(π. χ. *Ἀξιώτης, Ἀμουργιανός, Ἀνδριώτης, Ἀντιπαριώτης, Κιμουλιάτης, Μηλιός, Νιώτης, Σαντορινᾶος, Σερφιώτης, Σιφναῖος, Σκιαθίτης, Συριανός, Τηνιακός, Τζιώτης, Χιώτης)* μαρτυροῦντα νέους ἐποίκους.

Παραβάλλοντες δὲ καὶ τὴν προφορὰν τῶν Μυκονίων καὶ τῶν Τηνίων, οἵτινες ἀποσιωποῦν τὰ ἄτονα **ι** καὶ **υο**, ἐνῷ οἱ Μυκόνιοι τὰ προφέρουν ὁπωςδήποτε καλῶς, (καίτοι βραχύτερον τῶν νοτιωτέρων) συνάγομεν ὅτι ἀθρόος ἐποικισμὸς ἔγινε μᾶλλον ἐκ τῶν νοτιωτέρων νήσων. Παρατηροῦντες δὲ καὶ τὴν διαφορὰν τῶν καταλήξεων, π. χ. τοῦ *Ἄνω μερὰ* καὶ τοῦ *Μεσαριά*, ὅτι δηλ. ἡ μὲν β' εἶναι κοινή, ἡ δὲ α' ὁμοιάζει πρὸς τὴν προφορὰν τῆς Ἀνατολικῆς Κρήτης, πειθόμεθα περὶ τῆς γλωσσικῆς τῶν ἐποίκων ποικιλίας. Ὁ ποικίλος οὗτος ἐποικισμός, γενόμενος κατὰ τὴν ἀκμὴν τῆς ναυτιλίας, ἑρμηνεύει τὴν ἔλλειψιν ἀρχαίων τοπωνυμίων, οἷα προδήλως παρέμειναν π.χ. ἐπὶ τῆς Ῥόδου καὶ τῆς Κύπρου. Αἱ ἄκραι καὶ οἱ ὅρμοι τῆς Μυκόνου ἦσαν γνωστοί, ἀλλὰ τὸν ἰθαγενῆ πληθυσμὸν διεσκόρπιζε συχνὰ ἡ τουρκικὴ τυραννία, ἡ κακοήθεια τῶν Δυτικῶν κατακτητῶν καὶ τῶν πειρατῶν ἡ ἀγριότης.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ.—Über Flächen deren Krümmung allgemein beschränkt ist*, *von C. Carathéodory.*

1. Von einer Fläche S wollen wir sagen, dass ihre Krümmung allgemein beschränkt ist, wenn die (erste) Krümmung sämtlicher geodätischer Linien von S in jedem ihrer Pnnkte eine feste Schranke M nicht übertrifft. Diese Forderung ist gleichwertig mit der anderen, dass alle Hauptkrümmungsradien, abgesehen vom Vorzeichen, in jedem Punkte von S nicht kleiner als $1 : M$ sind. Man sieht also, dass die Flächen, die wir betrachten wollen, mit denjenigen zusammenfallen, die auch vom naiven Standpunkt als schwach gekrümmt erscheinen.

Für die Untersuchung derartiger Flächen kann man selbstverständlich $M = 1$ setzen, da man dies immer durch eine Ähnlichkeitstransformation erzwingen kann.

Es ist ferner zweckmässig die Klasse der betrachteten Flächen möglichst zu verallgemeinern und nur solche Eigenschaften von ihnen zu verlangen, die wirklich bei den Beweisen gebraucht werden. Wir werden infolgedessen von unseren Flächen S folgende Eigenschaften voraussetzen:

* Κ. ΚΑΡΑΘΕΟΔΩΡΗ. — Περὶ ἐπιφανειῶν μὲ πεπερασμένην γενικὴν καμπυλότητα.

* Ἀνεκοινώθη κατὰ τὴν συνεδρίαν τῆς 23 Ὀκτωβρίου.

a. jede unserer Flächen ist das topologische Bild einer analytischen Fläche.

b. je zwei Punkte von S können durch rektifizierbare Kurven, die auf S verlaufen, verbunden werden. Jeder derartige Kurvenbogen, der zwei gegebene Punkte A und B von S verbindet und dessen Länge möglichst klein ist, hat eine Durchschnittsbiegung, die nicht grösser als Eins ist[1].

c. unsere Flächen besitzen in jedem ihrer Punkte eine Tangentialebene.

Bemerkung. — Die Existenz von Tangentialebenen kann aus der Eigenschaft b) abgeleitet werden, wenn man postuliert, dass durch jeden Punkt von S mindestens zwei Kurven der Fläche hindurchgehen, deren Tangenten nicht zusammenfallen. Auf diese letzte Einzelheit will ich aber hier nicht eingehen.

2. Die folgenden Überlegungen beruhen auf zwei Sätzen, die *H. A. Schwarz* für Raumkurven aufgestellt hat, deren Krümmung konstant ist, und die sich ohne Mühe auf unseren Fall verallgemeinern lassen[2]; sie lauten:

Satz 1. *Ein Kurvenbogen von der Länge* $l \leqq \pi$, *der mit allen seinen Teilbogen eine Durchschnittsbiegung* $\leqq 1$ *besitzt, hat keinen einzigen Punkt im Inneren einer beliebigen Einheitskugel, die ihn in irgend einem seiner Punkte berührt.*

Satz 2. *Die Entfernung der Endpunkte des soeben betrachteten Kurvenbogens ist nie kleiner als die Sehne eines Bogens des Einheitskreises von derselben Länge* l. *Insbesondere ist diese Entfernung* $\geqq 2$, *falls* $l = \pi$ *ist.*

Nun betrachten wir eine Fläche S, welche die Eigenschaften a,) b,) c) des vorigen Paragraphen besitzt, und auf dieser Fläche einen beliebigen Punkt A. Es sei ferner M_A die Menge aller Punkte von S, die man mit A durch eine Flächenkurve verbinden kann, deren Länge $\leqq \pi$ ist, und mit N_A seien die übrigen Punkte von S bezeichnet. Die allerkürzeste Flächenkurve, die A mit einem Punkte P von M_A verbindet, besitzt nach Voraussetzung, ebenso wie alle ihre Teilbogen, eine Durchschnittsbiegung $\leqq 1$; ihre Länge ist ausserden $\leqq \pi$. Nach dem Satze 1 darf also der Punkt P nicht im Inneren einer der beiden Einheitskugeln $\varkappa_1$ und $\varkappa_1$ liegen, die die Fläche S im Punkte A berühren.

[1] Für die Definition der Durchschnittsbiegung siehe C. Carathéodory. Untersu chungen über das Delannaysche Problem der Variationsrechnung, *Abh. aus dem math. Sem. d. Hamburgischen Universität* **8,** 1930 p. 32-55.

[2] a. a. O. p. 37 und p. 39.

Satz 3. *Mit den obigen Bezeichnungen darf kein Punkt von* M_A *im Inneren von* $\varkappa_1$ *oder* $\varkappa_2$ *liegen.*

3. Wir nehmen nun an, dass die Fläche S, deren Geschlecht auch grösser als Null sein darf, ganz im Endlichen liegt, geschlossen ist und den Raum in zwei Gebiete zerlegt. Gibt es dann einen Punkt B von S der im Inneren von $\varkappa_1$ oder $\varkappa_2$ liegt, so gehört B zu N_A und die geodätische Entfernung zwischen A und B ist $> \pi$. Auf jeder Flächenkurve, die A mit B verbindet gibt es dann mindestens einen Punkt C, dessen geodätische Entfernung von A gleich π ist. Nach dem Satze 2 ist dann die geradlinige Entfernung zwischen A und C mindestens gleich zwei. Gibt es aber keinen Punkt B von S, der im Inneren von $\varkappa_1$ oder $\varkappa_2$ liegt, so liegt eine dieser Kugeln z. B. $\varkappa_1$ ganz innerhalb von S und es muss dann ein Punkt C von S, dessen Entfernung von A mindestens zwei ist, auf dem Halbstrahl liegen, der von A ausgeht und den Mittelpunkt von $\varkappa_1$ enthält. Es gilt daher der

Satz 4. *Auf jeder geschlossenen Fläche, deren Krümmung allgemein* $\leqq 1$ *ist und die den Raum in zwei Gebiete zerlegt, kann man zu jedem beliebig gewählten Punkt* A *mindestens einen Punkt* C *zuordnen, dessen Entfernung von* A *grösser oder gleich zwei ist.*

4. Es sei wieder B ein Punkt unserer Fläche S, der im Inneren von $\varkappa_1$ liegt. Lassen wir A und B irgendwie auf der Fläche S wandern, sodass sie schliesslich zusammenfallen, so gilt es bei dieser Bewegung mindestens eine gleichzeitige Lage A_1 und B_1 unseres Punktepaares, für welche die geodätische Entfernung zwischen A_1 und B_1 genau gleich π ist. Die geradlinige Entfernung von A_1 und B_1 ist dann mindestens zwei. Hieraus folgt durch Umkehrung der

Satz 5. *Es sei S eine Fläche deren Krümmung allgemein* $\leqq 1$ *ist. Es soll möglich sein je zwei Punkte von* S, *deren Entfernung* < 2 *ist, durch Bewegung auf S so auf einen Punkt zusammenzuziehen, dass während dieses Prozesses die Entfernung der Punkte beständig* < 2 *bleibt. Dann kann kein Punkt von* S *im Inneren irgend einer Einheitskugel* $\varkappa$ *liegen, die S berührt.*

5. Es ist sehr leicht zu sehen, dass die Voraussetzungen des letzten Satzes für jede konvexe Fläche gelten, deren Krümmung allgemein $\leqq 1$ ist. Wir erhalten auf diese Weise einen neuen Beweis für einen Satz, den W. Blaschke unter ein wenig engeren Voraussetzungen abgeleitet hat[1].

[1] W. Blaschke. Kreis und Kugel. Leipzig (Veit), 1916, p. 118.

Hieraus kann man einige interessante Folgerungen entnehmen. Z. B. folgt aus dem Satze von Blaschke, dass wenn S eine konvexe Fläche ist, deren Krümmung allgemein $\leqq 1$ ist, die Mittelpunkte der Einheitskugeln, die keinen Punkt ausserhalb S besitzen, eine Punktmenge S_1 bilden, die, falls sie mehr als einen Punkt enthält, ebenfalls konvex sein muss. Gibt man sich umgekehrt eine beliebige konvexe Punktmenge S_1, so erhält man S durch eine Liesche Dilatation.

Man kann auch ohne grosse Mühe eine Verschärfung unseres Satzes 4 mit Hilfe des Satzes von Blaschke erhalten, wenn man noch ausserdem den Satz bewiesen hat, dass die konvexe Hülle einer Fläche S, deren Krümmung allgemein $\leqq 1$ ist, dieselbe Eigenschaft besitzt.

Wenn nämlich der Punkt A, der im Satze 4 betrachtet wird, auf einer Stützebene von S liegt, so kann man von C verlangen, dass sogar seine Entfernung von dieser Stützebene mindestens gleich zwei sein soll.

Zwei parallele Stützebenen unserer Flächen haben also immer eine Entfernung, die mindestens gleich zwei ist.

Die obigen Sätze sind mehr oder weniger zufällig entstanden; sie scheinen aber zu zeigen, dass ein systematisches Studium der Flächen, die wir betrachtet haben, lohnend sein dürfte.

ΠΕΡΙΛΗΨΙΣ

Μελετῶνται ἐπιφάνειαι ἐπὶ τῶν ὁποίων ἅπασαι αἱ γεωδεσιακαὶ γραμμαὶ ἔχουσι καμπυλότητα μὴ ὑπερβαίνουσαν τὴν μονάδα. Ἀποδεικνύεται ὅτι τοιαῦται ἐπιφάνειαι δὲν δύνανται νὰ ἐγκλεισθῶσιν ἐντὸς σφαίρας μὲ ἀκτῖνα >2 καὶ τῆς ὁποίας τὸ κέντρον εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ταύτης.

Πρὸς τούτοις μελετῶνται ἐπιφάνειαι τῆς αὐτῆς τάξεως, ἐντὸς τῶν ὁποίων κυλίνδεται ἐλευθέρως σφαῖρα μὲ ἀκτῖνα ἴσην πρὸς τὴν μονάδα.

ΑΝΑΚΟΙΝΩΣΕΙΣ ΜΗ ΜΕΛΩΝ

ΖΩΟΛΟΓΙΑ. — Περὶ συμβιώσεως μικροβίων καὶ ὀλιγοχαιτῶν*, *ὑπὸ κ.* ***Γ. Πανταζῆ.*** Ἀνεκοινώθη ὑπὸ κ. Ι. Πολίτου.

Εἰσαγωγή.—Αἱ συμβιώσεις φυτῶν καὶ ζῴων διακρίνονται ὡς γνωστὸν εἰς τρεῖς κατηγορίας: α) εἰς γνησίας συμβιώσεις, καθ' ἃς οἵ τε ξενίζοντες καὶ ξενιζόμενοι ὀργανισμοὶ πορίζονται ἀμοιβαῖα ὀφέλη, β) εἰς παραβιώσεις, καθ' ἃς ὁ εἷς μόνον σύμβιος, συνήθως ὁ ξενιζόμενος, ἀπολαμβάνει τῶν πλεονεκτημάτων τῆς συμβιώσεως

* **GEORGES PANDAZIS. — Sur la symbiose des bactéries et des Oligochètes.**