

ΕΚΤΑΚΤΟΣ ΣΥΝΕΔΡΙΑ ΤΗΣ 22^{ΑΣ} ΜΑΪΟΥ 1949

ΠΡΟΕΔΡΙΑ ΙΩΑΝΝΟΥ ΠΟΛΙΤΟΥ

ΕΟΡΤΑΣΜΟΣ ΤΟΥ ΓΕΝΕΘΛΙΟΥ ΤΟΥ ΠΛΑΤΩΝΟΣ

Συνήλθεν εἰς δημοσίαν ἑκτακτον συνεδρίαν ἡ ὀμογένεια τῆς Ἀκαδημίας ἐπὶ τῇ γενεθλίῳ ἡμέρᾳ τοῦ Πλάτωνος (7^η Θεογλιῶνος 472 π.χ.) κατὰ τὴν ὁποίαν, μετὰ σύντομον εἰσήγησιν τοῦ Προέδρου ἀνέβησεν ὁ ἀκαδημαϊκὸς κ. Παναγιώτης Ζερβὸς ἔχων ὡς θέμα: *Τὰ μαθηματικά παρὰ Πλάτωνι.*

Ἐχει θεσπισθῆ ὑπὸ τῆς Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν νὰ ἐορτάζωνται κατὰ τὴν ἡμέραν ταύτην τὰ γενέθλια τοῦ Πλάτωνος. Γενέθλια, τὰ ὁποῖα κατὰ τὸν ἀρχαῖον Ἕλληνα συνέπιπτον μετὰ τῶν τοῦ Ἀπόλλωνος γενέθλια, τὰ ὁποῖα εἶχε καλύψει ὁ πέπλος τῶν ὑποβλητικῶν θρύλων.

Διαίσθησις καὶ ἀντίληψις ἐνίσχυσον ἡ μίᾳ τὴν ἄλλην εἰς τὴν ἀρχαίαν Ἑλλάδα διὰ τὴν κατανόησιν τοῦ μεγαλείου τοῦ διανοητοῦ ἐκείνου, τὸν ὁποῖον αὕτη ἀπεκάλεσε *θεῖον Πλάτωνα*.

Ἐποχαῖ ἄνθρωποι, γεγονότα, δοξασίαι καὶ πίστεις ἤλθον καὶ παρήλθον. Οἱ θεοὶ Ἀπόλλωνες παρέμειναν πραγματικότητες μιᾶς ἐποχῆς ἐπὶ τῶν ὑποβλητικῶν θρύλων ἐπέπεσεν ἡ λήθη τοῦ χρόνου. Ἐμεινεν ὅμως τὸ ἔργον τοῦ Πλάτωνος· ἔμεινε διὰ νὰ ἀντανακλᾷ εἰς ἡμᾶς ἐκείνην τὴν γενικότητα τοῦ πνεύματος, τὴν βαθύτητα τῆς σκέψεως, τὴν δύναμιν τῆς συλλήψεως μὲ τὴν ἀκατανίκητον αἰσθητικὴν γοητείαν ταύτης, ὥστε νὰ ἀποκαλῶμεν καὶ ἡμεῖς τὸν διανοητὴν ἐκεῖνον *θεῖον Πλάτωνα*.

Ὡς γνωστόν, κατὰ τὸν Πλάτωνα ὑπάρχουν δύο κόσμοι, ὁ αἰσθητὸς καὶ ὁ ἰδανικός. Εἰς τὸν αἰσθητὸν ζῶμεν ἡμεῖς· κατὰ τὸν βίον ἡμῶν λαμβάνομεν ἀντίληψιν τῶν διαφόρων μεταβλητῶν πραγμάτων, τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦν τὸ σύνολον τοῦ αἰσθητοῦ κόσμου. Ἄλλ' ὅμως τὰ μεταβλητὰ αὐτὰ

πράγματα δὲν εἶναι παρὰ ἀποτυπώματα, ἀτελεῖς αἰσθητοποιήσεις, οὕτως εἶπεῖν, ὠρισμένων τελείων προτύπων, τὰ ὁποῖα εὐρίσκονται εἰς τὸν ἰδανικὸν κόσμον. Τὰ τέλεια αὐτὰ πρότυπα καλεῖ ὁ Πλάτων ἰδέας.

Τὰς ἰδέας αὐτὰς ἐγνώρισεν ἡ ἀθάνατος ψυχὴ τοῦ ἀνθρώπου, πρὶν δεσμευθῆ εἰς τὸ θνητὸν σῶμα αὐτοῦ· κατὰ τὴν ἐπίγειον ζωὴν ἀναμιμνήσκειται ὁ ἄνθρωπος τῶν ἰδεῶν, ὅταν βλέπῃ τὰς ἀτελεῖς αὐτῶν αἰσθητοποιήσεις· οὕτω, ὅπως μᾶς λέγει ὁ Πλάτων εἰς τὸν Μένωνα, ἡ μάθησις εἶναι ἀνάμνησις.

Ποῖον εἶναι τὸ ὕψιστον ἔργον τοῦ ἀνθρώπου κατὰ τὸν Πλάτωνα; — Ἡ στροφή τῆς διανοίας πρὸς τὴν ἰδέαν. Ἄλλ' αὕτη, κατὰ τὸν Πλάτωνα, γίνεται δυνατὴ διὰ τῆς γνώσεως καὶ ἀναπτύξεως τῶν μαθηματικῶν. Ταῦτα ἄδηγουν τὴν σκέψιν ἀπὸ μεγέθη φυσικὰ καὶ μεταβλητὰ εἰς ἀληθείας σταθεράς, εἰς τὸν κόσμον τῶν ἰδεῶν. Δυνάμεθα νὰ εἴπωμεν ὅτι εἰς τὴν θεωρίαν τῶν ἰδεῶν διατυπύεται ἡ ἐξῆς θέσις: τὰ μαθηματικά δὲν εἶναι τι τὸ αὐτόνομον, ἀλλ' ἔχουν θεῖαν προέλευσιν.

Κατὰ τὴν Πυθαγόρειον διδασκαλίαν τὰ πάντα ἐν τῷ κόσμῳ εἶναι διατεταγμένα κατ' ἀριθμητικὰς σχέσεις κατὰ τὸν Πλάτωνα τὰ πράγματα μετέχουσιν ἀριθμῶν.

«Οἱ μὲν γὰρ Πυθαγόρειοι μιμήσει τὰ ὄντα φασὶν εἶναι τῶν ἀριθμῶν. Πλάτων δὲ μεθέξει τοῦνομα μεταβαλὼν» λέγει ὁ Ἀριστοτέλης. Εἰς τὸν Φαῖδωνα ἡ ἰδέα τῆς δυάδος καὶ ἡ ἰδέα τῆς μονάδος ἀναφέρονται, διὰ νὰ ἐξηγηθῆ ὁ ἀληθὴς χαρακτήρ τῶν ἀριθμῶν. Δὲν ὑπάρχει ἄλλη αἰτία — λέγεται ἐκεῖ, — τοῦ δύο γενέσθαι ἢ τὴν τῆς δυάδος μετάσχεσιν καὶ δεῖν τούτου μετασχεῖν τὰ μέλλοντα δύο ἔσεσθαι καὶ μονάδος ὃ ἂν μέλλῃ ἐν ἔσεσθαι.

Εἰς τὸν Φίληβον αἱ ἰδέαι λέγονται καὶ ἐνάδες καὶ μονάδες.

Οὕτω παρὰ Πλάτωνι εἶναι λελυμένον ζήτημα, τὸ ὁποῖον παραμένει ἄλυτον εἰς ἡμᾶς. Διὰ ν' ἀντιληφθῶμεν καλύτερον τὸ ζήτημα τοῦτο, ἄς θέσωμεν τὸ ἐρώτημα.

Τὰ μαθηματικά ἀφ' ἑαυτῶν ἐνυπάρχουν εἰς τοὺς διέποντας τὸ σύμπαν νόμους, εἰς αὐτὴν ταύτην τὴν δομὴν τῆς ὕλης, ἢ τὰ εἰσήγαγεν ὁ ἄνθρωπος εἰς αὐτήν, ὅποτε θὰ πρέπη νὰ θεωρηθοῦν τὰ μαθηματικά ὡς ἀπολύτως αὐτόνομα; Ἐπὶ τοῦ θέματος αὐτοῦ, ὡς γνωστόν, διχάζονται αἱ γνώμαι τῶν ἐπιστημόνων καὶ μάλιστα τῶν μαθηματικῶν· δὲν δύναται δὲ νὰ ἀγνοηθῆ ἡ τάσις πολλῶν συγχρόνων ἐπιστημόνων νὰ δεχθοῦν ὡς ἀπόλυτον τὴν αὐτονομίαν τῶν μαθηματικῶν. Π. χ. ὁ Sullivan γράφει: ἡ ἀνα-

κάλυψις τῶν διαφορῶν μὴ Εὐκλείδειων γεωμετριῶν ἀποδεικνύει ὅτι ἡ γεωμετρία τοῦ Εὐκλείδου, καθὼς βεβαίως συμβαίνει καὶ διὰ τὴν γεωμετρίαν τοῦ Lobatchevski καὶ τὴν τοῦ Riemann δὲν ἀποτελεῖ νοητικὴν ἀναγκαιότητα, ἀλλ' εἶναι αὐθαίρετον δημιούργημα τῆς διανοίας τῶν ἐπιστημόνων. Παρὰ ταῦτα ὁ ἴδιος ὁ Sullivan δέχεται ὅτι ὑπάρχουν ἀκόμη ἀμφισβητήσεις διὰ τὴν πραγματικὴν φύσιν τῶν μαθηματικῶν.

Ἴσως νὰ παρατήρει τις εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο, ὅτι αἱ γνώμαι τῶν ἐπιστημόνων θὰ διχάζονται πάντοτε ἐπὶ τοῦ θέματος τούτου διὰ τὸν λόγον, ὅτι τὸ πρόβλημα τῆς θεμελιώσεως τοῦ σύμπαντος εὐρίσκεται ἐκτὸς τῆς ἀνθρωπίνης ἀντιλήψεως, ἀνήκει εἰς ὑπεραισθητὸν κόσμον. Ἄλλ' ὅμως ἡ παραδοχὴ αὕτη δὲν εἶναι σκόπιμον νὰ γίνῃ, διότι ἀντιβαίνει πρὸς τὴν ἐπιστημονικὴν ἀκριβῶς προσπάθειαν.

Παρακάμπτοντες λοιπὸν αὐτὴν τὴν δυσκολίαν θ' ἀσχοληθῶμεν μὲ τὴν συμβολὴν τοῦ Πλάτωνος εἰς τὰ Μαθηματικά, αὐτὴν καθ' ἑαυτήν.

Ἀποδίδονται πολλὰ εἰς τὸν Πλάτωνα, εἰς τρόπον, ὥστε νὰ μὴ διακρίνη τις ἐπακριβῶς τὰ σύνορα μεταξύ τῆς ἱστορικῆς πραγματικότητος καὶ τοῦ θρύλου. Δι' αὐτὸ ἀποκτᾷ ἰδιαιτέραν σημασίαν ἡ γνώμη τοῦ ἰδίου τοῦ Πλάτωνος διὰ τὸ μαθηματικὸν ἔργον τοῦ. Τὸ ὅτι ὁ Πλάτων εἶχε πλήρη συναίσθησιν τῆς ἀξίας του φαίνεται, ἐκτὸς τῶν ἄλλων, καὶ ἐκ τοῦ ἰδιαιτέρου τρόπου, μὲ τὸν ὁποῖον ὠμίλει δι' ὠρισμένην ἐπιστημονικὴν κατεύθυνσιν, τὴν ὁποῖαν ἐθεώρει ὡς ἰδικόν του δημιούργημα.

Ἄλλὰ ποία ἡ ἐπιστημονικὴ αὕτη κατεύθυνσις;

Πρόκειται περὶ τῆς ἀνωτέρας γεωμετρίας τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων, ἡ ὁποία περιελάμβανε τὰς μελέτας τὰς σχετικὰς πρὸς τὰς κωνικὰς τομάς, καθὼς καὶ τὰς εἰσαγωγικὰς εἰς τὴν σπουδὴν αὐτῶν θεωρίας. Ἡ ἀνωτέρα αὕτη γεωμετρία, τοῦλάχιστον ἀπὸ τοῦ θανάτου τοῦ Ἀρχύτα καὶ ἐφεξῆς, ἐχαρακτηρίσθη ἀπὸ ὠρισμένην μέθοδον ἐρεύνης, τὴν ὁποῖαν ἐκάλεσαν «τόπον ἀναλυόμενον». Ἡ ἐφεύρεσις τῆς μεθόδου αὐτῆς ἀποδίδεται ἀπὸ ὄλους εἰς τὸν Πλάτωνα. Ἔχομεν δηλαδὴ ἐδῶ τὴν ἔννοιαν τοῦ γεωμετρικοῦ τόπου καὶ τὴν χρησιμοποίησιν αὐτῆς εἰς τὴν γεωμετρικὴν ἔρευναν. Διὰ νὰ ἐννοήσωμεν καλύτερον τὴν σημασίαν τῆς ἐννοίας τοῦ γεωμετρικοῦ τόπου, ἄς θέσωμεν τὸ ἐρώτημα: «Τί θὰ ἦτο μία γεωμετρία χωρὶς γνώσιν τῆς ἐννοίας τοῦ γεωμετρικοῦ τόπου; θὰ ἔλειπαν ἀπὸ αὐτὴν τοῦλάχιστον δύο τινά· ἡ ἐρμηνεία τῆς ἐσωτερικῆς ὑφῆς αὐτῆς καὶ ἡ συναρπαστικὴ αἰσθητικὴ γοητεία τῆς. Ἐὰν δέ τις, ὄχι βεβαίως μαθηματικός, ἔχων τὴν πεπλανη-

μένην αντίληψιν, ὅτι τὰ μαθηματικά ἀποτελοῦνται μόνον ἀπὸ σιδηρῶν λογικῆν καὶ ξηροῦς τύπους, ἐρώτησιν ποίαν σημασίαν ἔχει ἡ αἰσθητικὴ γοητεία μαθηματικῆς θεωρίας, θὰ τοῦ ἀναφέρωμεν ἀπλῶς τὴν γνώμην τοῦ Henri Poincaré. «Συνήθως ἡ λύσις ἐνὸς προβλήματος ἐνδιαφέρει πολὺ ὀλιγώτερον ἀπὸ τὴν ὠραιότητα τῶν μεθόδων, αἱ ὁποῖσι ἐχρησιμοποιήθησαν διὰ τὴν λύσιν του». Συστηματοποιῶν ὁ Πλάτων τὴν διὰ τῶν γεωμετρικῶν τόπων μέθοδον ἐρεύνης δὲν ἔδιδε σοβαρὰν συμβολὴν μόνον εἰς τὴν γεωμετρίαν· ἔκαμνε συγχρόνως καὶ σημαντικὸν βῆμα εἰς τὴν Ἑλλειψοειδῆ καὶ εἰς τὴν Ἀναλυτικὴν Γεωμετρίαν. Διότι πῶς θὰ ἦτο δυνατὴ ἡ δημιουργία Ἀναλυτικῆς Γεωμετρίας χωρὶς γεωμετρικοὺς τόπους; Κατόπιν μάλιστα τῆς ἐφαρμογῆς τῆς μεθόδου αὐτῆς τοῦ Πλάτωνος εἰς τὴν ἀρχαίαν ἀνωτέραν Γεωμετρίαν δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμεν αὐτὴν ὡς τὴν Ἀναλυτικὴν γεωμετρίαν τῆς Ἀρχαιότητος, ὅπως λέγει καὶ ὁ Paul Tannery.

Ἡ ἀρχαία αὐτὴ ἀναλυτικὴ γεωμετρία παρουσιάζει συγχρόνως ἕνα μειονέκτημα καὶ ἕνα πλεονέκτημα ἀπέναντι τῆς ἀναλυτικῆς γεωμετρίας τοῦ Καρτεσίου.

Τὸ μειονέκτημά της εἶναι ἡ μὴ ὁμοιόμορφος θεμελίωσις της ἐπὶ ὠρισμένων ἀπλῶν ἀρχῶν, ὡς συμβαίνει μετὰ τὴν Καρτεσιανὴν γεωμετρίαν, εἰς τὴν ὁποίαν τὸν πρῶτον ρόλον παίζει ὄχι ἡ προσωπικότης τοῦ ἐρευνητοῦ, ἀλλ' ἡ μέθοδος τῆς ἐρεύνης. Ἀλλ' αὐτὸ τοῦτο ἀπετέλει καὶ τὸ πλεονέκτημα τῆς ἀρχαίας ἑλληνικῆς μεθόδου· ἡ ποικιλία ἀκριβῶς τῶν ἐπὶ μέρους μεθόδων ἐρεύνης αὐτῆς ἔκαμνε ταχύτερας καὶ πλέον συναρπαστικὰς τὰς ἀποδείξεις της, ἐξέφραζεν ἐν συντόμῳ αὐτό, τὸ ὁποῖον ἐνόει ὁ Gauss λέγων «Geometrica Geometricae».

Ἡ δευτέρα σοβαρὰ συμβολὴ τοῦ Πλάτωνος εἰς τὰ μαθηματικά ἀναφέρεται εἰς τὴν ἀναλυτικὴν μέθοδον ἀποδείξεως εἰς τὴν γεωμετρίαν. Δὲν θὰ ἐπιμείνωμεν εἰς τὸ ποῖος ἐφεῦρε τὴν μέθοδον ταύτην, διότι νομίζομεν ὅτι αἱ γενικαὶ μέθοδοι σκέψεως δὲν εἶναι ἐφευρέσεις προσωπικαί· μᾶλλον λαμβάνουν τὴν ἐπιστημονικὴν μορφήν των ἀπὸ ὠρισμένα ἄτομα, οὕτως ὥστε νὰ γίνωνται βέβαια καὶ θετικὰ μέσα ἐρεύνης.

Διὰ ν' ἀντιληφθῶμεν καλύτερον τὴν ἀναλυτικὴν μέθοδον, ἄς ἐρωτήσωμεν· δυνάμεθα νὰ φαντασθῶμεν ἐπιστήμονας καὶ μάλιστα γεωμέτρας σκεπτομένους κατὰ τὴν συνθετικὴν μέθοδον καὶ μόνον κατ' αὐτὴν;

Δὲν δυνάμεθα λοιπὸν νὰ ὑποθέσωμεν ὅτι οἱ γεωμέτραι τῆς ἀρχαιότητος, ἐν γένει, ὠδηγήθησαν εἰς τὰς ἐφευρέσεις των διὰ συνθετικῶν συλλογισμῶν, Ἡ καθαρὰ γεωμετρικὴ ἀνάλυσις πρέπει νὰ ὑπῆρξεν ὁ ὀδηγός

των. Ἐὰν δὲ πολλάκις ἐξέθεσαν συνθετικῶς τὰς ἀποδείξεις των, τοῦτο ὠφείλετο μᾶλλον εἰς τὴν ἐπιθυμίαν των νὰ καταστήσουν αὐτὰς αὐστηροτέρας. Τὴν μέθοδον αὐτὴν ἐπέτυχεν νὰ μορφοποιήσῃ ὁ Πλάτων χάρις καὶ εἰς τὴν διαλεκτικὴν, μὲ τὴν ὁποίαν εἶχεν ὀπλίσει αὐτὸν ἡ Σωκρατικὴ διδασκαλία. Συστηματοποιῶν λοιπὸν τὴν ἀνάλυσιν, ἡ ὁποία ἀπεδείκνυε τὸ *ἀναγκαῖον* τῆς συνθήκης, προσέθετεν εἰς αὐτὴν τὴν σύνθεσιν, ἡ ὁποία ἀπεδείκνυε τὸ *ἰκανόν* αὐτῆς. Ἐδημιούργησεν οὕτως ὁ Πλάτων μίαν *τελικῶς* ἀρχαίαν ἑλληνικὴν μέθοδον ἀποδείξεως. — Ἡ συνθετικὴ μέθοδος εἶναι ὑπὸ πάσας τὰς περιστάσεις ὀρθή, ἐνῶ δὲν δύναται νὰ ὑποστηριχθῇ τὸ αὐτὸ διὰ τὴν ἀναλυτικὴν. Ἀπαιτεῖται ἐξαιρετικὴ προσοχὴ ἐπὶ τῆς διὰ τῶν ἀντιστρεπτῶν προτάσεων πορείας· διότι, ἔστω ὅτι θέλομεν ν' ἀποδείξωμεν ὅτι ἰσχύει ἡ πρότασις Α. Ἄς ὑποθέσωμεν πρὸς στιγμὴν ὅτι ἰσχύει ἡ πρότασις αὕτη καὶ ὅτι συνεπάγεται τὴν ἰσχὺν προτάσεως Β· ἐκ τοῦ ὅτι, ἂν ἰσχύῃ ἡ Α, θὰ ἰσχύῃ καὶ ἡ Β, δὲν ἔπεται καὶ τὸ ἀντίστροφον, δηλαδὴ ὅτι, ἂν ἰσχύῃ ἡ Β, θὰ ἰσχύῃ καὶ ἡ Α. Ἄν τοῦτο συνέβαιεν, ἡ πρότασις θὰ ἦτο ἀντιστρεπτή.

Τὸ μὴ ἄνετον τῆς πορείας αὐτῆς θέλων ν' ἀποφύγῃ ὁ Πλάτων ἐχρησιμοποίησε τὴν σύνθεσιν διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ ἰκανοῦ τῆς συνθήκης.

Καὶ τίθεται τῶρα τὸ ἐρώτημα:

Ἐπῆρξε λοιπὸν ὁ Πλάτων γεωμέτρως κυρίως, ὅπως π. χ. ὑπῆρξε γεωμέτρως καὶ μάλιστα μέγας εἰς τὸ εἶδος του, ὁ *Εὐδοξος ὁ Κνίδιος*;

Εἰς τὸ 7^{ον} βιβλίον τῆς Πολιτείας λέγει περὶ τῆς Γεωμετρίας τὰ ἑξῆς: «τὸ δὲ πολὺ αὐτῆς καὶ παρρωτέρω προῖόν σκοπεῖσθαι δεῖ, εἴ τι πρὸς ἐκεῖνον τείνει, πρὸς τὸ ποιεῖν κατιδεῖν ῥᾶον, τὴν τοῦ ἀγαθοῦ ἰδέαν».

Εἶναι ἡ Γεωμετρία σπουδὴ αἰωνίων, ἀμεταβλήτων καὶ ἀναλλοιώτων ἀντικειμένων τεινούσα ν' ἀνυψώσῃ τὴν ψυχὴν πρὸς τὴν ἀλήθειαν.

Πολλοί, βασιζόμενοι εἰς ταῦτα καὶ εἰς τὸ *μηδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίστω* καὶ εἰς τὴν τόσον εὐρέως ἐκδηλωθεῖσαν ἀγάπην, ἐκτίμησιν καὶ προσωπικὴν συμβολὴν τοῦ Πλάτωνος εἰς τὴν Γεωμετρίαν, τὸν ἀπεκάλεσαν γεωμέτρην. Ἄλλοι πάλιν τὸν ἐθεώρησαν πρόδρομον μαζὶ μὲ τὸν Πυθαγόραν τῆς Ἀναλύσεως καὶ μάλιστα τῆς νεωτέρας Ἀναλύσεως. Ἄς μοῦ ἐπιτραπῇ νὰ διαφωνήσω πρὸς ἀμφοτέρους.

Ὁ Πλάτων ἦτο πνεῦμα γενικὸν καὶ συνεπῶς εἶχεν ἀντίληψιν τοῦ ἐνιαίου καὶ ἀδιαιρέτου τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης. Διότι τί ἄλλο ἀπετέλει διὰ τὸν Πλάτωνα ἡ γεωμετρία ἢ τὴν σπουδὴν τῶν μετρικῶν σχέσεων, αἱ ὁποῖαι δὲν ὑπέκεινται εἰς τὸν περιορισμὸν νὰ εἶναι σύμμετροι; Καὶ

τοῦτο, διότι ἡ ἀρχαία ἀριθμητική, δηλαδή τὰ στοιχεῖα τῆς θεωρίας τῶν ἀριθμῶν, δὲν περιεῖχον βεβαίως τὴν ἀριθμητικὴν ἔννοιαν τῆς τομῆς τοῦ Dedekind, ἡ ὁποία ἠρμήνευσεν ἀριθμητικῶς τὸν ἀσύμμετρον ἀριθμὸν. Ἄφ' ἐτέρου ὅμως ὁ Πλάτων φαίνεται νὰ διησθάνετο, οὕτως εἶπεῖν, τὴν ἔννοιαν τοῦ ἀσύμμετρου, τῆς ὁποίας ὅμως εἰκόνα ἱκανοποιητικὴν μόνον ἡ γεωμετρία ἠδύνατο τότε νὰ δώσῃ εἰς αὐτόν. Οἱ ἀσύμμετροι ὑπῆρξαν λοιπὸν διὰ τὸν Πλάτωνα ὁ συνδυαστικὸς κρίκος μεταξὺ τῶν διαφόρων μερῶν τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης.

Εἰς τὸ 7^{ον} βιβλίον τῶν *Νόμων* ὁ Πλάτων παραπονεῖται ὅτι εἶναι ἔγκλημα κατὰ τῆς πατρίδος, ὅτι ἄφηναν τὴν νεολαίαν ἐπὶ πολὺ ν' ἀγνοῇ τὴν διαφορὰν μεταξὺ τῶν συμμετρικῶν μεγεθῶν καὶ τῶν ἀσύμμετρων «τὰ τῶν μετρητῶν καὶ ἀμέτρων πρὸς ἄλληλα ἦτινι φύσει γέρονε».

Ἐκ πρώτης ὄψεως φαίνεται παράδοξον, ἀλλ' εἰς βάθος ἐρευνῆσι τις, θὰ διακρίνῃ ὅτι πρόκειται περὶ βασικῶν ἐννοιῶν, τῆς συνεχείας, τοῦ ἀπείρου, τοῦ ἀπειροστοῦ κτλ.

Ἡ σημασία, τὴν ὁποίαν ἀποδίδει ὁ Πλάτων εἰς τὴν ἀφαίρεσιν τῶν ἰδεῶν εἰς τὴν Γεωμετρίαν, συνάγεται καὶ ἀπὸ τὴν ἀποστροφὴν τοῦ πρὸς τὴν χρησιμοποίησιν ὄρων ὀφειλομένων εἰς τὴν ἐκ τῶν σχημάτων ἔμπνευσιν, ὡς ὁ τετραγωνισμὸς κτλ. Τὰ σχήματα δὲν ἀποτελοῦν διὰ τὸν Πλάτωνα παρὰ *σύμβολα* μιᾶς ἰδιαιτέρας Ἀλγέβρας, ἀλγέβρας γεωμετρικῶν σχέσεων, ἡ ὁποία φυσικὰ περιελάμβανε καὶ τὰς μὲ ἀσύμμετρος σχέσεις.

Εἰς τὴν χρησιμοποίησιν αὐτῆν τῶν σχημάτων οἱ φιλόσοφοι τῆς Σχολῆς τοῦ Καρτεσίου θὰ διέκρινον ἀσφαλῶς τὴν ἀντιμετώπισιν τῶν σχημάτων ὡς ἀπλῶν ἀντικειμενικοποιήσεων τῶν τελείων προτύπων, τῶν εὐρισκομένων εἰς τὸν ὑπεραισθητὸν κόσμον. Θὰ παραβάλλω πρὸς σύγκρισιν τὰ ἐξῆς ἀποσπάσματα ἀπὸ τὴν πέμπτην σκέψιν τοῦ Καρτεσίου καὶ ἀπὸ περικοπὴν τῆς Ἐπινομίδος, ἡ ὁποία ἀποδίδεται μὲν εἰς τὸν Φίλιππον τὸν Ὀππούντιον, ἀλλ' ἀντανακλᾷ γνώμας τοῦ Πλάτωνος.

Καρτεσίον. Φαντάζομαι ἓν τρίγωνον, ἔστω καὶ ἂν αὐτὸ τὸ σχῆμα δὲν ὑπάρχῃ καὶ δὲν ὑπῆρξεν ἄλλοῦ πουθενά εἰς τὸν κόσμον, ἔξω ἀπὸ τὴν σκέψιν μου. Ἄλλ' ὅμως τὸ σχῆμα αὐτὸ ἔχει ὠρισμένην φύσιν ἢ μορφήν ἢ καθωρισμένην οὐσίαν, τὴν ὁποίαν δὲν ἔχω ἐγὼ ἐφεύρει καὶ ἡ ὁποία δὲν ἐξαρτᾶται καθόλου ἀπὸ τὸν νοῦν μου. Τοῦτο γίνεται φανερόν ἐκ τοῦ ὅτι δύναμαι ν' ἀποδείξω διαφόρους ἰδιότητας αὐτοῦ τοῦ τριγώνου· π.χ. ὅτι αἱ τρεῖς ἐσωτερικαὶ γωνίαι ἔχουν ἄθροισμα ἴσον πρὸς δύο ὀρθάς κτλ. Εἴτε θέλω εἴτε ὄχι, ἀναγνωρίζω ὅτι αἱ ἰδιότητες αὐταὶ ὑπάρχουν εἰς τὴν

φύσιν τοῦ τριγώνου, μολοντί ἐγὼ δὲν τὰς εἶχα σκεφθῆ ποτὲ προηγουμένως, ἔστω καὶ ἂν εἶναι ἡ πρώτη φορά κατὰ τὴν ὁποῖαν ἐφαντάσθην ἕνα τρίγωνον. Παρ' ὄλον τοῦτο κανεῖς δὲν δύναται νὰ ἰσχυρισθῆ ὅτι ἐγὼ ἔχω ἐφεύρει ἢ ἐγὼ ἐφαντάσθην αὐτάς».

Ἐπινομίδος περικοπῆ (XII, Δ):

«Ταῦτα δὲ (τὰ περὶ τοὺς ἀριθμοὺς μαθήματα) μαθόντι τούτοις ἐφεξῆς ἔστιν ὃ καλοῦσι μὲν σφόδρα γελοῖον ὄνομα γεωμετρίαν, τῶν οὐκ ὄντων δὲ ὁμοίων ἀλλήλοις φύσει ἀριθμῶν ὁμοίωσις πρὸς τὴν τῶν ἐπιπέδων μοῖραν γενουῖά ἐστι διαφανής· ὃ δὴ θαῦμα οὐκ ἀνθρώπινον ἀλλὰ γεγονὸς θεῖον φανερόν ἂν γίγνοιτο τῷ δυναμένῳ ξυνοεῖν».

Ἄλλ' ὅπως καὶ προηγουμένως παρετήρησα, τὸ ζήτημα ὑπερβαίνει τὴν ἀνθρωπίνην ἀντίληψιν. Τὸ συμπέρασμα εἶναι ὅτι ὁ Πλάτων εἶχε πλήρη ἀντίληψιν τῆς ἐνότητος τῶν μαθηματικῶν· καὶ ἐὰν ἐπέμενεν εἰς τὴν κατάρτισιν τῶν νέων εἰς τὴν γεωμετρίαν, τοῦτο ὀφείλετο κυρίως εἰς τὸ ὅτι ἡ γεωμετρία πάντοτε καὶ τότε κυρίως προσεφέρετο διὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῶν ἀφηρημένων ἐνοιῶν.

Ὅταν, πρὸ ἐτῶν, ὁ Picard ἔδωκεν ὑποτιθέμενας διαλέξεις εἰς τὰς Ἑνωμένας Πολιτείας, εἶπε καὶ τὰ ἑξῆς: «Σήμερον διδάσκομεν Γεωμετρίαν διδάσκοντες Ἀνάλυσιν καὶ διδάσκομεν Ἀνάλυσιν διδάσκοντες Γεωμετρίαν». Ἡ συγγένεια μεταξὺ τῶν ἀπόψεων τοῦ Picard καὶ τοῦ Πλάτωνος εἶναι προφανής, μὲ τὴν παρατήρησιν ὅτι, ἐνῶ ὁ Picard ἐξέφραζε μίαν ἱστορικὴν, διὰ τὰ μαθηματικά, πραγματικότητα, ὁ Πλάτων ἐχάρασεν ἕνα νέον δρόμον ἐρεύνης.

Οὐδεὶς τῶν φιλοσόφων ὑπεστήριξε μὲ τόσην, ὅσην ὁ Πλάτων δύναμιν, ὅτι τὰ μαθηματικά ἔχουν ἐξαιρετικὴν ἐπίδρασιν εἰς τὴν πνευματικὴν ἀνάπτυξιν τοῦ ἀνθρώπου. «Πρὸς τε γὰρ οἰκονομίαν καὶ πρὸς πολιτείαν καὶ πρὸς τὰς τέχνας πάσας ἐν οὐδὲν οὕτω δύναμιν ἔχει μάθημα ἢ ἡ περὶ τοὺς ἀριθμοὺς διατριβή».

Πολλὰς πληροφορίας περὶ τῶν μαθηματικῶν εὐρίσκομεν εἰς τὸ ἑβδομὸν βιβλίον τῆς Πολιτείας. Ὁ Πλάτων διαιρεῖ τὰ Μαθηματικά εἰς τέσσαρας κατηγορίας: εἰς τὴν ἀριθμητικὴν, τὴν γεωμετρίαν, τὴν στερεολογίαν — εἶναι ἡ σημερινὴ στερεομετρία — καὶ εἰς τὴν ἀστρονομίαν. Οἱ φιλόσοφοι πρέπει ἀπαραιτήτως νὰ μετέχουν μαθηματικῶν· ἐπίσης καὶ ἐκεῖνοι, οἱ ὁποῖοι θὰ θεμελιώσουν τὴν ἰδεώδη πολιτείαν του. Σκοπὸς ἀριθμητικῆς καὶ γεωμετρίας εἶναι νὰ σύρουν τὴν ψυχὴν πρὸς τὴν ἀλήθειαν, νὰ δημιουργή-

σουν τὴν καλλιέργειαν τοῦ πνεύματος πρὸς κατανόησιν τοῦ τελικοῦ σκοποῦ τῆς φιλοσοφίας, τῆς ιδέας τοῦ ἀγαθοῦ.

Τὸν θαυμασμόν τοῦ διανοουμένου κόσμου προκαλεῖ ἡ θεωρία τοῦ Πλάτωνος περὶ τῆς δημιουργίας τῆς ψυχῆς τοῦ κόσμου, ἣτις περιγράφεται εἰς τὸν Τίμαιον. Κατὰ τὸν Πλάτωνα ἡ ψυχὴ τοῦ κόσμου ἐδημιουργήθη δι' ἀποχωρισμοῦ ἐκ τοῦ παντός ἐπτὰ τμημάτων, καθ' ὠρισμένας ἀριθμητικὰς ἀναλογίας. Αἱ ἀναλογίαι αὗται ἔχουν ἀντιστοιχίαν πρὸς τὰς ἀναλογίας καὶ ἀποστάσεις τῶν πλανητῶν ἀπὸ τὸν ἥλιον. Ἔχουν ὡσαύτως ἀντιστοιχίαν πρὸς τὰς ἀναλογίας τῆς κλίμακος τῆς ἀρχαίας μουσικῆς ἐξ ὀκτῶ φθόγγων, δηλαδὴ τῆς τελείας διαπασῶν, ἣτις διεμορφώθη ὑπὸ τοῦ Πυθαγόρα.

Τὰ ἐπτὰ ἀποσπασθέντα ὑπὸ τοῦ δημιουργοῦ μέρη ἐκ τοῦ παντός παρίστανται ὑπὸ τῆς σειρᾶς τῶν ἀριθμῶν

1, 2, 3, 4, 8, 9, 27,

ἣτις ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο γεωμετρικὰς προόδους. Τὸ πλῆθος τῶν ὄρων τῆς σειρᾶς εἶναι 7, δηλαδὴ ὅσοι οἱ πλανῆται, οἱ γνωστοὶ εἰς τὴν ἐποχὴν τοῦ Πλάτωνος. Ἄφοῦ ὁ Θεὸς ἀπεχώρησεν ἐκ τοῦ παντός τὰ ἐπτὰ σώματα, ἐπλήρωσε τὰ ἐνδιάμεσα διαστήματα τῆς σειρᾶς 1, 2, 3, 4, 8, 9, 27 διὰ τοῦ διαχωρισμοῦ τῶν ἀρχικῶν τμημάτων εἰς μικρότερα καὶ τῆς διατάξεως αὐτῶν κατὰ γεωμετρικὰς προόδους. Αἱ κρυπτόμεναι εἰς τοὺς ἀριθμοὺς σχέσεις ἐκφράζουν τὴν κανονικότητα, τὴν παρατηρουμένην εἰς τὴν φύσιν. Εἶναι αἱ ἀριθμητικαὶ σχέσεις, ἐπὶ τῶν ὁποίων εἶχε θεμελιώσει τὴν δημιουργίαν τοῦ κόσμου ὁ Πυθαγόρας.

Οἱ ἀριθμοὶ τῆς σειρᾶς 1, 2, 3, 4, 8, 9, 27 ἐκλήθησαν καὶ Πλατωνικοὶ ἀριθμοί.

Ὁ ἀστρονόμος Bode, ὅστις κατὰ τὸ 1772 ἔδωκεν ἐμπειρικὸν κανόνα εὐρέσεως κατὰ προσέγγισιν τῶν ἀποστάσεων τῶν πλανητῶν ἀπὸ τὸν ἥλιον, εἶχεν ὑπ' ὄψιν τὴν ἀντιστοιχίαν τῶν Πλατωνικῶν ἀριθμῶν καὶ τῶν ἀποστάσεων τῶν πλανητῶν ἀπὸ τὸν Ἥλιον.

Ἀρχικῶς ὁ Πλάτων ὑπεστήριζεν ὅτι ἡ Γῆ ἀποτελεῖ τὸ κέντρον τοῦ κοσμικοῦ συστήματος ἦτο ἀκίνητος καὶ συνεσφιγμένη εἰς τὸν ἄξονα τοῦ κόσμου. Ἄλλ' ὅμως βραδύτερον ὁ Πλάτων ἐσεβάσθη τὴν γνώμην τοῦ Πυθαγορείου Φιλολάου, ὅστις πρῶτος διευτύπωσε τὴν θεωρίαν τῆς διπλῆς κινήσεως τῆς γῆς, περὶ τὸν ἄξονά της καὶ περὶ τὸν ἥλιον. Ἐπὶ τῆς θεωρίας αὐτῆς ἐθεμελίωσε μετὰ 2000 ἔτη τὸ σύστημά του ὁ Κοπέρνικος.

Ἐάν ἡ ἀριθμητικὴ κοσμογονία τοῦ Τιμαίου περιλαμβάνῃ διαφόρους ἐπιστήμας, ἀπὸ τὴν Ἀστρονομίαν μέχρι τῆς Γενικῆς Παθολογίας, ἐάν, ὅπως οἱ ἀρχαῖοι εἶχον παρατηρήσει, ὁ Πλάτων εἶχε μαθηματικοποιήσει τὴν φύσιν, βλέπομεν ὑπὸ ποίους ὄρους ἔχει γίνει αὐτὴ ἡ μαθηματικοποίησις. Ἡ ἀριθμητικὴ κοσμογονία τοῦ Πλάτωνος, ὅπως καὶ τῶν Πυθαγορείων, προησθάνθη τὴν σημερινὴν ἐπιστήμην.

Ὁ Πλάτων ἐμελέτησε τὰ 5 θεμελιώδη κανονικὰ πολύεδρα, τὸ τετράεδρον, τὸ ὀκτάεδρον, τὸν κύβον, τὸ δωδεκάεδρον, τὸ εἰκοσάεδρον. Ταῦτα εἰς τὸν Τιμαίον ὀνομάζονται Πλατωνικά. Ἐμελέτησεν ἐπίσης τὸ πρόβλημα τῆς περιγραφῆς τῆς σφαίρας περὶ τὰ κανονικὰ πολύεδρα, δηλαδὴ τῆς κατασκευῆς σφαίρας, ἣτις νὰ ἔχη εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τῆς τὸ πολυέδρον καὶ τῆς ὁποίας ἡ ἐπιφάνεια νὰ περιλαμβάνῃ ὅλας τὰς κορυφὰς τοῦ πολυέδρου.

Ἡ ἀνακάλυψις τῆς περιγραφῆς τῆς σφαίρας περὶ τὰ κανονικὰ πολύεδρα προεκάλεσεν εἰς τὸν Πλάτωνα ἀλλόφρονον ἐνθουσιασμόν· διότι εἰς αὐτὴν τὴν ἀνακάλυψιν διέκρινε λύσιν κοσμικοῦ προβλήματος· διότι τρίγωνα καὶ πολύεδρα, στοιχειώδη, ὅπως τὰ λέγει ὁ Πλάτων, τοῦ χρησιμεύουν εἰς τὴν στερεολογίαν τοῦ πρὸς σχηματισμὸν τῆς δημιουργίας τῶν σωμάτων. Τὰ στοιχειώδη πολύεδρα, ἀόρατα λόγω τῆς σμικρότητος, θεωροῦνται ὡς μονάδες. Ἐδῶ διακρίνομεν ἀφ' ἑνὸς μὲν τὴν ἀτομικὴν θεωρίαν τοῦ Δημοκρίτου, τὸν σχηματισμὸν τῶν σωμάτων ἐκ τῶν ἀοράτων ἀτόμων· ἀλλ' ἐδῶ βλέπομεν καὶ τὰ πρῶτα σπέρματα τῆς ἀπειροστικῆς γεωμετρίας, ἣτις θεμελιούται ἐπὶ τῆς ἐννοίας τοῦ στοιχειώδους ὄγκου, δηλαδὴ ἐπὶ τοῦ ἀπείρου μικροῦ ὄγκου· ὁ ὄγκος οὗτος ἀντιστοιχεῖ πρὸς τὰ στοιχειώδη στερεὰ τῆς στερεολογίας τοῦ Πλάτωνος.

Ὁ Πλάτων ἠσχολήθη καὶ μὲ τὸ πρόβλημα τοῦ τετραγωνισμοῦ τοῦ κύκλου καὶ μὲ τὸ πρόβλημα τοῦ διπλασιασμοῦ τοῦ κύβου, τὸ γνωστὸν ὡς δῆλιον πρόβλημα.

Τὸ ἱστορικὸν τοῦ δηλίου προβλήματος εἶναι τὸ ἐξῆς: Λέγεται ὅτι ὁ Μίνως διέταξε νὰ κατασκευασθῇ τάφος διὰ τὸν υἱὸν τοῦ Γλαυκόν. Πληροφορηθεὶς ὁ Μίνως ὅτι αἱ διαστάσεις τῶν ἀκμῶν ἦσαν ἑκατὸν ποδῶν, δὲν ἐθεώρησε τὴν χωρητικότητα μεγαλοπρεπῆ καὶ ἐζήτησε νὰ διπλασιασθῇ ταχέως ἡ χωρητικότης τοῦ τάφου χωρὶς νὰ χάσῃ τὸ σχῆμα του.

Ἀκόμη λέγεται ὅτι χρησμός ἐπέβαλεν εἰς τοὺς Δηλίους νὰ διπλασιάσουν βωμὸν τοῦ Ἀπόλλωνος σχήματος κύβου· καὶ ὅτι ἐζητήθη ἀπὸ

τούς γεωμέτρως τῆς Ἀκαδημίας τοῦ Πλάτωνος νά λύσουν τὸ πρόβλημα. Ἐπὶ τοῦ δηλίου προβλήματος εἶχεν ἐργασθῆ Ἀρχύτας ὁ Ταραντῖνος.

Ὁ Πλάτων ἔδωκε τὴν πρότασιν, καθ' ἣν μεταξὺ δύο ἐπιφανειῶν α^2 καὶ β^2 ὑπάρχει πάντοτε μία μέση ἀνάλογος ἢ $\alpha\beta$, ἥτις τὰς συνδέει· δηλαδὴ εἶναι

$$\frac{\alpha^2}{\alpha\beta} = \frac{\alpha\beta}{\beta^2}$$

καὶ μεταξὺ δύο στερεῶν σωμάτων α^3 καὶ β^3 ὑπάρχουν δύο μέσαι, αἱ ὁποῖαι εἶναι αἱ $\alpha^2\beta$ καὶ $\alpha\beta^2$ · δηλαδὴ εἶναι

$$\frac{\alpha^3}{\alpha^2\beta} = \frac{\alpha\beta^2}{\beta^3}$$

Τὴν πρότασιν αὐτὴν δίδει ὁ Πλάτων εἰς τὸν Τίμαιον.

«Εἰ μὲν οὖν ἐπίπεδον μὲν, βᾶθος δὲ μηδὲν ἔχον ἔδει γίνεσθαι τὸ τοῦ παντὸς σῶμα, μία μεσότης ἂν ἐξήκοι τὰ τε μεθ' ἑαυτῆς ξυνδεῖν καὶ ἑαυτήν· νῦν δὲ — στερεοειδῆ γὰρ αὐτὸν προσήκεν εἶναι, τὰ δὲ στερεὰ μία μὲν οὐδέποτε, δύο δὲ αἰεὶ μεσότητες ξυναρμόττουσιν...» (Τιμ. VII 32).

Ἡ συμβολὴ τοῦ Πλάτωνος εἰς τὰ θεμέλια τῶν μαθηματικῶν, εἰς τοὺς ὀρισμούς, εἶναι μεγάλη, εἷς τινὰς περιπτώσεις συνδέει τοὺς ὀρισμούς του πρὸς τὴν μεγάλην παράδοσιν τῶν Πυθαγορείων. Εἰς ἄλλας δημιουργεῖ ὁ ἴδιος μαθηματικοὺς ὀρισμούς, τοὺς ὁποῖους διακρίνει αὐστηρότης διατυπώσεως. Τὸ κύριον χαρακτηριστικὸν τῶν ὀρισμῶν τοῦ Πλάτωνος εἶναι ἡ γενίκευσις τῆς ἐννοίας ἢ τῶν ἐννοιῶν, ἃς καθορίζει ὁ ὀρισμός· ἡ γενίκευσις αὕτη φανερώνει τὴν φιλοσοφικὴν σκοπιάν, ἀφ' ἧς ὀρμάται ὁ Πλάτων· διότι δὲν πρέπει νά λησμονῆται, ὅτι ὁ Πλάτων θεωρεῖ τὰ μαθηματικὰ ὡς τὸ μέσον, ὅπως μεθοδικῶς καὶ θετικῶς φθάσῃ εἰς τὴν ὁδόν, ἥτις ἀποκαλύπτει τὸ ἀληθές, τὸ θεῖον.

Λίαν ἐνδιαφέροντας ὀρισμούς ἀνευρίσκομεν εἰς τὴν Γεωμετρίαν. Ὁ Πλάτων δὲν δέχεται τὴν ἐννοιαν τοῦ σημείου ὡς ἔχουν διατυπώσει αὐτὴν οἱ Πυθαγόρειοι, ταυτίζει δὲ τὴν ἐννοιαν τοῦ σημείου πρὸς τὴν ἐννοιαν τοῦ ὄντος.

Μέχρι τοῦ θανάτου του, ἐπισυμβάντος τῷ 347, ἐδίδασκεν ὁ Πλάτων, καίτοι ὀγδοηκοντούτης. Δὲν θέλω νά κάμω κατάχρησιν τῆς ὑπομονῆς σας ἀπαριθμῶν θεωρήματα, διασωζόμενα εἰς διαλόγους Πλατωνικοὺς οὔτε ἀριθμοὺς προτιμωμένους ὑπὸ τοῦ Πλάτωνος, ἐξ ὧν ἐμφαίνεται ὅτι ὁ θεῖος Πλάτων, ὁ φιλόσοφος τοῦ κόσμου τῶν ιδεῶν, ἡσχολήθη καὶ μὲ τὴν θεω-

ριαν τῶν ἀριθμῶν. Πολλὰ Πλατωνικά χωρία ἀπησχόλησαν καὶ θ' ἀπασχολοῦν μεγάλους μαθηματικούς.

Ἄς θεωρήσωμεν τὴν Διοφαντικὴν ἐξίσωσιν $x^2 + y^2 = z^2$ ὅπου ἐννοοῦμεν ὅτι ζητοῦμεν 3 ἀκεραίους, οἱ ὅποιοι νὰ ἐπαληθεύουν τὴν δοθεῖσαν ἐξίσωσιν. Κατὰ τὸν Πρόκλον, τὸν τελευταῖον Σχολάρχην τῆς Ἀκαδημίας, ὁ Πλάτων ἔδωκε τύπον διὰ τὴν λύσιν τοῦ προβλήματος. Παρατηροῦμεν ὅτι, ἐὰν ἡ ἐξίσωσις εἶναι $x^n + y^n = z^n$ ὅπου n ἀκέραιος > 2 δὲν θὰ εὑρισκῶνται ἀκέραιοι ἐπαληθεύοντες αὐτὴν τὴν ἐξίσωσιν. Ἡ λύσις εἶναι ἀδύνατος, ἀλλὰ δὲν ἔχει ἀκόμη τοῦτο ἀποδειχθῆ γενικῶς.

Ὁ Πλάτων ἀπομακρυνόμενος ἀπὸ τοὺς Πυθαγορείους, οἱ ὅποιοι ἔθετον ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου Ἐπιστήμην καὶ Φιλοσοφίαν καὶ ἀπὸ τοῦ Σωκράτους, ὁ ὅποιος φαίνεται νὰ σταματᾷ εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῆς ὑποθέσεως, εἰσάγει τὴν μαθηματικὴν φιλοσοφίαν εἰς ὁδὸν ἐντελῶς νέαν.

Τὰ μαθηματικά, εὑρισκόμενα εἰς τὸν χώρον τῆς διανοίας, εἶναι διάμεσος ἐπιστήμη.

Ἡ μαθηματικὴ φιλοσοφία τοῦ Πλάτωνος μὲ τὸν ἀνώτερον βαθμὸν τῆς καὶ ὑπὸ τὴν ὀριστικὴν μορφήν τῆς, θὰ εἶναι ἡ διαλεκτικὴ, οὕτως εἶπεῖν, ἡ μεταμαθηματικὴ, κατὰ τὸ μεταφυσικόν.

Δυστυχῶς δὲν κατέχομεν αὐθεντικὰς πληροφορίας, αἱ ὅποια θὰ ἐπέτρεπον νὰ δώσωμεν εἰς τὴν κυρίως Πλατωνικὴν μεταμαθηματικὴν περιεχόμενον μαθηματικὸν καὶ πλήρες.

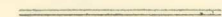
Ὁ Πλατωνισμὸς, ὑπὸ τὴν μορφήν, ὑπὸ τὴν ὁποίαν ἐθεωρήθη, εἶναι μαθηματικὴ φιλοσοφία μὲ τὴν διπλὴν ἔννοιαν τῆς λέξεως: ἀφ' ἑνὸς ἡ ἀριθμητικὴ καὶ ἡ γεωμετρικὴ δίδουν εἰς τὸν Πλάτωνα τὸ ὑπόδειγμα γονίμου ἀνακαλύψεως καὶ ἀκριβοῦς ἀποδείξεως, εἰς τὴν ὁποίαν πρέπει ν' ἀναφερθῆ ὁ φιλόσοφος, διὰ νὰ ἰδρῦση θεωρίαν τῆς ἀληθοῦς γνώσεως· ἀφ' ἑτέρου ἡ γενικότης, ἡ ὁποία ἀνήκει εἰς τοὺς μαθηματικούς συλλογισμούς, συνεπάγεται τὴν γενικότητα τῶν ἀρχῶν, ἀπὸ τὰς ὁποίας ἐξαρτᾶται ὁ συλλογισμὸς. Πρέπει νὰ δικαιολογήσωμεν τὰς ἀρχὰς ταύτας, ὡς ἀρχὰς μὲ εὐθεῖαν ὁδόν. Ὁ Πλάτων ἀπὸ τὰ Μαθηματικά ἐξάγει φιλοσοφίαν καὶ θεμελιώνει τὰ Μαθηματικά ἐπὶ φιλοσοφίας.

Θὰ τελειώσω μὲ ἀνέκδοτον, τὸ ὁποῖον ὁ Ἀριστόξενος ἰσχυρίζεται ὅτι ἐλέχθη ὑπὸ τοῦ Ἀριστοτέλους.

Ὁ Πλάτων κάποτε εἶχεν ἀναγγεῖλει ὅτι θὰ ὤμίλει περὶ τοῦ καλοῦ. Πολλοὶ ἔσπευσαν ἀνυπόμονοι ν' ἀκούσουν ἀπὸ τὸν Πλάτωνα νὰ τοὺς ἐξηγῆ, ποῖον εἶναι τὸ καλὸν διὰ τοὺς ἀνθρώπους· περιουσία, υγεία, δυνα-

μικ. Ἄλλ' ἡ ὁμιλία περιεστράφη εἰς τὰ μαθηματικά, εἰς τοὺς ἀριθμούς, εἰς τὴν γεωμετρίαν, εἰς τὴν ἀστρονομίαν, μὲ συμπέρασμα ἀπὸ ὅλην τὴν ὁμιλίαν ὅτι τὸ καλὸν εἶναι τὸ ἔν. Τὸ ἀκροατήριον ἀπεγοητεύθη καὶ πολλοὶ ἀπεχώρησαν.

Σᾶς εὐχαριστῶ πολὺ, διότι, ἂν ἀντελήφθην καλῶς, ἐδείξατε περισσότερην ὑπομονήν.



ΑΚΑΔΗΜΙΑ
ΑΘΗΝΩΝ