή της τροχιάς του Έρμου μέχρις ότου πέσει στον Ήλιο (σχηματικά).

Ἄλλο παράδειγμα ὅπου οἱ τροχιές ἔχουν μιὰ ἐξαιρετική εὐστάθεια εἶναι οἱ τροχιές τῶν πλανητῶν γύρω ἀπὸ τὸν ἥλιο. Ἄν ἀγνοήσουμε τὶς ἀλληλεπιδράσεις τῶν πλανητῶν μεταξύ τους, κάθε πλανήτης διαγράφει γύρω ἀπὸ τὸν ἥλιο μιὰ ἔλλειψη, σύμφωνα μὲ τοὺς νόμους τοῦ Kepler, πὺ ἀπορρέουν ἀπὸ τὸ νόμο τῆς παγκοσμίου ἔλξεως τοῦ Νεύτωνος. Οἱ τροχιές αὐτὲς εἶναι ἀπολύτως εὐσταθεῖς, καὶ γιὰ τρισεκατομμύρια ἔτη δὲν ἀλλάζουν. Σ' αὐτὲς τὶς περιπτώσεις οἱ κινήσεις εἶναι ὀργανωμένες.

Ἐν τούτοις τὸ χάος ὑπάρχει καὶ ἐδῶ. Τὸ χάος στὸ ἡλιακὸ σύστημα εἶναι μικρὸ, ἀλλὰ ὄχι ἀμελητέο. Ἐπειδὴ οἱ πλανῆτες στὴν πραγματικότητα ἔλκουν ὁ ἕνας τὸν ἄλλο, προκαλοῦν μικρὲς ἀνωμαλίες στὶς τροχιές τους, οἱ ὁποῖες τελικὰ μποροῦν νὰ ὀδηγήσουν στὴ διάλυση τοῦ ἡλιακοῦ συστήματος.

Ὁ πρῶτος πλανήτης πὺ θὰ ὑποστῆ τὶς συνέπειες τοῦ χάους εἶναι ὁ Ἑρμῆς. Ὁ Ἑρμῆς, πὺ εἶναι ὁ πλησιέστερος πλανήτης πρὸς τὸν ἥλιο, ὑπολογίζεται ὅτι πιθανότατα θὰ πέσει στὸν ἥλιο, ἢ θὰ φύγει ἀπὸ τὸ ἡλιακὸ σύστημα μετὰ ἀπὸ 3.5 δισεκατομμύρια ἔτη (Σχ. 2). Κι αὐτὸ τὸ χρονικὸ διάστημα δὲν εἶναι ιδιαίτερα μεγάλο ἂν σκεφθοῦμε ὅτι ἡ ἡλικία τοῦ Σύμπαντος εἶναι 10-15 δισεκατομμύρια ἔτη. (Ἡ γῆ καὶ οἱ ἄλλοι πλανῆτες θὰ ἔχουν τὴν ἴδια τύχη, ἀλλὰ σὲ πολὺ μεγαλύτερα χρονικὰ διαστήματα).

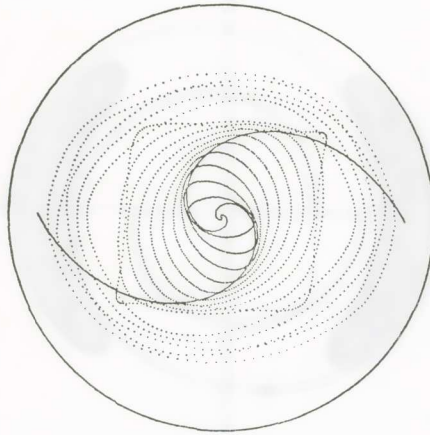
Ἄς ἔλθουμε ὅμως τώρα στὶς τροχιές τῶν ἀστέρων σὲ ἓνα σπειροειδῆ γαλαξία ὅπως ὁ δικός μας. Τὸ Σχ. 3 (ἔγχρωμο σελ. 560) δείχνει τὸν σπειροειδῆ γαλαξία NGC 5247 πὺ μελετήσαμε στὸ Εὐρωπαϊκὸ Ἀστεροσκοπεῖο τοῦ Νότου (European Southern Observatory). Ἐνας τέτοιος γαλαξίας ἔχει κάπου 1 τρισεκατομμύριο ἀστέρες. Ἐνα θεωρητικὸ μοντέλο τοῦ γαλαξίου αὐτοῦ δίνεται στὸ Σχ. 4 (ἔγχρωμο σελ. 560). Ἀποτελεῖται ἀπὸ πολλὲς τροχιές ἀστέρων, ἡ μιὰ ἐπάνω στὴν ἄλλη. Ἐκεῖ πὺ συγκεντρώνονται περισσότεροι ἀστέρες ἔχουμε μεγαλύτερη λαμπρότητα (λευκὸ χροῶμα) στὴν εἰκόνα.

Οἱ τροχιές τῶν ἀστέρων στοὺς γαλαξίες εἶναι δύο εἰδῶν: Ὀργανωμένες, καὶ χαοτικές.

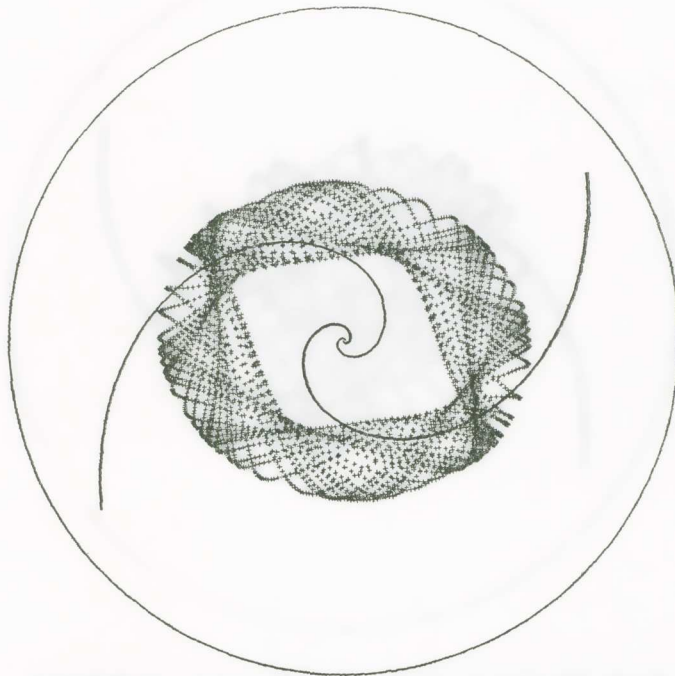
Οἱ ὀργανωμένες τροχιές ἀντιστοιχοῦν στὴν τάξη. Διακρίνονται σὲ περιοδικὲς καὶ ἡμιπεριοδικὲς τροχιές. Στὸ Σχ. 5 φαίνονται ὀρισμένες περιοδικὲς τροχιές σὲ ἓνα σπειροειδῆ γαλαξία. Παρατηροῦμε ὅτι κοντὰ στὸ κέντρο οἱ περιοδικὲς τροχιές εἶναι σχεδὸν ἔλλειψεις, ἐνῶ πὺ ἔξω εἶναι περίπου τετράγωνες.

Ὁ προσανατολισμὸς τῶν τροχιῶν ἀλλάζει μὲ τὴν ἀπόσταση, καὶ ἡ πυκνότητα τῶν σημείων εἶναι μέγιστη κοντὰ στὶς σπειρες τοῦ γαλαξίου, μέχρι τὰ σημεία ὅπου ἔχουμε τὶς τετραγωνικὲς τροχιές. Αὐτὴ ἡ διάταξη ἐρμηνεύει τὴ μορφή πολλῶν σπειροειδῶν γαλαξιῶν.

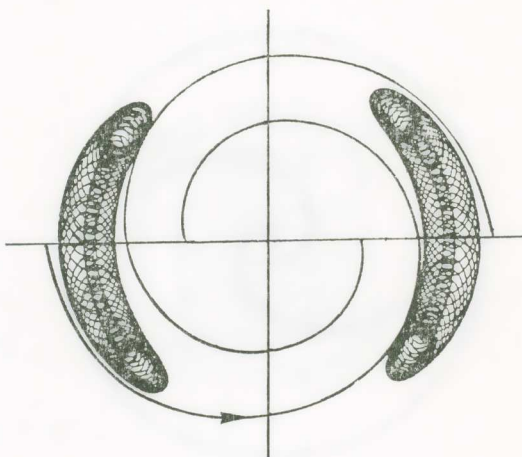
Κοντὰ στὶς περιοδικὲς τροχιές βρίσκονται οἱ ἡμιπεριοδικὲς τροχιές (Σχ. 6). Αὐτὲς προκύπτουν ἀπὸ 2 κινήσεις. Μία κατὰ μῆκος μιᾶς περίπου ἔλλειπτικῆς περι-



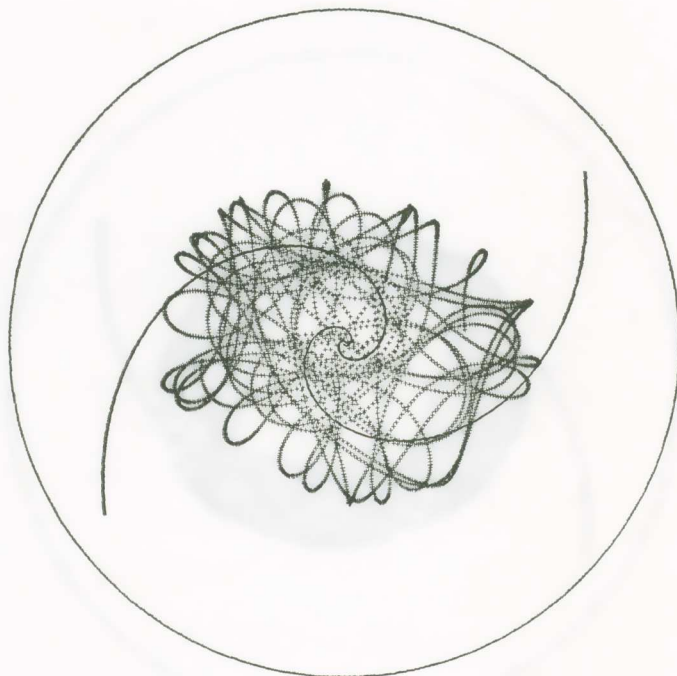
Σχ. 5. Περιοδικές τροχιές σε διάφορες αποστάσεις από τὸ κέντρο ἑνὸς γαλαξίου (τελειῆς). Μὲ συνεχεῖς γραμμὲς δίνονται οἱ σπεῖρες τοῦ γαλαξίου. Ὁ ἐξωτερικὸς κύκλος παριστάνει τὴν ἀπόσταση ὅπου ἡ ταχύτης τῶν ἀστέρων ἰσοῦται μὲ τὴν ταχύτητα περιστροφῆς τῶν σπειρῶν.



Σχ. 6. Μία ἡμιπεριοδικὴ τροχιά, ποὺ γερμίζει ἓνα ἔλλειπτικὸ περίπου δακτύλιο γύρω ἀπὸ τὸ κέντρο.



Σχ. 7. Τροχιές τύπου μπανάνας σέ ένα σπειροειδή γαλαξία.



Σχ. 8. Μία χαοτική τροχιά, πού γεμίζει πλήρως μία έλλειπτική περίπου περιοχή γύρω από τó κέντρο.

οδικής τροχιάς, και μία ταλάντωση εκατέρωθεν τής περιοδικής τροχιάς. Έτσι οι τροχιές αυτές γεμίζουν ένα έλλειπτικό περίπου δακτύλιο. Άλλες οργανωμένες τροχιές σε ένα σπειροειδή γαλαξία έχουν τή μορφή μπανάνας (Σχ. 7).

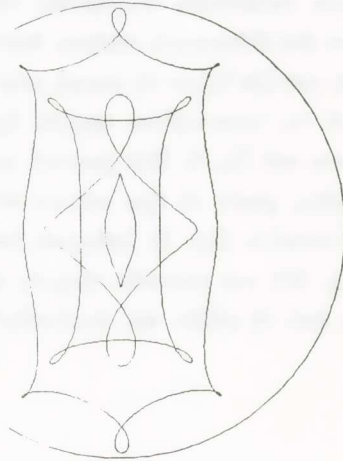
Έκτος όμως από τις οργανωμένες τροχιές έχουμε και τις χαοτικές τροχιές. Ένα παράδειγμα δίνεται στο Σχ. 8. Μια χαοτική τροχιά γεμίζει όλο τόν χώρο μέσα από μία όριακή καμπύλη, χωρίς να έχει κάποια συγκεκριμένη περιοδικότητα.

Σε ένα ραβδωτό γαλαξία (Σχ. 9) υπάρχουν επίσης οργανωμένες τροχιές κατά μήκος τής ράβδου (Σχ. 10) και χαοτικές τροχιές, όπως στο Σχ. 11, που βγαίνουν κατά διαστήματα έξω από τή ράβδο και ακολουθούν τις σπειρες ή περιβάλλουν τὸ γαλαξία.



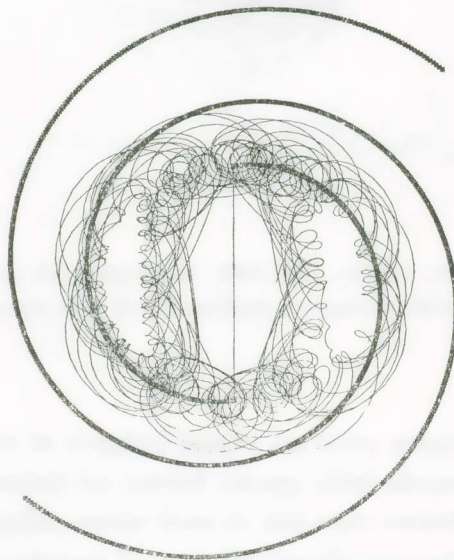
Σχ. 9. Ὁ ραβδωτός γαλαξίας NGC 1365. Ἀποτελεῖται ἀπὸ μία εὐθύγραμμη ράβδο, καὶ δύο σπειρες πὺ ἀρχίζουν ἀπὸ τὰ ἄκρα τῆς ράβδου.

Ἀνάλογα παραδείγματα χάους καὶ τάξεως υπάρχουν σε πολλά ἄλλα συστήματα. Π.χ. μελετήσαμε μερικές ἀπλές χημικές ενώσεις καὶ βρήκαμε οργανωμένες καὶ χαοτικές τροχιές τῶν ἀτόμων γύρω ἀπὸ τὸ κοινὸ κέντρο μάζης κάθε μορίου. Κάθε τέτοιο μόριο εἶναι σὺν ἓνα μικρὸ ἡλιακὸ σύστημα. Σε ὀρισμένες περιπτώσεις τὸ ἓνα ἄτομο μπορεῖ νὰ φύγει μακριὰ καὶ τὸ μόριο νὰ διαλυθεῖ. Αὐτὰ τὰ φαινόμενα ἔχουν ἄμεση ἐφαρμογὴ στὶς χημικὲς ἀντιδράσεις πὺ ἀποτελοῦν τὴ βάση τῆς χημείας.



Σχ. 10. Περιοδικές τροχιές εντός τῆς ράβδου ἑνὸς ραβδωτοῦ γαλαξίου.

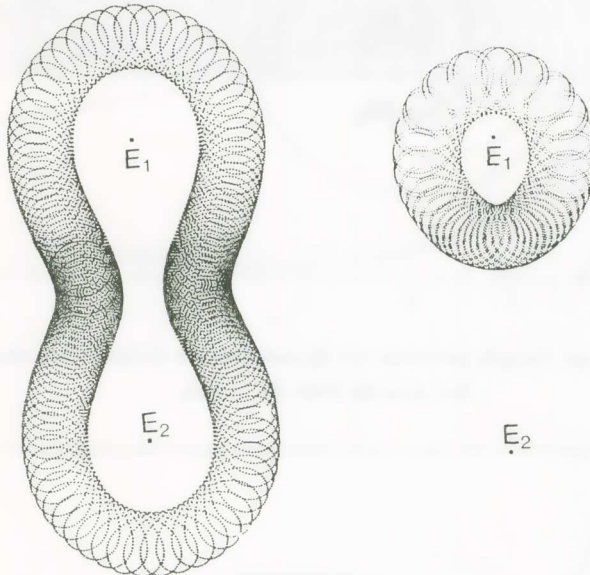
Ἰδιαίτερα πολύπλοκες κινήσεις παρουσιάζονται σὲ σύνθετα ὀργανικὰ μόρια ποὺ ἀποτελοῦν τὴ βάση τῆς ζωῆς. Κάθε τέτοιο μόριο εἶναι πολὺ πιὸ πολύπλοκο ἀπὸ ὄλοκληρο τὸ ἡλιακὸ μας σύστημα ὅπου κάθε πλανήτης ἢ δορυφόρος θεωρεῖται σὰν μαθηματικὸ σημεῖο.



Σχ. 11. Χαοτικὴ τροχιά σὲ ἕνα ραβδωτὸ γαλαξία. Εἰσέρχεται ἐντὸς τῆς ράβδου, ἀλλὰ καὶ στὴν περιοχὴ τῶν σπειρῶν καὶ δημιουργεῖ ἕνα δακτύλιο ποὺ περιβάλλει τὴ ράβδο.

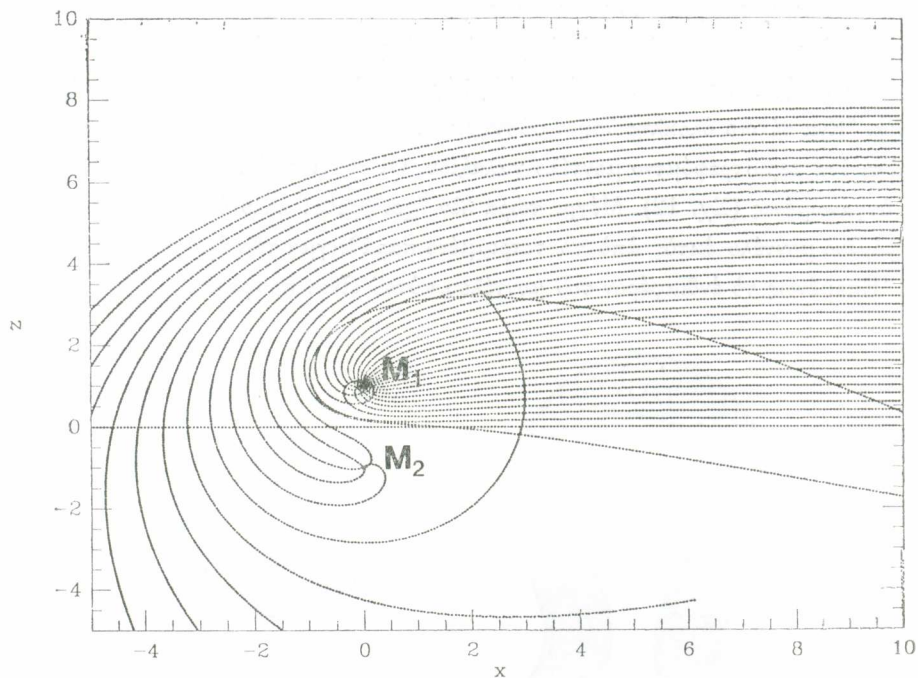
Ἐν γένει, ἡ τάξη καὶ τὸ χάος συνυπάρχουν σ' ἓνα δυναμικὸ σύστημα. Μόνο σὲ ὀρισμένες ἀκραῖες περιπτώσεις ὑπάρχει μόνον τάξη ἢ μόνον χάος.

Τὰ συστήματα ποὺ ἔχουν μόνον τάξη λέγονται ὀλοκληρώσιμα καὶ εἶναι ἀρκετὰ σπάνια. Ἐνα τέτοιο ὀλοκληρώσιμο σύστημα, ποὺ βρήκαμε πρὶν μερικὰ χρόνια, παριστάνει ἓνα περιστρεφόμενο μοντέλο γαλαξίου. Οἱ τροχιές σ' αὐτὸ τὸ μοντέλο εἶναι ὅλες ὀργανωμένες (Σχ. 12). Μέχρι τώρα δὲν ἔχει βρεθεῖ ἄλλο ὀλοκληρώσιμο περιστρεφόμενο μοντέλο ἐκτὸς ἀπὸ τὸ τετριμμένο παράδειγμα τῶν ὁμογενῶν ἐλλειψοειδῶν. Ἐπομένως τὸ ἐνδιαφέρον τοῦ μοντέλου αὐτοῦ εἶναι προφανές.

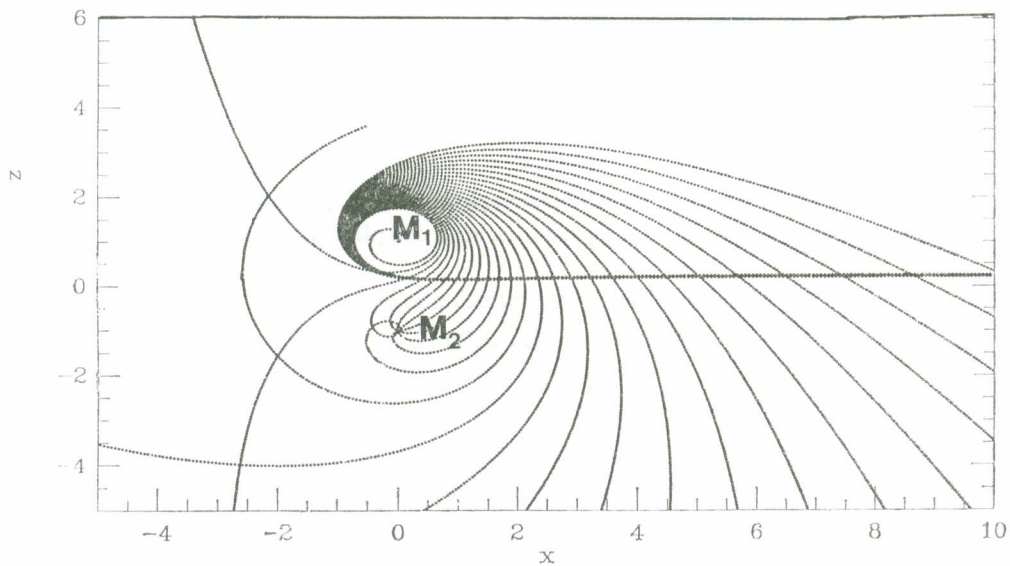


Σχ. 12. Τροχιές σὲ ἓνα ὀλοκληρώσιμο περιστρεφόμενο μοντέλο γαλαξίου. Αὐτὲς εἶναι εἴτε δακτύλιοι γύρω ἀπὸ τὸ κέντρο (α), ἢ δακτύλιοι γύρω ἀπὸ μίαν ἀπὸ τὶς ἐστῆες E_1, E_2 (β).

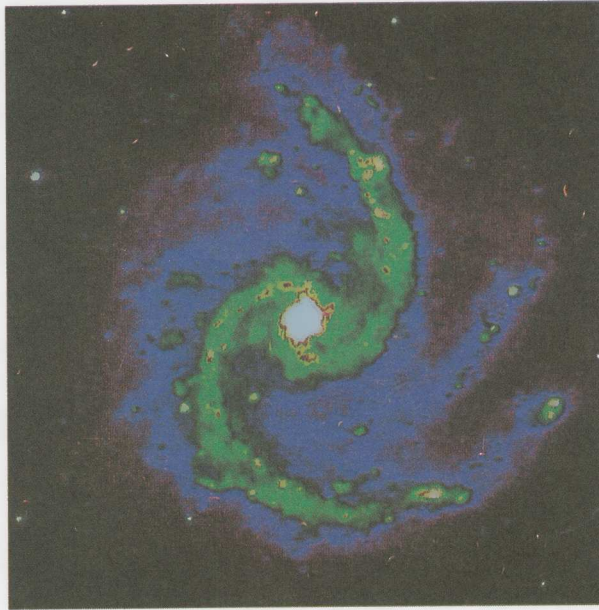
Ἀπὸ τὸ ἄλλο μέρος ἓνα ἀπολύτως χαοτικὸ παράδειγμα εἶναι οἱ κινήσεις φωτονίων σὲ ἓνα σύστημα 2 σταθερῶν μελανῶν ὀπῶν (Σχ. 13α, β). Ἄν θεωρήσουμε μιὰ δέσμη φωτονίων ποὺ ἔρχεται ἀπὸ τὸ ἄπειρο, μερικὲς τροχιές πέφτουν στὴ μελανὴ ὀπή M_1 (τροχιές τύπου I), ἄλλες στὴ μελανὴ ὀπή M_2 (τροχιές τύπου II) καὶ ἄλλες φεύγουν πάλι στὸ ἄπειρο (τροχιές τύπου III). Μιὰ στενὴ δέσμη φωτονίων (Σχ. 13β) περιλαμβάνει τροχιές καὶ τῶν τριῶν τύπων. Μία πολὺ μικρὴ ἀλλαγὴ στὶς ἀρχικὲς συνθῆκες μεταβάλλει τὸν τύπο τῆς τροχιάς, ὥστε, π.χ., ἀντὶ νὰ πέσει στὴν μελανὴ ὀπή M_1 , νὰ πέσει στὴ μελανὴ ὀπή M_2 ἢ νὰ φύγει στὸ ἄπειρο. Αὐτὴ ἡ «εὐαίσθητη ἐξάρτηση ἀπὸ τὶς ἀρχικὲς συνθῆκες» εἶναι τὸ κύριο χαρακτηριστικὸ τοῦ χάους. Τὸ σύ-



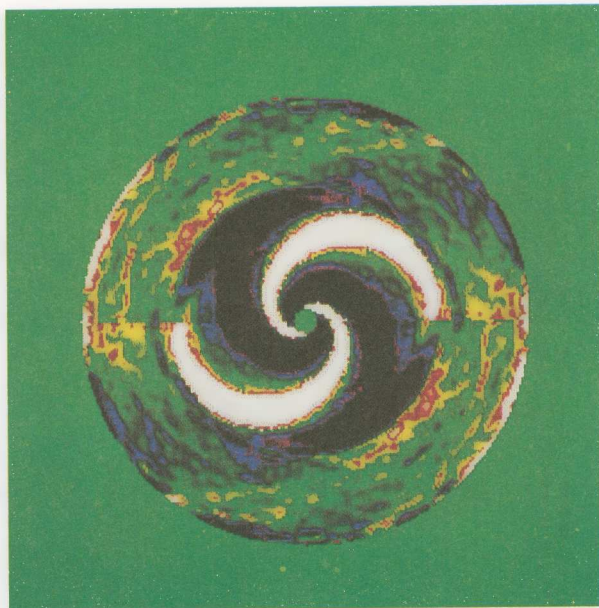
Σχ. 13. (α) Τροχιές φωτονίων που έρχονται από το άπειρο σε ένα σύστημα δύο μελανών όπών M_1 και M_2 .



(β) Μία λεπτή δέσμη φωτονίων χωρίζεται σε τροχιές που φθάνουν στις μελανές όπες M_1 , ή M_2 , ή φεύγουν πάλι στο άπειρο.



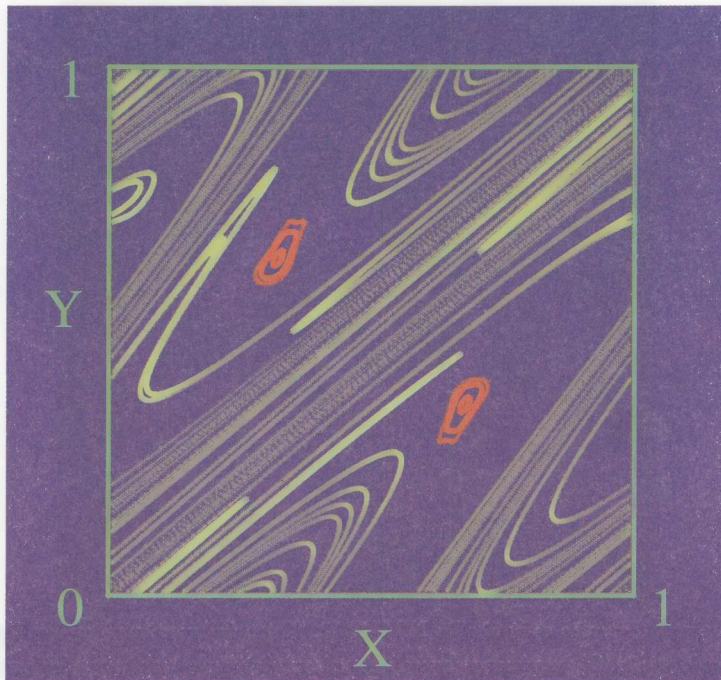
Σχ. 3. Ο σπειροειδής γαλαξίας NGC 3247. Τα χρώματα: λευκό, έρυθρό, κίτρινο, πράσινο, μπλε παριστάνουν περιοχές με όλο και μικρότερη ένταση φωτός.



Σχ. 4. Θεωρητικό μοντέλο του γαλαξία NGC 3247. Όπου υπάρχει λευκό χρώμα έχουμε μεγάλη συγκέντρωση τροχιών. Οι ακανόνιστες περιοχές κοντά στον έξωτερικό κύκλο προέρχονται από θόρυβο.



Σχ. 21. Μία άσταθής άσυμπτωτική καμπύλη που ξεκινά από την άσταθή περιοδική τροχιά $(0,0)$ (περιόδου 1) στην τυπική άπεικόνιση (κίτρινη), και μία άσταθής άσυμπτωτική καμπύλη περιόδου 2 (κόκκινη).



Σχ. 22. Μία άσταθής άσυμπτωτική καμπύλη στην τυπική άπεικόνιση (κίτρινη). Η καμπύλη αυτή δέν πλησιάζει τις περιοχές τών δύο νησίδων ευσταθείας (κόκκινες).

στημα αυτό ήταν το πρώτο σχετικιστικό μοντέλο που παρουσιάζει χάος. Ένώ έχει άπειρες περιοδικές τροχιές, όλες είναι άσταθεές, και δεν επιτρέπουν άλλες οργανωμένες κινήσεις.

Τò καταπληκτικό είναι ότι το αντίστοιχο κλασικό πρόβλημα, το πρόβλημα τών δύο σταθερών έλκτικών κέντρων, είναι ολοκληρώσιμο και δεν έχει καθόλου χάος. Τò σχετικιστικό πρόβλημα είναι ένα θεμελιώδες παράδειγμα «χαοτικής διασποράς» (chaotic scattering)¹.

Βλέπουμε λοιπόν ότι ή βαρύτης συμπεριφέρεται πολύ διαφορετικά στή σχετικότητα από ό,τι στή Νευτώνεια θεωρία.

Θά τελειώσω τὰ παραδείγματά μου με ένα μοντέλο του διαστελλομένου Σύμπαντος που λέγεται «χαοτικό μοντέλο» ή «μοντέλο Mixmaster». Τò μοντέλο αυτό μελετάται πολύ τὰ τελευταία χρόνια, γιατί θά μπορούσε νά εξηγήσει ίσως όρισμένα χαρακτηριστικά του Σύμπαντος κατά τὰ πρώτα κλάσματα του πρώτου δευτερολέπτου τής ήλικίας του.

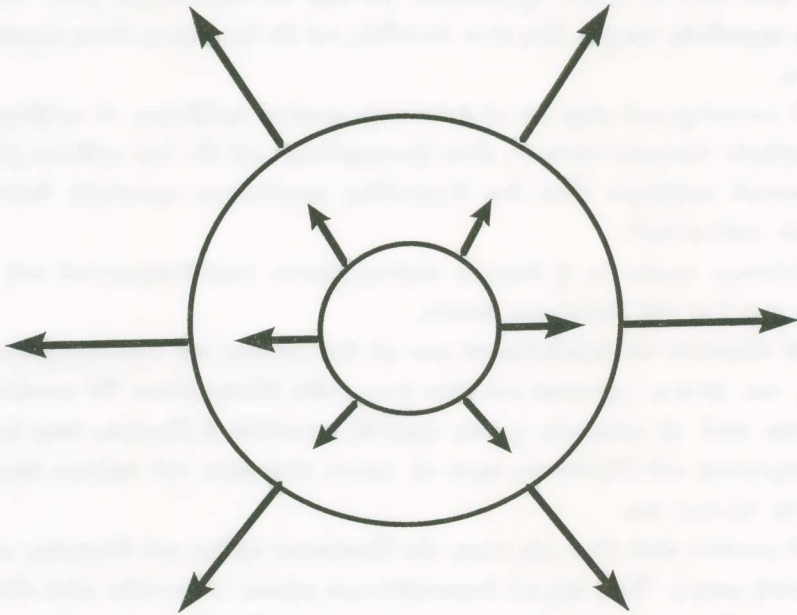
Τò μοντέλο αυτό είναι μία λύση τών εξισώσεων πεδίου του Einstein, και έχει πολύ άπλή μορφή. Έτσι αρχικά διερωτηθήκαμε μήπως τò μοντέλο αυτό είναι ολοκληρώσιμο. Τελευταία όμως αποδείχθηκε ότι τò μοντέλο Mixmaster είναι χαοτικό, όπως είναι τò σύστημα τών δύο μελανών όπών.

Ένα περίεργο χαρακτηριστικό του μοντέλου αυτού είναι πώς παρουσιάζει συγχρόνως συστολή και διαστολή. Ένώ στὰ συνήθη μοντέλα του Σύμπαντος έχουμε όμοιόμορφη διαστολή (Σχ. 14), στò χαοτικό μοντέλο τò Σύμπαν διαστέλλεται πρòς όρισμένες διευθύνσεις, ενώ πρòς άλλες συστέλλεται (Σχ. 15). Άργότερα όμως ή διαστολή και ή συστολή έναλλάσσονται και ή έναλλαγή αυτή γίνεται κατά άκανόνιστο τρόπο. Πάντως κατά μέσον όρον τò Σύμπαν διαστέλλεται.

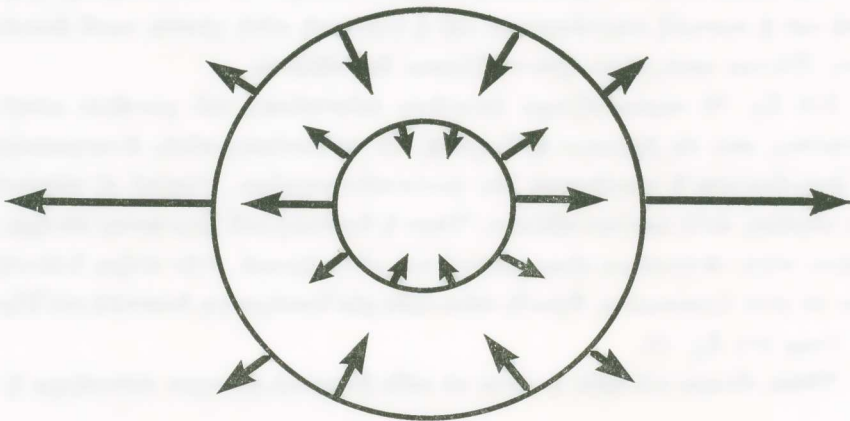
Στò Σχ. 16 παρουσιάζουμε όρισμένες ταλαντώσεις του μοντέλου αυτού του Σύμπαντος, που τις βρήκαμε άριθμητικά. Οί ταλαντώσεις αυτές άντιπροσωπεύουν τήν άπομάκρυνση ή προσέγγιση δύο γειτονικών σημείων. Άρχικά οί ταλαντώσεις είναι μεγάλες, αλλά κατόπιν σβήνουν. Όταν ή διαστολή του Σύμπαντος δεν έχει χωρήσει πολύ, τò σύστημα είναι χαοτικό και μόνον όριακά, στήν πλήρη διάλυσή του, τείνει νά γίνει όργανωμένο, δηλαδή τείνει πρòς μία όμοιόμορφη διαστολή του Σύμπαντος, όπως στò Σχ. 14.

Όπως είπαμε πιò πριν, εν γένει σέ κάθε δυναμικό σύστημα συνυπάρχει ή τάξη

1. Μία άκριβέστερη διατύπωση κάνει διάκριση μεταξύ «χάους» και «χαοτικής διασποράς». Στήν πρώτη περίπτωση οί κινήσεις φθάνουν μόνο σέ πεπερασμένη άπόσταση, ενώ στήν δεύτερη περίπτωση οί κινήσεις εκτείνονται στò άπειρο.



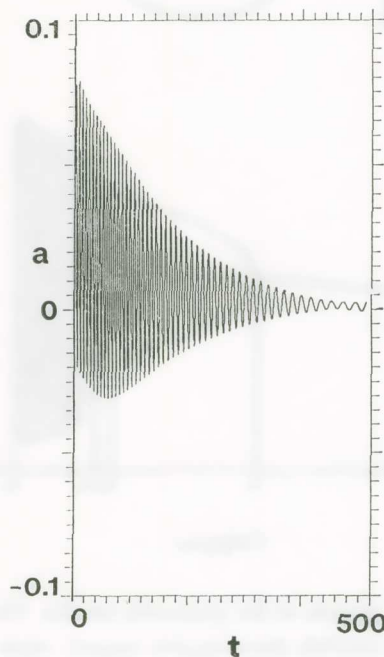
Σχ. 14. Ὁμοίμορφη διαστολή τοῦ Σύμπαντος. Ἡ ταχύτης διαστολῆς εἶναι ἀνάλογος τῆς ἀποστάσεως. Οἱ ταχύτητες τῶν σημείων σὲ ἴσες ἀποστάσεις εἶναι ἴσες.



Σχ. 15. Διαστολή καὶ συστολή στὸ χαοτικὸ μοντέλο τοῦ Σύμπαντος. Ἡ ταχύτης διαστολῆς ἢ συστολῆς ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴ διεύθυνση καὶ ἀπὸ τὸ χρόνο τῆς παρατηρήσεως.

και τὸ χάος. Ἐτσι ἔχουμε τὸ πρόβλημα πῶς γίνεται ἡ μετάβαση ἀπὸ τὴν τάξη στὸ χάος.

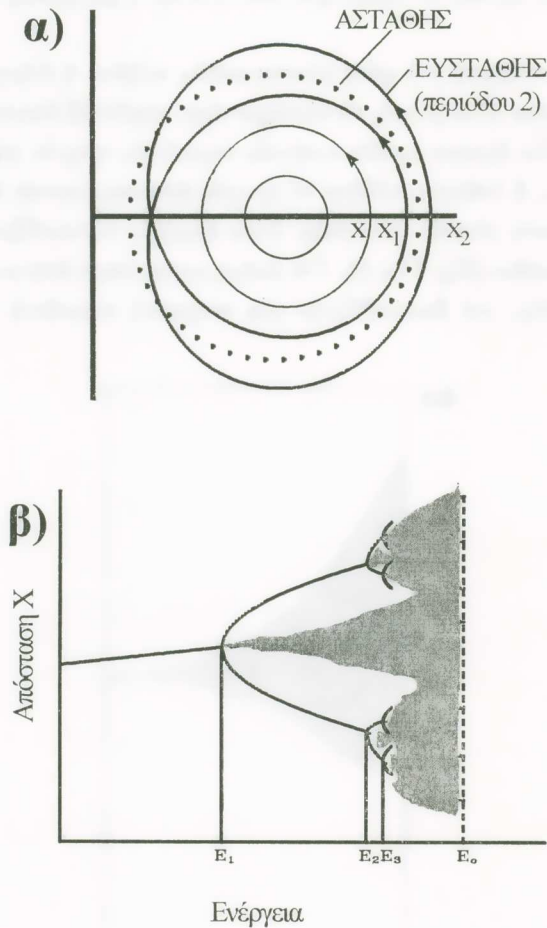
Συνήθως ἡ μετάβαση στὸ χάος γίνεται καθὼς αὐξάνει ἡ ἐνέργεια τοῦ συστήματος. Ὄταν ἡ ἐνέργεια εἶναι μικρή, τὸ σύστημα εἶναι σχεδὸν ἕξ ὀλοκλήρου ὀργανωμένο. Π.χ. σὲ ἓνα γαλαξία ἔχουμε σχεδὸν κυκλικὲς περιοδικὲς τροχιὲς γύρω ἀπὸ τὸ κέντρο (Σχ. 17α). Καθὼς, ἡ ἐνέργεια αὐξάνει οἱ τροχιὲς ἀπομακρύνονται ἀπὸ τὸ κέντρο καὶ σὲ κάποια ἀπόσταση γίνονται ἀσταθεῖς. Τότε ἀκριβῶς διακλαδίζεται μία περιοδικὴ τροχιά διπλῆς περιόδου (Σχ. 17α, β). Γιὰ ἀκόμη μεγαλύτερη ἐνέργεια καὶ αὐτὴ ἡ τροχιά γίνεται ἀσταθής, καὶ διακλαδίζεται μία τετραπλῆ περιοδικὴ τροχιά, κ.ο.κ.



Σχ. 16. Ταλαντώσεις τῆς σχετικῆς ἀποστάσεως δύο γειτονικῶν σημείων σὲ ἓνα χαοτικὸ μοντέλο τοῦ Σύμπαντος.

Γύρω ἀπὸ κάθε ἀσταθὴ τροχιά ἔχουμε μία μικρὴ περιοχὴ χάους. Καθὼς ἡ ἐνέργεια αὐξάνει, οἱ περιοχὲς τοῦ χάους αὐξάνουν ἐνῶ οἱ ὀργανωμένες περιοχὲς μικραίνουν καὶ σὲ ἀρκετὰ μεγάλη ἐνέργεια τὸ χάος καταλαμβάνει ὅλο τὸ χῶρο (Σχ. 17β).

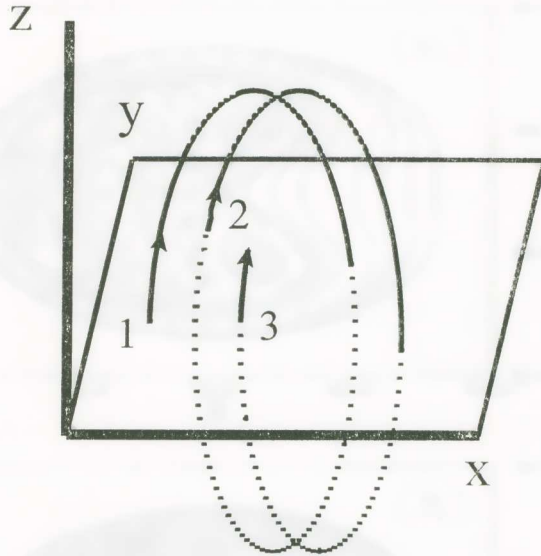
Ἐνας τρόπος μελέτης τοῦ φαινομένου αὐτοῦ εἶναι μὲ τὴν χρησιμοποίηση τῶν «ἐπιφανειῶν τομῆς Poincaré». Τέμνουμε δηλαδὴ ὅλες τὶς τροχιὲς μὲ σταθερὴ ἐνέργεια στὸ χῶρο τῶν φάσεων (δηλαδὴ σὲ ἓνα χῶρο ποὺ περιλαμβάνει ὄχι μόνο συντε-



Σχ. 17. (α) Κυκλικές περίπου τροχιές σέ ένα σπειροειδή γαλαξία. Για μικρές ενέργειες οι τροχιές είναι εύσταθεϊς, αλλά γίνονται άσταθεϊς (διακεκομμένη γραμμή) πέραν μιᾶς ἐνεργείας. Τότε διακλαδίζεται μία εύσταθής περιοδική τροχιά διπλῆς περιόδου.

(β) Ἡ ἀπόσταση τῆς τροχιάς σάν συνάρτηση τῆς ἐνεργείας. Σημειώνονται οἱ διακλαδώσεις διπλῆς, τετραπλῆς καὶ ὀκταπλῆς περιόδου. Κοντὰ στίς ἀσταθεϊς περιοδικές τροχιές ὑπάρχουν χαοτικῆς περιοχῆς (σκιασμένες), οἱ ὁποῖες αὐξάνουν σέ ἔκταση καθῶς αὐξάνει ἡ ἐνέργεια.

ταγμένες, ἀλλά καὶ τίς ταχύτητες) ἀπὸ μιᾶ κατάλληλη ἐπιφάνεια, συνήθως ἓνα ἐπίπεδο (Σχ. 18). Ἔτσι ἡ κάθε τροχιά ἀντιπροσωπεύεται ἀπὸ ἓνα πλῆθος σημείων, πού εἴτε σχηματίζουν μιᾶ καμπύλη (ὅπως οἱ περισσότερες τροχιές στὸ Σχ. 19α) ἢ εἶναι σκόρπια σημεία πού φαίνονται ἐντελῶς τυχαῖα. Οἱ τροχιές πού σχηματίζουν καμπύλες εἶναι ὀργανωμένες, ἐνῶ οἱ τροχιές πού σχηματίζουν σκόρπια σημεία εἶναι χαοτικῆς.



Σχ. 18. Τομή Poincaré τῶν τροχιῶν ἀπὸ ἑνὸς ἐπίπεδο.

Στὸ Σχ. 19α παρατηροῦμε πολλές ὁμαλές καμπύλες στὴν περιφέρεια καὶ στὸ κέντρο τοῦ συστήματος, καθὼς καὶ τροχιές πού σχηματίζουν νησίδες εὐσταθείας. Διακρίνεται μόνο μία μικρὴ περιοχὴ χάους κοντὰ σὲ μία ἀσταθὴ περιοδικὴ τροχιά. Ὑπάρχουν ὅμως καὶ ἄλλες μικρότερες χαοτικὲς περιοχές. Στὴν περίπτωση αὐτὴ ἡ ἐνέργεια εἶναι μικρὴ.

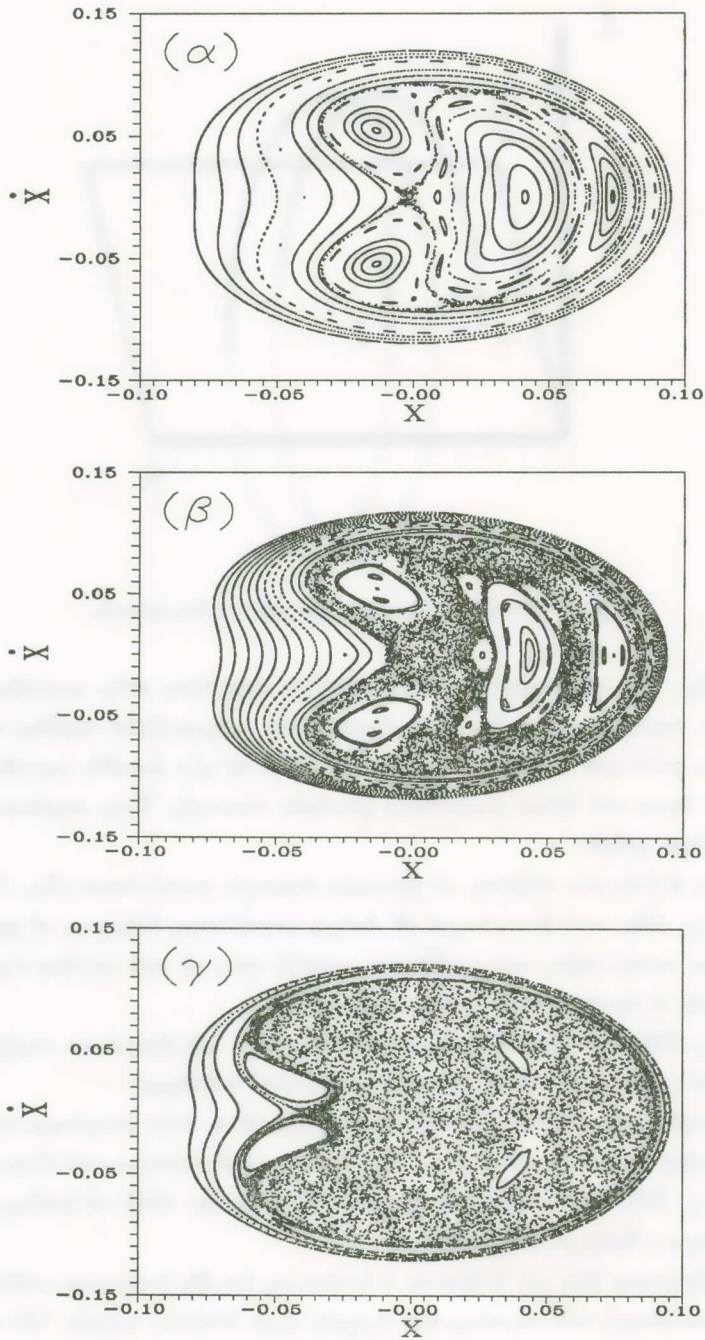
Καθὼς ἡ ἐνέργεια αὐξάνει, οἱ χαοτικὲς περιοχές μεγαλώνουν (Σχ. 19β).

Στὸ Σχ. 19γ, πού ἀντιστοιχεῖ σὲ ἀκόμη μεγαλύτερη ἐνέργεια, οἱ χαοτικὲς περιοχές εἶναι μεγαλύτερες καὶ συνδέονται μεταξύ τους σὲ μιὰ μεγάλη «χαοτικὴ θάλασσα», ἐνῶ οἱ ὀργανωμένες νησίδες εἶναι μικρές.

Τὸ Σχ. 20α παριστάνει μιὰ μοναδικὴ τροχιά σὲ μιὰ ἐπιφάνεια τομῆς Poincaré σὲ ἕνα πολὺ χαοτικὸ σύστημα πού λέγεται «τυπικὸ σύστημα».

Ἡ τροχιά ἀποτελεῖται ἀπὸ 10.000 σημεία πάνω στὴν ἐπιφάνεια τομῆς. Τὰ 3 πρῶτα σημεία εἶναι σημειωμένα. Σ' ἕνα διαφορετικὸ σύστημα πού λέγεται σύστημα Hénon (Σχ. 20β) ἡ κατανομὴ τῶν σημείων εἶναι ὅμοια, ἀλλὰ τὰ διαδοχικὰ σημεία 1, 2, 3... ἔχουν διαφορετικὴ διάταξη.

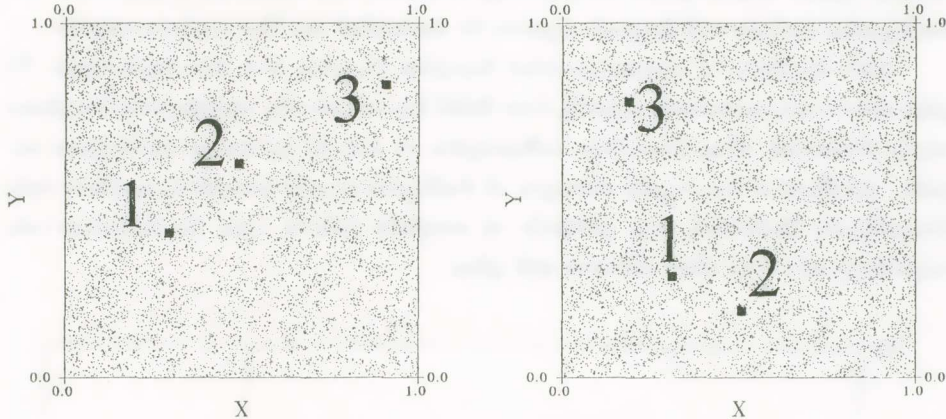
Στὰ Σχήματα 20α καὶ β δίνεται ἡ ἐντύπωση ὅτι δὲν ὑπάρχουν καθόλου νησίδες καὶ ὅτι ἡ κατανομὴ τῶν σημείων τῆς τροχιάς εἶναι ἐντελῶς τυχαία. Ἐν τούτοις μιὰ πιὸ προσεκτικὴ μελέτη δείχνει ὅτι ἡ κατανομὴ τῶν σημείων ἀκολουθεῖ ὀρισμένους αὐστηροὺς κανόνες.



Σχ. 19. Έπιφάνειες τομής Poincaré σε ένα μοντέλο γαλαξίου (α) για μικρή ενέργεια, (β) για μεγαλύτερη ενέργεια, (γ) για ακόμη μεγαλύτερη ενέργεια.

Τυπικό Σύστημα

Σύστημα Hénon



Σχ. 20. Κατανομή 10000 διαδοχικών σημείων (1, 2, 3...) σε μία τυπική άπεικόνιση (α), και σε μία άπεικόνιση Hénon (β).

Παρατηρούμε πρώτα ότι υπάρχουν άπειρες περιοδικές τροχιές. Ή πιό απλή περιοδική τροχιά στο Σχ. 20α είναι ή άρχή τών συντεταγμένων (0,0), ή όποία είναι άσταθής.

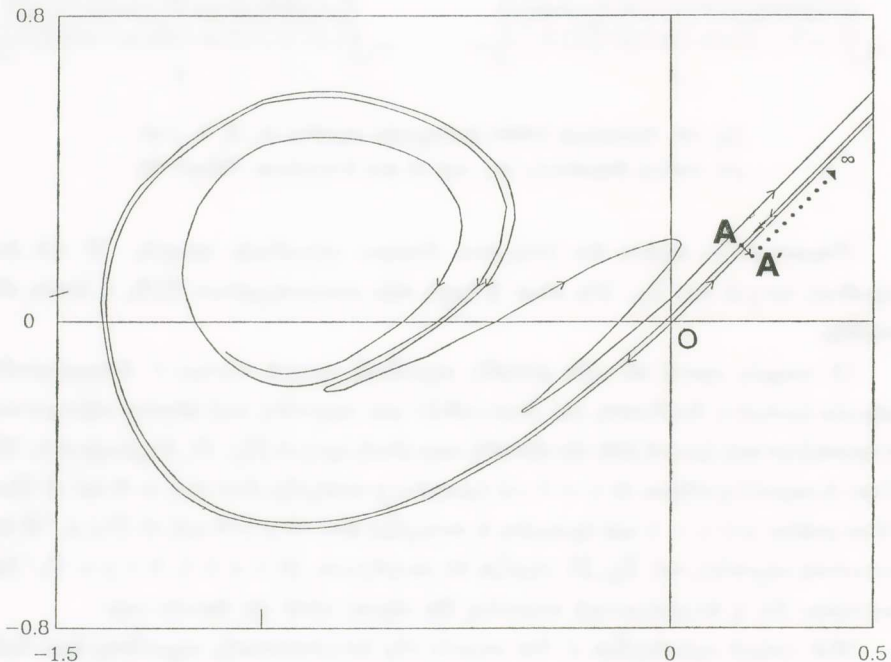
Οί τροχιές κοντά σε κάθε άσταθή περιοδική τροχιά τείνουν ν' άπομακρυνθοϋν πρὸς μία όρισμένη διεϋθυνση, και άκολουθοϋν μία καμπύλη πού λέγεται «άσυμπτωτική καμπύλη» πού ζεινιᾶ από τήν άσταθή περιοδική τροχιά (Σχ. 21, έγχρωμο σελ. 561). "Όταν ή καμπύλη φθάσει τὸ $x = 1$ και όρισμένο y συνεχίζει από τὸ $x = 0$ και τὸ ἴδιο y . "Όταν φτάσει στο $y = 1$ και όρισμένο x συνεχίζει από τὸ $y = 0$ και τὸ ἴδιο x . Ή άσυμπτωτική καμπύλη τοϋ Σχ. 21 γεμίζει τὸ τετράγωνο ($0 < x < 1, 0 < y < 1$). Ἀποδεικνύεται ότι ή άσυμπτωτική καμπύλη δέν τέμνει ποτέ τὸν έαυτόν της.

Μιά τροχιά πού άρχίζει σ' ένα σημείο τῆς άσυμπτωτικῆς καμπύλης ἔχει διαδοχικά σημεία κατά μήκος τῆς ἴδιας καμπύλης. Τά διαδοχικά σημεία άπομακρύνονται ὅλο και περισσότερο τὸ ένα από τὸ άλλο, αλλά πάντοτε άκολουθοϋν τήν πορεία τῆς άσυμπτωτικῆς καμπύλης.

Ἀκόμη πιό σημαντικό είναι τὸ γεγονός ότι οι άσταθεῖς άσυμπτωτικές καμπύλες δύο διαφορετικῶν περιοδικῶν τροχιῶν δέν τέμνονται μεταξύ τους. Π.χ. αν πάρουμε τίς άσυμπτωτικές καμπύλες τῆς περιοδικῆς τροχιᾶς με περίοδο 2 (Σχ. 21) αϋτές αναγκαστικά περιορίζονται μέσα στα κενά πού αφήνουν οι άσυμπτωτικές καμπύλες τῆς άρχικῆς περιοδικῆς τροχιᾶς και είναι παράλληλες πρὸς αϋτές. Ἀκόμη γε-

νικότερα αν πάρουμε ένα οιοδήποτε αρχικό σημείο, όχι πάνω σε μια ασυμπτωτική καμπύλη, τα επόμενα διαδοχικά σημεία της τροχιάς θα βρίσκονται ανάμεσα σε γειτονικές σχεδόν παράλληλες ασυμπτωτικές καμπύλες και επομένως η ακολουθία των διαδοχικών εικόνων του αρχικού σημείου θα ακολουθεί την ίδια περίπου πορεία.

Αυτό ακριβώς το χαρακτηριστικό διακρίνει το χάος από την τυχαιότητα. Το χάος είναι ντετερμινιστικό, δηλαδή, όταν δοθεί ένα σημείο της τροχιάς στην επιφάνεια τομής Poincaré, είναι απολύτως καθορισμένο το πού θα βρίσκεται το επόμενο σημείο. Αντίθετα σ' ένα τυχαίο σύστημα τα διαδοχικά σημεία μπορεί να κινηθούν προς οποιαδήποτε διεύθυνση, π.χ. μπορούν να κινηθούν κάθετα προς τις ασυμπτωτικές καμπύλες, κάτι που είναι αδύνατο στο χάος.



Σχ. 23. Η ασυμπτωτική καμπύλη A , που ξεκινά από την άσταθι περιδοική τροχιά 0 , έχει άπειρες ταλαντώσεις. Μία τυχαία έκτροπή όμως από το A στο A' οδηγεί σε ταχεία διαφυγή στο άπειρο.

Ένα παράδειγμα δίνεται στο Σχ. 23, που παριστάνει τις ασυμπτωτικές καμπύλες μιας άσταθους περιδοικής τροχιάς σε ένα δυναμικό σύστημα που επιτρέπει διαφυγή στο άπειρο. Η καμπύλη αυτή παρουσιάζει άπειρες ταλαντώσεις που εκτείνονται σε όλοένα μεγαλύτερες αποστάσεις. Ένα σημείο πάνω σε μια τέτοια καμπύλη ακολουθεί μια χαοτική τροχιά. Απομακρύνεται κατά καιρούς σε μεγάλες αποστάσεις

ἀλλὰ πάντοτε ἐπανερχεται κοντά στο ἀρχικό σημείο 0. Ἄν ὅμως ἔχουμε ἓνα τυχαῖο σφάλμα ἀπὸ τὴ θέση Α στὴ θέση Α', τότε ἡ τροχιά ἐκτείνεται ταχύτατα πρὸς τὸ ἄπειρο. Ἐδῶ βλέπουμε τὴ μεγάλη διαφορὰ μεταξὺ χάους καὶ τυχειότητος.

Τὰ παραδείγματα αὐτὰ ἔχουν ἰδιαίτερη σημασία γιατί τὰ τελευταῖα χρόνια μερικοὶ ἐρευνητὲς θέλησαν ν' ἀντικαταστήσουν τὸ χάος μὲ τὴν τυχειότητα. Π.χ. ὁ γνωστὸς καθηγητὴς Prigogine (βραβεῖο Nobel φυσικῆς) ἔγραψε πρόσφατα ἓνα βιβλίο μὲ τίτλο «The end of certainty» ὅπου ἰσχυρίζεται ὅτι ὁ νόμος τοῦ Νεύτωνος πρέπει ν' ἀντικατασταθεῖ ἀπὸ ἓνα γενικότερο νόμο πὸν νὰ περιλαμβάνει τὴν τυχειότητα. Ὅμως οἱ ἀπόψεις αὐτὲς τοῦ Prigogine ἀντιμετωπίσθηκαν πολὺ αὐστηρὰ ἀπὸ τοὺς εἰδικούς στὴ διεθνή κοινότητα, καὶ δὲν γίνονται δεκτές².

Τὰ παραδείγματα πὸν ἀναφέραμε πιὸ πάνω δείχνουν ὅτι σὲ χαοτικὰ συστήματα, πὸν φαίνονται ἐντελῶς τυχαῖα, ὑπάρχουν ὀρισμένα χαρακτηριστικὰ ὀργανώσεως πὸν δὲν παρουσιάζονται στὴν τυχειότητα. Ἀρκεῖ κανεὶς νὰ μελετήσει τὰ συστήματα αὐτὰ ἀπὸ τὴν κατάλληλη σκοπιά, π.χ. ἀπὸ τὴ μορφή πὸν ἔχουν οἱ περιοδικὲς τροχιὲς καὶ οἱ ἀσυμπτωτικὲς καμπύλες.

Ὁ ρυθμὸς τῆς μέσης ἀπομακρύνσεως τῶν διαδοχικῶν σημείων τῆς τροχιάς ὀνομάζεται «χαρακτηριστικὸς ἀριθμὸς Lyapunov» καὶ εἶναι τὸ κύριο (ἀλλὰ ὄχι τὸ μόνον) ποσοτικὸ χαρακτηριστικὸ κάθε χαοτικοῦ συστήματος.

Ἄς θεωρήσουμε ἓνα σύστημα πὸν ἔχει χαρακτηριστικὸ ἀριθμὸ Lyapunov λ. Μία ἀπόσταση ξ_0 μετὰ μία περίοδο γίνεται $\xi_1 = \lambda \xi_0$ ὅπου $\lambda = e^{\Lambda}$ (κατὰ μέσον ὄρο). Μετὰ N περιόδους ἡ ἀπόσταση γίνεται

$$\xi_N = \lambda^N \xi_0.$$

Ἄν τὸ ξ_0 εἶναι τὸ μικρότερο μῆκος πὸν μπορεῖ νὰ διακρίνει ἓνας ἠλεκτρονικὸς ὑπολογιστὴς μὲ διπλὴ ἀκρίβεια $\xi_0 = 10^{-16}$ (αὐτὸ σημαίνει ὅτι κάθε σφάλμα μικρότερο ἀπὸ $\xi_0 = 10^{-16}$ εἶναι ἀνεξέλεγκτο) μετὰ ἀπὸ ὀρισμένες ἐπαναλήψεις τὸ σφάλμα μας γίνεται μονάδα, δηλαδὴ κάθε ἀκρίβεια ἔχει χαθεῖ. Π.χ. ἂν ὁ χαρακτηριστικὸς ἀριθμὸς Lyapunov εἶναι τέτοιος ὥστε $\lambda = 10$, τότε σὲ $N = 16$ περιόδους τὸ σφάλμα γίνεται μονάδα³.

2. Μιὰ ἰδιαίτερα αὐστηρὴ βιβλιοκρισία δημοσιεύεται στὸ New Scientist, 6 September 1997, p. 42.

3. Ὁ χαρακτηριστικὸς ἀριθμὸς Lyapunov σ' ἓνα χαοτικὸ σύστημα εἶναι θετικὸς, ἐνῶ σ' ἓνα ὀργανωμένο σύστημα χωρὶς ἀπώλειες εἶναι 0. Ἀπὸ τὸ ἄλλο μέρος σ' ἓνα ἐντελῶς τυχαῖο σύστημα ὁ χαρακτηριστικὸς ἀριθμὸς Lyapunov εἶναι ἄπειρος.

Σε μιὰ τέτοια περίπτωση καμμία πρόβλεψη δὲν μπορεῖ νὰ γίνει γιὰ τὸ ποῦ θὰ βρισκεται ἡ τροχιά μετὰ ἀπὸ περισσότερες ἀπὸ 16 περιόδους.

Ἄν εἶχαμε ἓνα τεράστιο ὑπολογιστὴ μὲ ἀκρίβεια 1000 δεκαδικῶν ψηφίων, μετὰ ἀπὸ 1000 περιόδους τὸ σφάλμα πάλι θὰ γινόταν μονάδα, ἐπομένως, κάθε πρόβλεψη θὰ ἦταν τότε ἀδύνατη. Ὅσο μεγάλος κι ἂν εἶναι ὁ ὑπολογιστὴς μας, πάλι δὲν θὰ μπορέσουμε νὰ ὑπολογίσουμε τὶς ἀκριβεῖς τροχιές μετὰ ἀπὸ ἓνα ὀρισμένο χρονικὸ διάστημα.

Ἔτσι καταλήγουμε στὸ συμπέρασμα ὅτι ὑπάρχει μιὰ θεμελιώδης ἀπροσδιοριστία στὴ φύση, ποῦ δὲν μᾶς ἐπιτρέπει νὰ βγάλουμε ὀρισμένα συμπεράσματα ποῦ μᾶς ἐνδιαφέρουν, καίτοι δεχόμαστε ὅτι τὸ σύστημά μας εἶναι ντετερμινιστικὸ καὶ κάθε ἐξέλιξη εἶναι αὐστηρὰ νομοτελειακῆ⁴.

Ἐδῶ πρέπει νὰ τονίσουμε ὅτι ἡ ἀπροσδιοριστία τοῦ χάους εἶναι διαφορετικῆς φύσεως ἀπὸ τὴν γνωστὴ ἀπροσδιοριστία Heisenberg τῆς κβαντικῆς φυσικῆς.

Ἡ ἀπροσδιοριστία Heisenberg ἀναφέρεται σὲ δύο συζυγῆ μεγέθη, ὅπως εἶναι τὸ μῆκος x καὶ ἡ ὀρμή p . Ἄν Δx εἶναι ἡ ἀβεβαιότητα τοῦ μήκους καὶ Δp ἡ ἀβεβαιότης τῆς ὀρμῆς ἔχουμε

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq h,$$

ὅπου h εἶναι σταθερὰ τοῦ Planck. Ἡ ἀπροσδιοριστία τοῦ χάους ὅμως ἀναφέρεται σὲ ὅλα τὰ μεγέθη καὶ ὄχι μόνο σὲ συζυγῆ μεγέθη, καὶ δὲν ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴ σταθερὰ τοῦ Planck. Ἐξαρτᾶται μόνο ἀπὸ τὸ μέσο ἀριθμὸ Lyapunov κάθε ἀσταθοῦς συστήματος.

Μιὰ ἄλλη ἐκδήλωση τῆς ἀβεβαιότητας τοῦ χάους ἀναφέρεται στὴ μορφή ποῦ ἔχουν οἱ ἀσυμπτωτικὲς καμπύλες ποῦ χαρακτηρίζουν τὸ χάος.

Παρ' ὅλον ὅτι ὁ νόμος ποῦ χαρακτηρίζει τὴν τάξη ἢ τὸ χάος εἶναι γνωστός, ἐν γένει εἶναι ἀδύνατο νὰ προβλέψουμε ποιά εἶναι ἡ μορφή τῶν καμπυλῶν αὐτῶν πέραν ὀρισμένου μήκους ποῦ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸν ἀριθμὸ Lyapunov.

Σε ὀρισμένες περιπτώσεις οἱ καμπύλες αὐτὲς ἀφήνουν ἀνοίγματα (Σχ. 22, ἔγχρωμο σελ. 561) ὅπου παρουσιάζονται νησίδες εὐσταθείας. Ἐβρούμε ὅτι τέτοιες μικρὲς νησίδες ὑπάρχουν ἐν γένει σὲ συστήματα ποῦ φαινομενικὰ εἶναι ἐντελῶς χαοτικά.

4. Ἐνα γνωστὸ παράδειγμα τῆς ἀπροσδιοριστίας τοῦ χάους, εἶναι τὸ λεγόμενο «φαινόμενο τῆς πεταλούδας» ποῦ ἀφορᾷ τὴν πρόγνωση τοῦ καιροῦ. Ἡ ἐξέλιξη τῆς ἀτμόσφαιρας εἶναι τόσο ἀσταθὴς ὥστε ἓνα ἀσήμαντο γεγονός, ὅπως τὸ φτεροῦγισμα μιᾶς πεταλούδας στὴν Ἰαπωνία μπορεῖ νὰ προκαλέσει μιὰ θύελλα στὴν Εὐρώπη μετὰ λίγες ἡμέρες, χωρὶς αὐτὸ νὰ εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπολογισθεῖ ἀπὸ κανένα ἀπὸ τοὺς τεράστιους ὑπολογιστὲς ποῦ ἀσχολοῦνται μὲ τὴν πρόγνωση.

Ἄλλὰ ἀπὸ τὸ Σχ. 21 δὲν μποροῦμε νὰ ὑπολογίσουμε ἐν γένει ἐκ τῶν προτέρων ποιῆς νησίδες ὑπάρχουν σὲ κάθε ἄλλη περίπτωση καὶ ποῖο εἶναι τὸ μέγεθός τους.

Ἡ ὑπαρξὴ περιοχῶν εὐσταθείας εἶναι πολὺ σημαντικὴ σὲ πάρα πολλὰ προβλήματα. Γιατὶ ἐκεῖ ὑπάρχει τάξη, ὑπάρχει ὀργάνωση, πὺ δίνει φαινόμενα ποιοτικὰ διάφορα ἀπὸ τὸ χάος, καὶ ἔχουν μεγάλη πρακτικὴ σημασία.

Π.χ. οἱ μικροὶ πλανῆτες στὸ ἡλιακὸ σύστημα περιορίζονται σὲ περιοχὲς εὐσταθείας. Ἄν ἓνας μικρὸς πλανῆτης φύγει ἀπὸ τὶς περιοχὲς αὐτές, ἢ τροχιά του θὰ εἶναι χαοτικὴ καὶ ὁ μικρὸς πλανῆτης θὰ χτυπήσει ἓνα ἀπὸ τοὺς μεγάλους πλανῆτες ἢ θὰ πέσει στὸν ἥλιο ἢ θὰ φύγει ἐντελῶς ἀπὸ τὸ ἡλιακὸ σύστημα.

Ἀνάλογα φαινόμενα παρουσιάζονται στὰ χημικὰ μόρια. Ὅρισμένες δομὲς μορίων εἶναι εὐσταθεῖς καὶ χαρακτηρίζουν μιὰ χημικὴ ἔνωση, ἐνῶ ἄλλες πιθανὲς δομὲς εἶναι ἀσταθεῖς καὶ δὲν μποροῦν νὰ διατηρηθοῦν. Ἐν γένει ὅμως δὲν μποροῦμε νὰ προβλέψουμε ἐκ τῶν προτέρων τὶς εὐσταθεῖς δομὲς.

Ἄν θελήσουμε νὰ ὑπολογίσουμε τὶς πιθανὲς καταστάσεις εὐσταθείας σὲ ἓνα σύστημα δύο διαστάσεων χρειάζομαστε πολλοὺς ὑπολογισμούς, ἀλλὰ ὅχι ἀπαγορευτικὰ πολλούς. Π.χ. στὰ Σχήματα 20α καὶ β ὑπάρχουν μικρὲς νησίδες, διαστάσεων τῆς τάξεως 0.001×0.001 , πὺ γιὰ νὰ τὶς βροῦμε χρειάζομαστε νὰ ὑπολογίσουμε 1000×1000 (ἓνα ἑκατομμῦριο) τροχιῆς γιὰ μερικὲς περιόδους. Αὐτὸ εἶναι δυνατὸν νὰ γίνῃ μὲ ἓνα Personal Computer.

Ἄν ὅμως ἔχουμε ἀνάλογες νησίδες εὐσταθείας σὲ ἓνα σύστημα 10 διαστάσεων, ὁ ὑπολογισμὸς χρειάζεται 10^{30} τροχιῆς, κάτι πὺ εἶναι ἀπαγορευτικὸ γιὰ τοὺς σημερινούς ὑπολογιστὲς καὶ γιὰ πολλὲς γενεὲς μελλοντικῶν ὑπολογιστῶν. Καὶ σὲ ἓνα πολὺπλοκο ὀργανικὸ μόριο ἀπὸ 1000 ἄτομα ἔχουμε 3000 διαστάσεις (3 γιὰ κάθε ἄτομο). Τότε χρειάζομαστε κάπου 10^{9000} τροχιῆς, πὺ οὔτε ἓνας ὑπολογιστὴς σὰν ὀλόκληρο τὸ Σύμπαν δὲν θὰ μποροῦσε ποτὲ νὰ ὑπολογίσει. Δηλαδή ἂν ὅλα τὰ ἄτομα τοῦ ὄρατοῦ Σύμπαντος, ἐγίνοντο μνῆμες ἑνὸς ὑπερυπολογιστοῦ πὺ ἐργάζεται συνεχῶς ἀπὸ τὴν ἀρχὴ τοῦ Σύμπαντος μέχρι σήμερα, πάλι δὲν θὰ μπορούσαμε νὰ κάνουμε συστηματικὸς ὑπολογισμοὺς τῆς εὐσταθείας τῶν μορίων αὐτῶν.

Καὶ ὅμως ἡ φύση ἔχει κάμει τὰ πολὺπλοκα μόρια τοῦ DNA πὺ ἔχουν χιλιάδες ἄτομα, καὶ πὺ ἡ ἀπροσδόκητη εὐστάθειά τους ἀποτελεῖ τὴ βάση τῆς κληρονομικότητος καὶ τῆς σταθερότητος τῶν εἰδῶν.

Σὲ ὅλες αὐτὲς τὶς περιπτώσεις περιμένουμε ἀπὸ τὴ φύση νὰ μᾶς δείξει τὶς εὐσταθεῖς δομὲς καὶ προσπαθοῦμε ἐκ τῶν ὑστέρων νὰ ἐξηγήσουμε τὸ γιατί οἱ δομὲς αὐτὲς εἶναι εὐσταθεῖς καὶ πῶς εἶναι δυνατὸν νὰ ἔχουν δημιουργηθεῖ. Καὶ τότε μποροῦμε νὰ κάνουμε ὀρισμένες παρεμβολὲς (extrapolations) σὲ ἄλλα σύνθετα συστήματα μὲ σοβαρὲς ἐλπίδες ἐπιτυχίας.

Ἐκεί καὶ πέρα ἀρχίζει μιὰ καινούργια πορεία. Οἱ νέες εὐσταθεῖς μορφές, ποὺ ἴσως δὲν εἶχαμε κὰν φαντασθεῖ προηγουμένως, ἀποτελοῦν τὰ συστατικά στοιχεῖα μιᾶς ἱεραρχικᾶ ἀνωτέρας τάξεως, ποὺ χρησιμοποιοῦνται στὴν ἀναζήτηση νέων εὐσταθῶν δομῶν ἀκόμα ἀνωτέρων τάξεων.

Ὁ ἀστρονόμος προσπαθεῖ νὰ καταλάβει τὴ δομὴ τῶν ἀστέρων. Ἄλλα καὶ ἂν δὲν ἔχει ἐξηγήσει πλήρως τοὺς ἀστέρες, τοὺς χρησιμοποιεῖ σὰν μονάδες σὲ πλὴθος πολυπλοκα συστήματα ὅπως εἶναι τὰ σμήνη ἢ οἱ γαλαξίες. Κι αὐτὰ πάλι εἶναι συστατικά ποὺ ἀποτελοῦν τὰ σμήνη γαλαξιών καὶ τὰ ὑπερσμήνη καὶ τελικὰ τὸ ὅλο Σύμπαν.

Τὸ ἴδιο καὶ ἡ μελέτη τῶν στοιχειωδῶν σωματίων μπορεῖ νὰ μᾶς ἐξηγήσει τὴ δομὴ τοῦ πυρῆνος τοῦ ἀτόμου, ἀλλὰ δὲν ἔχει ἄμεση ἐφαρμογὴ στὴ δομὴ τῶν μορίων τῶν πολύπλοκων χημικῶν ἐνώσεων. Εἶναι χαρακτηριστικὸ ὅτι ἡ πρόσφατη ἀνακάλυψη τοῦ βου κουάρκ, τοῦ top, ἐνῶ ἔχει μεγάλη σημασία στὸ ἐπίπεδο τῶν στοιχειωδῶν σωματίων, δὲν ἔχει καμμιά ἐφαρμογὴ στὴ χημεία. Ἡ χημεία ἀποτελεῖ ἓνα ἱεραρχικὰ ἀνώτερο ἐπίπεδο ἀπὸ τὸ ἐπίπεδο τῶν στοιχειωδῶν σωματίων.

Ἀπὸ τὸ ἄλλο μέρος ἡ μελέτη τῶν χημικῶν μορίων, ποὺ ἀποτελοῦν ἀστρικά συστήματα σὲ μικρογραφία, εἶναι τὸ ξεκίνημα γιὰ τὴ διερεύνηση τῶν πολύπλοκων ὀργανικῶν ἐνώσεων ποὺ ὀδηγοῦν στὴ ζωὴ, καὶ τελικὰ στὸν ἄνθρωπο.

Ἡ ἐμφάνιση αὐτῶν τῶν πολύπλοκων δομῶν, ποὺ χαρακτηρίζουν τὴ ζωὴ, εἴτε στὸ μοριακὸ ἐπίπεδο, εἴτε στὸ κυτταρικὸ ἐπίπεδο ἢ στὸ ἐπίπεδο τῶν ὀργάνων τοῦ σώματος, μαρτυρεῖ μιὰ καταπληκτικὴ σκοπιμότητα.

Ἐδῶ πρέπει νὰ τονίσω ὅτι ὄχι μόνον ἡ ὀργάνωση, ἀλλὰ καὶ τὸ χάος παίζει ἓνα σημαντικὸ ρόλο στὴ σκοπιμότητα τῆς ζωῆς. Σὰν παράδειγμα θὰ ἀναφέρω τὴ χαοτικὴ κίνηση τοῦ ἀερίου αὐτῆς τῆς αἰθούσης. Ἄν τὰ μόρια τοῦ ἀερίου δὲν ἀκολουθοῦσαν χαοτικὲς τροχιές, ἀλλὰ ἐκινούντο σὰν ἓνα κυκλικὸ ρεῦμα, ὅπως γίνεται σὲ μιὰ μηχανὴ παγιδεύσεως τοῦ πλάσματος ἢ σὲ ἓνα ἐπιταχυντὴ, τότε ἡ ἀναπνοή μας θὰ ἦταν ἐξαιρετικὰ δύσκολη. Θὰ ἔπρεπε νὰ εἶμαστε στραμμένοι συνεχῶς πρὸς τὴ διεύθυνση τοῦ ρεύματος γιὰ νὰ συλλάβουμε τὰ μόρια τοῦ ἀέρος, ἀλλιῶς θὰ πεθαίναμε ἀπὸ ἀσφυξία σὲ ἓνα χῶρο γεμάτο ἀπὸ ἀέρα.

Ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν παραδειγμάτων ἀπὸ τὴ βιολογία, ἀπὸ τὸ κυτταρικὸ ἐπίπεδο, μέχρι τὴ λειτουργία τῆς καρδιάς, τῶν πνευμόνων ἢ τοῦ ἐγκεφάλου, ποὺ δείχνουν τὴν ἰδιαίτερη σκοπιμότητα τοῦ χάους, ποὺ συντελεῖ σημαντικὰ στὴ διατήρηση τῆς ζωῆς καὶ στὴν ἐξέλιξή της.

Τὰ κύρια συμπεράσματα ἀπὸ ὅσα εἶπαμε προηγουμένως εἶναι τρία:

α) Ὅτι τὸ χάος ἔχει ὀρισμένα χαρακτηριστικὰ κοινὰ μὲ τὴν τυχαιότητα, ἔχει μιὰ ἀπροσδιοριστία, ποὺ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸν ἀριθμὸ Lyapunov, ἀλλὰ ἔχει καὶ κανονικότητες ποὺ τὸ κάνουν πολὺ διαφορετικὸ κατὰ βάθος ἀπὸ τὴν τυχαιότητα.

β) Και ἂν ἀκόμη ξέρουμε τοὺς βασικοὺς φυσικοὺς νόμους, δὲν μπορούμε ἐν γένει νὰ βροῦμε ἐκ τῶν προτέρων τὶς εὐσταθεῖς μορφές ποὺ θὰ προκύψουν ἀπὸ διάφορους συνδυασμοὺς ἀτόμων.

Ἔτσι εἶναι ἄπιαστο ὄνειρο ὅτι θὰ μπορούσαμε ποτὲ νὰ ὑπολογίσουμε ἐκ τῶν προτέρων ὅλες τὶς πολύπλοκες μορφές ζωῆς ποὺ μπορούν νὰ δημιουργηθοῦν ἀπὸ τὰ πολύπλοκα μόρια ποὺ ἀποτελοῦν τὶς βιολογικὲς χημικὲς ἐνώσεις, ἔστω καὶ ἂν γνωρίζουμε τοὺς φυσικοὺς νόμους ποὺ διέπουν τὰ ἄτομα ποὺ ἀποτελοῦν τὰ μόρια αὐτά. Τὰ περισσότερα φαινόμενα τῆς ζωῆς δὲν μπορούν νὰ προκύψουν ἀπὸ μελέτες τῶν θεμελιακῶν συστατικῶν τῆς ὕλης ἔστω καὶ ἂν διαθέτουμε ἕναν ὑπολογιστὴ τόσο μεγάλο ὅσο ὁλόκληρο τὸ Σύμπαν. Μόνον ἐκ τῶν ὑστέρων, ὅταν δηλαδὴ παρατηροῦμε στὴ Φύση τὰ φαινόμενα αὐτά, μπορούμε νὰ τὰ ἐξηγήσουμε θεωρητικά.

γ) Ἄλλὰ δὲν ἐξηγοῦνται τὰ πάντα μὲ τὴν ἀνάλυση τῶν βασικῶν συστατικῶν τῆς ὕλης. Π.χ. ἕνα ἀριστούργημα τῆς τέχνης, ὅπως ἡ Τζοκόντα τοῦ Da Vinci, καὶ μὲν ἀποτελεῖται ἀπὸ μόρια ὕλης, ἀλλὰ δὲν μπορεῖ ἡ θεωρία τῶν μορίων τῆς ὕλης μόνη της νὰ μᾶς «ἐξηγήσει» ἕνα τέτοιο ἀριστούργημα. Ἄν ἐξετάσουμε τὸν πίνακα αὐτὸ στὸ μικροσκόπιο, ὄχι μόνον δὲν θὰ καταλάβουμε καλύτερα τὴν ὠραιότητά του, ἀλλὰ ἀντίθετα θὰ χάσουμε ἐντελῶς τὴν εἰκόνα ποὺ παριστάνει. Ἀνάλογα ἰσχύουν καὶ γιὰ τὴ σύνθεση τοῦ πολὺ τελειότερου δημιουργήματος ποὺ λέγεται ζωή, ἡ ἀνθρώπινο σῶμα, καὶ ἀκόμη περισσότερο γιὰ τὶς πνευματικὲς ιδιότητες τοῦ ἀνθρώπου.

Ἔτσι φθάνουμε στὸ τρίτο χαρακτηριστικὸ τοῦ χάους καὶ τῆς τάξεως ποὺ εἶναι ἡ σκοπιμότης.

Ἡ ἐπιστημονικὴ ἔρευνα τοῦ Σύμπαντος προχωρεῖ πρὸς δύο κατευθύνσεις. Μία πρὸς τὰ πίσω, πρὸς τὶς ἀρχές τοῦ Σύμπαντος, ποὺ ἀναζητεῖ τοὺς βασικοὺς νόμους ποὺ διέπουν τὸ Σύμπαν, καὶ μία πρὸς τὰ ἐμπρός, πρὸς τὶς ἐφαρμογὲς τῶν νόμων αὐτῶν σὲ νέα καὶ πιὸ σύνθετα προβλήματα.

Μερικοὶ νόμισαν ὅτι θὰ μπορούσαν νὰ βροῦν τοὺς βασικοὺς νόμους τῆς φύσεως μὲ καθαρὰ νοητικοὺς συλλογισμοὺς, a priori, μὲ μόνη τὴ χρήση τῆς λογικῆς καὶ τῶν μαθηματικῶν. Οἱ προσπάθειες αὐτὲς ἔδωσαν μερικὰ ἐντυπωσιακὰ ἀποτελέσματα ἀρχικά, ἀλλὰ στὸ τέλος ἀποδείχθηκαν ἀνεπαρκεῖς. Οἱ νόμοι τῆς φύσεως διαπιστώνονται μόνον μὲ τὴ συνεργασία τῆς λογικῆς μὲ τὴν παρατήρηση, μὲ τὴ βοήθεια τῶν πειραμάτων καὶ τῶν ὑπολογισμῶν μὲ ὁλοένα τελειότερα μέσα.

Πηγαίνοντας πρὸς τὰ πίσω ἐλπίζουμε ὅτι πλησιάζουμε ὅλο καὶ πιὸ κοντὰ πρὸς τοὺς βασικοὺς νόμους ποὺ διέπουν τὸ Σύμπαν. Ὅμως οἱ φυσικοὶ νόμοι εἶναι δοσμένοι «ἐξωθεν», εἶναι τὸ ἴδιο θεμελιώδη δημιουργήματα τοῦ Θεοῦ ὅπως καὶ ὅλο τὸ Σύμπαν.

Πηγαίνοντας πρὸς τὰ ἐμπρός βλέπουμε τὶς πολύπλοκες μορφές τῆς δημιουργίας,

και προσπαθοῦμε νὰ τὶς κατανοήσουμε μὲ βάση τοὺς θεμελιώδεις νόμους τῆς φύσεως. Ὅμως οἱ νόμοι τῆς φύσεως δὲν εἶναι τυχαῖοι, οὔτε αὐθαίρετοι, ἀλλὰ μαρτυροῦν μιὰ σκοπιμότητα, ἣ ὁποία ὀδηγεῖ στὴ ζωὴ καὶ στὸν ἄνθρωπο.

Εἶναι γνωστὸ τὸ γεγονός ὅτι ἂν οἱ φυσικοὶ νόμοι ἄλλαζαν κατὰ ἐλάχιστο, δὲν θὰ ὑπῆρχε ἡ ζωὴ καὶ ὁ ἄνθρωπος. Ἄν ἄλλαζε ἡ σταθερὰ τῆς βαρύτητος, ἢ τὸ φορτίο τοῦ ἠλεκτρονίου, ἢ οἱ σταθερὲς τῶν ἀσθενῶν καὶ ἰσχυρῶν πυρηνικῶν ἀντιδράσεων κλπ., δὲν θὰ ὑπῆρχαν ἀστέρες, δὲν θὰ ὑπῆρχαν πλανῆτες, δὲν θὰ ὑπῆρχε ἄνθρακας καὶ ὀργανικὴ ὕλη, δὲν θὰ ὑπῆρχαν πολὺπλοκοὶ ὀργανισμοί, δὲν θὰ ὑπῆρχε ὁ ἄνθρωπος. Φαίνεται ὅτι τὸ Σύμπαν ὀλόκληρο ἔχει σχεδιασθεῖ γιὰ νὰ παρουσιάσει μιὰ μέρα τὸ τελειότερο ὄν τῆς Δημιουργίας, τὸν ἄνθρωπο. Αὕτῃ εἶναι ἡ περιφημὴ Ἐνθροπικὴ (ἢ Ἐνθροπολογικὴ) Ἄρχὴ τοῦ Σύμπαντος ποὺ ἀναφέρεται στὸ ὅτι τὸ Σύμπαν ἔχει μιὰ καταπληκτικὴ σκοπιμότητα.

Ἡ σκοπιμότης ἐμφανίζεται στὴ δομὴ τῶν φυσικῶν νόμων, εἴτε αὐτοὶ ὀδηγοῦν στὴν τάξιν καὶ τὴν ὀργάνωσιν, εἴτε στὸ χάος.

Πιστεύω ὅτι ἡ σκοπιμότης αὕτῃ ὑποδεικνύει τὴν ὑπαρξὴ ἐνὸς σοφοῦ Δημιουργοῦ τοῦ Σύμπαντος.

Ἀλλὰ ἐπὶ πλέον ἡ σκοπιμότης αὕτῃ ὑποδηλώνει τὴ σημασίαν τοῦ ἀνθρώπου στὸ Σύμπαν. Φαίνεται ὅτι, ἀπὸ τὴν πρώτη στιγμὴ τῆς ὑπάρξεως τοῦ Κόσμου, οἱ φυσικοὶ νόμοι ποὺ τὸν διέπουν ἔχουν τὸν ἄνθρωπο ὡς στόχο καὶ σκοπὸ. Τὸν ἄνθρωπο ποὺ δὲν ἔχει μόνον σῶμα, ἀλλὰ καὶ νοῦ καὶ συνείδησιν καὶ προπαντὸς ἔχει ἀξίες. Τὸν ἄνθρωπο ποὺ ὄχι μόνον μελετᾷ καὶ κατανοεῖ τὸ Σύμπαν, ἀλλὰ καὶ δημιουργεῖ ἕνα πνευματικὸ πολιτισμὸν, ποὺ τὸν καταξιώνει. Γιατὶ ὁ ἄνθρωπος καταξιώνεται μόνον ὅταν δρᾷ καὶ ἐνεργεῖ ὡς συνεργάτης τῆς Δημιουργίας «κατ' εἰκόνα καὶ καθ' ὁμοίωσιν» Θεοῦ.