ΕΚΤΑΚΤΟΣ ΣΥΝΕΔΡΙΑ ΤΗΣ 22ΑΣ ΜΑΪΟΥ 1949

ΠΡΟΕΔΡΙΑ ΙΩΑΝΝΟΥ ΠΟΛΙΤΟΥ

ΕΟΡΤΑΣΜΟΣ ΤΟΥ ΓΕΝΕΘΛΙΟΥ ΤΟΥ ΠΛΑΤΩΝΟΣ

Συνῆλθεν εἰς δημοσίαν ἔκτακτον συνεδρίαν ἡ ὁλομέλεια τῆς Ἀκαδημίας ἐπὶ τῇ γενεθλίῳ ἡμέρᾳ τοῦ Πλάτωνος (7η Θαργηλιῶνος 472 π.χ.) κατὰ τὴν ὁποίαν, μετὰ σύντομον εἰσήγησιν τοῦ Προέδρου, ὡμίλησεν ὁ ἀκαδημαϊκὸς κ. **Παναγιώτης Ζερβὸς** ἔχων ὡς θέμα: *Τὰ μαθηματικὰ παρὰ Πλάτωνι.*

Ἔχει θεσπισθῇ ὑπὸ τῆς Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν νὰ ἑορτάζωνται κατὰ τὴν ἡμέραν ταύτην τὰ γενέθλια τοῦ Πλάτωνος. Γενέθλια, τὰ ὁποῖα κατὰ τὸν ἀρχαῖον Ἕλληνα συνέπιπτον μετὰ τῶν τοῦ Ἀπόλλωνος· γενέθλια, τὰ ὁποῖα εἶχε καλύψει ὁ πέπλος τῶν ὑποβλητικῶν θρύλων.

Διαίσθησις καὶ ἀντίληψις ἐνίσχυον ἡ μία τὴν ἄλλην εἰς τὴν ἀρχαίαν Ἑλλάδα διὰ τὴν κατανόησιν τοῦ μεγαλείου τοῦ διανοητοῦ ἐκείνου, τὸν ὁποῖον αὕτη ἀπεκάλεσε *θεῖον* Πλάτωνα.

Ἐποχαί, ἄνθρωποι, γεγονότα, δοξασίαι καὶ πίστεις ἦλθον καὶ παρῆλθον. Οἱ θεῖοι Ἀπόλλωνες παρέμειναν πραγματικότητες μιᾶς ἐποχῆς· ἐπὶ τῶν ὑποβλητικῶν θρύλων ἐπέπεσεν ἡ λήθη τοῦ χρόνου. Ἔμεινεν ὅμως τὸ ἔργον τοῦ Πλάτωνος· ἔμεινε διὰ νὰ ἀντανακλᾷ εἰς ἡμᾶς ἐκείνην τὴν γενικότητα τοῦ πνεύματος, τὴν βαθύτητα τῆς σκέψεως, τὴν δύναμιν τῆς συλλήψεως μὲ τὴν ἀκατανίκητον αἰσθητικὴν γοητείαν ταύτης, ὥστε νὰ ἀποκαλῶμεν καὶ ἡμεῖς τὸν διανοητὴν ἐκεῖνον *θεῖον Πλάτωνα.*

Ὡς γνωστόν, κατὰ τὸν Πλάτωνα ὑπάρχουν δύο κόσμοι, ὁ αἰσθητὸς καὶ ὁ ἰδανικός. Εἰς τὸν αἰσθητὸν ζῶμεν ἡμεῖς· κατὰ τὸν βίον ἡμῶν λαμβάνομεν ἀντίληψιν τῶν διαφόρων μεταβλητῶν πραγμάτων, τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦν τὸ σύνολον τοῦ αἰσθητοῦ κόσμου. Ἀλλ᾽ ὅμως τὰ μεταβλητὰ αὐτὰ πράγματα δὲν εἶναι παρὰ ἀποτυπώματα, ἀτελεῖς αἰσθητοποιήσεις, οὕτως εἰπεῖν, ὡρισμένων τελείων προτύπων, τὰ ὁποῖα εὑρίσκονται εἰς τὸν ἰδανικὸν κόσμον. Τὰ τέλεια αὐτὰ πρότυπα καλεῖ ὁ Πλάτων ἰδέας.

Τὰς ἰδέας αὐτὰς ἐγνώρισεν ἡ ἀθάνατος ψυχὴ τοῦ ἀνθρώπου, πρὶν δεσμευθῇ εἰς τὸ θνητὸν σῶμα αὐτοῦ· κατὰ τὴν ἐπίγειον ζωὴν ἀναμιμνήσκεται ὁ ἄνθρωπος τῶν ἰδεῶν, ὅταν βλέπῃ τὰς ἀτελεῖς αὐτῶν αἰσθητοποιήσεις· οὕτω, ὅπως μᾶς λέγει ὁ Πλάτων εἰς τὸν Μένωνα, ἡ μάθησις εἶναι ἀνάμνησις.

Ποῖον εἶναι τὸ ὕψιστον ἔργον τοῦ ἀνθρώπου κατὰ τὸν Πλάτωνα; — Ἡ στροφὴ τῆς διανοίας πρὸς τὴν ἰδέαν. Ἀλλ᾽ αὕτη, κατὰ τὸν Πλάτωνα, γίνεται δυνατὴ διὰ τῆς γνώσεως καὶ ἀναπτύξεως τῶν μαθηματικῶν. Ταῦτα ὁδηγοῦν τὴν σκέψιν ἀπὸ μεγέθη φυσικὰ καὶ μεταβλητὰ εἰς ἀληθείας σταθεράς, εἰς τὸν κόσμον *τῶν ἰδεῶν*. Δυνάμεθα νὰ εἴπωμεν ὅτι εἰς τὴν θεωρίαν τῶν ἰδεῶν διατυποῦται ἡ ἑξῆς θέσις: τὰ μαθηματικὰ δὲν εἶναί τι τὸ αὐτόνομον, ἀλλ᾽ ἔχουν θείαν προέλευσιν.

Κατὰ τὴν Πυθαγόρειον διδασκαλίαν τὰ πάντα ἐν τῷ κόσμῳ εἶναι διατεταγμένα κατ᾽ ἀριθμητικὰς σχέσεις· κατὰ τὸν Πλάτωνα τὰ πράγματα μετέχουσιν ἀριθμῶν.

«Οἱ μὲν γὰρ Πυθαγόρειοι μιμήσει τὰ ὄντα φασὶν εἶναι τῶν ἀριθμῶν. Πλάτων δὲ μεθέξει τοὔνομα μεταβαλὼν» λέγει ὁ Ἀριστοτέλης. Εἰς τὸν Φαίδωνα ἡ ἰδέα τῆς δυάδος καὶ ἡ ἰδέα τῆς μονάδος ἀναφέρονται, διὰ νὰ ἐξηγηθῇ ὁ ἀληθὴς χαρακτὴρ τῶν ἀριθμῶν. Δὲν ὑπάρχει ἄλλη αἰτία — λέγεται ἐκεῖ, - τοῦ *δύο* γενέσθαι ἢ τὴν τῆς δυάδος μετάσχεσιν καὶ δεῖν τούτου μετασχεῖν τὰ μέλλοντα δύο ἔσεσθαι καὶ μονάδος ὃ ἂν μέλλῃ ἓν ἔσεσθαι.

Εἰς τὸν Φίληβον αἱ ἰδέαι λέγονται καὶ ἑνάδες καὶ μονάδες.

Οὕτω παρὰ Πλάτωνι εἶναι λελυμένον ζήτημα, τὸ ὁποῖον παραμένει ἄλυτον εἰς ἡμᾶς. Διὰ ν᾽ ἀντιληφθῶμεν καλύτερον τὸ ζήτημα τοῦτο, ἂς θέσωμεν τὸ ἐρώτημα.

Τὰ μαθηματικὰ ἀφ᾽ ἑαυτῶν ἐνυπάρχουν εἰς τοὺς διέποντας τὸ σύμπαν νόμους, εἰς αὐτὴν ταύτην τὴν δομὴν τῆς ὕλης, ἢ τὰ εἰσήγαγεν ὁ ἄνθρωπος εἰς αὐτήν, ὁπότε θὰ πρέπῃ νὰ θεωρηθοῦν τὰ μαθηματικὰ ὡς ἀπολύτως αὐτόνομα; Ἐπὶ τοῦ θέματος αὐτοῦ, ὡς γνωστόν, διχάζονται αἱ γνῶμαι τῶν ἐπιστημόνων καὶ μάλιστα τῶν μαθηματικῶν· δὲν δύναται δὲ νὰ ἀγνοηθῇ ἡ τάσις πολλῶν συγχρόνων ἐπιστημόνων νὰ δεχθοῦν ὡς ἀπόλυτον τὴν αὐτονομίαν τῶν μαθηματικῶν. Π. χ. ὁ Sullivan γράφει: ἡ ἀνακάλυψις τῶν διαφόρων μὴ Εὐκλειδείων γεωμετριῶν ἀποδεικνύει ὅτι ἡ γεωμετρία τοῦ Εὐκλείδου, καθὼς βεβαίως συμβαίνει καὶ διὰ τὴν γεωμετρίαν τοῦ Lobatchevski καὶ τὴν τοῦ Riemann δὲν ἀποτελεῖ νοητικὴν ἀναγκαιότητα, ἀλλ' εἶναι αὐθαίρετον δημιούργημα τῆς διανοίας τῶν ἐπιστημόνων. Παρὰ ταῦτα ὁ ἴδιος ὁ Sullivan δέχεται ὅτι ὑπάρχουν ἀκόμη ἀμφισβητήσεις διὰ τὴν πραγματικὴν φύσιν τῶν μαθηματικῶν.

Ἴσως νὰ παρετήρει τις εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο, ὅτι αἱ γνῶμαι τῶν ἐπιστημόνων θὰ διχάζωνται πάντοτε ἐπὶ τοῦ θέματος τούτου διὰ τὸν λόγον, ὅτι τὸ πρόβλημα τῆς θεμελιώσεως τοῦ σύμπαντος εὑρίσκεται ἐκτὸς τῆς ἀνθρωπίνης ἀντιλήψεως, ἀνήκει εἰς ὑπεραισθητὸν κόσμον. Ἀλλ' ὅμως ἡ παραδοχὴ αὐτὴ δὲν εἶναι σκόπιμον νὰ γίνῃ, διότι ἀντιβαίνει πρὸς τὴν ἐπιστημονικὴν *ἀκριβῶς* προσπάθειαν.

Παρακάμπτοντες λοιπὸν αὐτὴν τὴν δυσκολίαν θ' ἀσχοληθῶμεν μὲ τὴν συμβολὴν τοῦ Πλάτωνος εἰς τὰ Μαθηματικά, αὐτὴν καθ' ἑαυτήν.

Ἀποδίδονται πολλὰ εἰς τὸν Πλάτωνα, εἰς τρόπον, ὥστε νὰ μὴ διακρίνῃ τις ἐπακριβῶς τὰ σύνορα μεταξὺ τῆς ἱστορικῆς πραγματικότητος καὶ τοῦ θρύλου. Δι' αὐτὸ ἀποκτᾷ ἰδιαιτέραν σημασίαν ἡ γνώμη τοῦ ἰδίου τοῦ Πλάτωνος διὰ τὸ μαθηματικὸν ἔργον του. Τὸ ὅτι ὁ Πλάτων εἶχε πλήρη συναίσθησιν τῆς ἀξίας του φαίνεται, ἐκτὸς τῶν ἄλλων, καὶ ἐκ τοῦ ἰδιαιτέρου τρόπου, μὲ τὸν ὁποῖον ὡμίλει δι' ὡρισμένην ἐπιστημονικὴν κατεύθυνσιν, τὴν ὁποίαν ἐθεώρει ὡς ἰδικόν του δημιούργημα.

Ἀλλὰ ποία ἡ ἐπιστημονικὴ αὐτὴ κατεύθυνσις;

Πρόκειται περὶ τῆς ἀνωτέρας γεωμετρίας τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων, ἡ ὁποία περιελάμβανε τὰς μελέτας τὰς σχετικὰς πρὸς τὰς κωνικὰς τομάς, καθὼς καὶ τὰς εἰσαγωγικὰς εἰς τὴν σπουδὴν αὐτῶν θεωρίας. Ἡ ἀνωτέρα αὐτὴ γεωμετρία, τοὐλάχιστον ἀπὸ τοῦ θανάτου τοῦ Ἀρχύτα καὶ ἐφεξῆς, ἐχαρακτηρίσθη ἀπὸ ὡρισμένην μέθοδον ἐρεύνης, τὴν ὁποίαν ἐκάλεσαν «τόπον ἀναλυόμενον». Ἡ ἐφεύρεσις τῆς μεθόδου αὐτῆς ἀποδίδεται ἀπὸ ὅλους εἰς τὸν Πλάτωνα. Ἔχομεν δηλαδὴ ἐδῶ τὴν ἔννοιαν τοῦ γεωμετρικοῦ τόπου καὶ τὴν χρησιμοποίησιν αὐτῆς εἰς τὴν γεωμετρικὴν ἔρευναν. Διὰ νὰ ἐννοήσωμεν καλύτερον τὴν σημασίαν τῆς ἐννοίας τοῦ γεωμετρικοῦ τόπου, ἂς θέσωμεν τὸ ἐρώτημα: «Τί θὰ ἦτο μία γεωμετρία χωρὶς γνῶσιν τῆς ἐννοίας τοῦ γεωμετρικοῦ τόπου; θὰ ἔλειπαν ἀπὸ αὐτὴν τοὐλάχιστον δύο τινά· *ἡ ἑρμηνεία* τῆς ἐσωτερικῆς ὑφῆς αὐτῆς καὶ ἡ συναρπαστικὴ αἰσθητικὴ γοητεία της. Ἐὰν δέ τις, ὄχι βεβαίως μαθηματικός, ἔχων τὴν πεπλανημένην ἀντίληψιν, ὅτι τὰ μαθηματικὰ ἀποτελοῦνται μόνον ἀπὸ σιδηρᾶν λογικὴν καὶ ξηροὺς τύπους, ἐρώτήση ποίαν σημασίαν ἔχει ἡ αἰσθητικὴ γοητεία μαθηματικῆς θεωρίας, θὰ τοῦ ἀναφέρωμεν ἁπλῶς τὴν γνώμην τοῦ Henri Poincaré. «Συνήθως ἡ λύσις ἑνὸς προβλήματος ἐνδιαφέρει πολὺ ὀλιγώτερον ἀπὸ τὴν ὡραιότητα τῶν μεθόδων, αἱ ὁποῖαι ἐχρησιμοποιήθησαν διὰ τὴν λύσιν του». Συστηματοποιῶν ὁ Πλάτων τὴν διὰ τῶν γεωμετρικῶν τόπων μέθοδον ἐρεύνης δὲν ἔδιδε σοβαρὰν συμβολὴν μόνον εἰς τὴν γεωμετρίαν· ἔκαμνε συγχρόνως καὶ σημαντικὸν βῆμα εἰς τὴν Ἄλγεβραν καὶ εἰς τὴν Ἀναλυτικὴν Γεωμετρίαν. Διότι πῶς θὰ ἦτο δυνατὴ ἡ δημιουργία Ἀναλυτικῆς Γεωμετρίας χωρὶς γεωμετρικοὺς τόπους; Κατόπιν μάλιστα τῆς ἐφαρμογῆς τῆς μεθόδου αὐτῆς τοῦ Πλάτωνος εἰς τὴν ἀρχαίαν ἀνωτέραν Γεωμετρίαν δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμεν αὐτὴν ὡς τὴν Ἀναλυτικὴν γεωμετρίαν τῆς Ἀρχαιότητος, ὅπως λέγει καὶ ὁ Paul Tannery.

Ἡ ἀρχαία αὐτὴ ἀναλυτικὴ γεωμετρία παρουσιάζει συγχρόνως ἕνα μειονέκτημα καὶ ἕνα πλεονέκτημα ἀπέναντι τῆς ἀναλυτικῆς γεωμετρίας τοῦ Καρτεσίου.

Τὸ μειονέκτημά της εἶναι ἡ μὴ ὁμοιόμορφος θεμελίωσίς της ἐπὶ ὡρισμένων ἁπλῶν ἀρχῶν, ὡς συμβαίνει μὲ τὴν Καρτεσιανὴν γεωμετρίαν, εἰς τὴν ὁποίαν τὸν πρῶτον ρόλον παίζει ὄχι ἡ προσωπικότης τοῦ ἐρευνητοῦ, ἀλλ' ἡ μέθοδος τῆς ἐρεύνης. Ἀλλ' αὐτὸ τοῦτο ἀπετέλει καὶ τὸ πλεονέκτημα τῆς ἀρχαίας ἑλληνικῆς μεθόδου· ἡ ποικιλία ἀκριβῶς τῶν ἐπὶ μέρους μεθόδων ἐρεύνης αὐτῆς ἔκαμε ταχυτέρας καὶ πλέον συναρπαστικὰς τὰς ἀποδείξεις της, ἐξέφραζεν ἐν συντόμῳ αὐτό, τὸ ὁποῖον ἐνόει ὁ Gauss λέγων «Geometrica Geometricae».

Ἡ δευτέρα σοβαρὰ συμβολὴ τοῦ Πλάτωνος εἰς τὰ μαθηματικὰ ἀναφέρεται εἰς τὴν ἀναλυτικὴν μέθοδον ἀποδείξεως εἰς τὴν γεωμετρίαν. Δὲν θὰ ἐπιμείνωμεν εἰς τὸ ποῖος ἐφεῦρε τὴν μέθοδον ταύτην, διότι νομίζομεν ὅτι αἱ γενικαὶ μέθοδοι σκέψεως δὲν εἶναι ἐφευρέσεις προσωπικαί· μᾶλλον λαμβάνουν τὴν ἐπιστημονικὴν μορφήν των ἀπὸ ὡρισμένα ἄτομα, οὕτως ὥστε νὰ γίνωνται βέβαια καὶ θετικὰ μέσα ἐρεύνης.

Διὰ ν' ἀντιληφθῶμεν καλύτερον τὴν ἀναλυτικὴν μέθοδον, ἂς ἐρωτήσωμεν· δυνάμεθα νὰ φαντασθῶμεν ἐπιστήμονας καὶ μάλιστα γεωμέτρας σκεπτομένους κατὰ τὴν συνθετικὴν μέθοδον καὶ μόνον κατ' αὐτήν;

Δὲν δυνάμεθα λοιπὸν νὰ ὑποθέσωμεν ὅτι οἱ γεωμέτραι τῆς ἀρχαιότητος, ἐν γένει, ὡδηγήθησαν εἰς τὰς ἐφευρέσεις των διὰ συνθετικῶν συλλογισμῶν. Ἡ καθαρὰ γεωμετρικὴ ἀνάλυσις πρέπει νὰ ὑπῆρξεν ὁ ὁδηγός των. Ἐὰν δὲ πολλάκις ἐξέθεσαν συνθετικῶς τὰς ἀποδείξεις των, τοῦτο ὠφείλετο μᾶλλον εἰς τὴν ἐπιθυμίαν των νὰ καταστήσουν αὐτὰς αὐστηροτέρας. Τὴν μέθοδον αὐτὴν ἐπέτυχε νὰ μορφοποιήσῃ ὁ Πλάτων χάρις καὶ εἰς τὴν διαλεκτικήν, μὲ τὴν ὁποίαν εἶχεν ὁπλίσει αὐτὸν ἡ Σωκρατικὴ διδασκαλία. Συστηματοποιῶν λοιπὸν τὴν ἀνάλυσιν, ἡ ὁποία ἀπεδείκνυε τὸ *ἀναγκαῖον* τῆς συνθήκης, προσέθετεν εἰς αὐτὴν τὴν σύνθεσιν, ἡ ὁποία ἀπεδείκνυε τὸ *ἱκανὸν* αὐτῆς. Ἐδημιούργησεν οὕτως ὁ Πλάτων μίαν *τυπικῶς* ἀρχαίαν ἑλληνικὴν μέθοδον ἀποδείξεως. — Ἡ συνθετικὴ μέθοδος εἶναι ὑπὸ πάσας τὰς περιστάσεις ὀρθή, ἐνῷ δὲν δύναται νὰ ὑποστηριχθῇ τὸ αὐτὸ διὰ τὴν ἀναλυτικήν. Ἀπαιτεῖται ἐξαιρετικὴ προσοχὴ ἐπὶ τῆς διὰ τῶν ἀντιστρεπτῶν προτάσεων πορείας· διότι, ἔστω ὅτι θέλομεν ν' ἀποδείξωμεν ὅτι ἰσχύει ἡ πρότασις Α. Ἂς ὑποθέσωμεν πρὸς στιγμὴν ὅτι ἰσχύει ἡ πρότασις αὕτη καὶ ὅτι συνεπάγεται τὴν ἰσχὺν προτάσεως Β· ἐκ τοῦ ὅτι, ἂν ἰσχύῃ ἡ Α, θὰ ἰσχύῃ καὶ ἡ Β, δὲν ἕπεται καὶ τὸ ἀντίστροφον, δηλαδὴ ὅτι, ἂν ἰσχύῃ ἡ Β, θὰ ἰσχύῃ καὶ ἡ Α. Ἂν τοῦτο συνέβαινεν, ἡ πρότασις θὰ ἦτο ἀντιστρεπτή.

Τὸ μὴ ἄνετον τῆς πορείας αὐτῆς θέλων ν' ἀποφύγῃ ὁ Πλάτων ἐχρησιμοποίησε τὴν σύνθεσιν διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ ἱκανοῦ τῆς συνθήκης.

Καὶ τίθεται τώρα τὸ ἐρώτημα:

Ὑπῆρξε λοιπὸν ὁ Πλάτων γεωμέτρης κυρίως, ὅπως π. χ. ὑπῆρξε γεωμέτρης καὶ μάλιστα μέγας εἰς τὸ εἶδος του, *ὁ Εὔδοξος ὁ Κνίδιος*;

Εἰς τὸ 7ον βιβλίον τῆς Πολιτείας λέγει περὶ τῆς Γεωμετρίας τὰ ἑξῆς: «τὸ δὲ πολὺ αὐτῆς καὶ πορρωτέρω προϊὸν σκοπεῖσθαι δεῖ, εἴ τι πρὸς ἐκεῖνο τείνει, πρὸς τὸ ποιεῖν κατιδεῖν ῥᾷον, τὴν τοῦ ἀγαθοῦ ἰδέαν».

Εἶναι ἡ Γεωμετρία σπουδὴ αἰωνίων, ἀμεταβλήτων καὶ ἀναλλοιώτων ἀντικειμένων τείνουσα ν' ἀνυψώσῃ τὴν ψυχὴν πρὸς τὴν ἀλήθειαν.

Πολλοί, βασιζόμενοι εἰς ταῦτα καὶ εἰς τὸ *μηδεὶς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω* καὶ εἰς τὴν τόσον εὐρέως ἐκδηλωθεῖσαν ἀγάπην, ἐκτίμησιν καὶ προσωπικὴν συμβολὴν τοῦ Πλάτωνος εἰς τὴν Γεωμετρίαν, τὸν ἀπεκάλεσαν γεωμέτρην. Ἄλλοι πάλιν τὸν ἐθεώρησαν πρόδρομον μαζὶ μὲ τὸν Πυθαγόραν τῆς Ἀναλύσεως καὶ μάλιστα τῆς νεωτέρας Ἀναλύσεως. Ἂς μοῦ ἐπιτραπῇ νὰ διαφωνήσω πρὸς ἀμφοτέρους.

Ὁ Πλάτων ἦτο πνεῦμα γενικὸν καὶ συνεπῶς εἶχεν ἀντίληψιν τοῦ ἑνιαίου καὶ ἀδιαιρέτου τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης. Διότι τί ἄλλο ἀπετέλει διὰ τὸν Πλάτωνα ἡ γεωμετρία ἢ τὴν σπουδὴν τῶν μετρικῶν σχέσεων, αἱ ὁποῖαι δὲν ὑπόκεινται εἰς τὸν περιορισμὸν νὰ εἶναι σύμμετροι; Καὶ τοῦτο, διότι ἡ ἀρχαία ἀριθμητική, δηλαδὴ τὰ στοιχεῖα τῆς θεωρίας τῶν ἀριθμῶν, δὲν περιεῖχον βεβαίως τὴν ἀριθμητικὴν ἔννοιαν τῆς τομῆς τοῦ Dedekind, ἡ ὁποία ἡρμήνευσεν ἀριθμητικῶς τὸν ἀσύμμετρον ἀριθμόν. Ἀφ' ἑτέρου ὅμως ὁ Πλάτων φαίνεται νὰ διῃσθάνετο, οὕτως εἰπεῖν, τὴν ἔννοιαν τοῦ ἀσυμμέτρου, τῆς ὁποίας ὅμως εἰκόνα ἱκανοποιητικὴν μόνον ἡ γεωμετρία ἠδύνατο τότε νὰ δώσῃ εἰς αὐτόν. Οἱ ἀσύμμετροι ὑπῆρξαν λοιπὸν διὰ τὸν Πλάτωνα ὁ συνδετικὸς κρίκος μεταξὺ τῶν διαφόρων μερῶν τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης.

Εἰς τὸ 7ον βιβλίον τῶν *Νόμων* ὁ Πλάτων παραπονεῖται ὅτι εἶναι ἔγκλημα κατὰ τῆς πατρίδος, ὅτι ἄφηναν τὴν νεολαίαν ἐπὶ πολὺ ν' ἀγνοῇ τὴν διαφορὰν μεταξὺ τῶν συμμετρικῶν μεγεθῶν καὶ τῶν ἀσυμμέτρων· «τὰ τῶν μετρητῶν καὶ ἀμέτρων πρὸς ἄλληλα ᾗτινι φύσει γένονε».

Ἐκ πρώτης ὄψεως φαίνεται παράδοξον, ἀλλ' ἐὰν βαθύτερον ἐρευνήσῃ τις, θὰ διακρίνῃ ὅτι πρόκειται περὶ βασικῶν ἐννοιῶν, τῆς συνεχείας, τοῦ ἀπείρου, τοῦ ἀπειροστοῦ κτλ.

Ἡ σημασία, τὴν ὁποίαν ἀποδίδει ὁ Πλάτων εἰς τὴν ἀφαίρεσιν τῶν ἰδεῶν εἰς τὴν Γεωμετρίαν, συνάγεται καὶ ἀπὸ τὴν ἀποστροφήν του πρὸς τὴν χρησιμοποίησιν ὅρων ὀφειλομένων εἰς τὴν ἐκ τῶν σχημάτων ἔμπνευσιν, ὡς ὁ τετραγωνισμὸς κτλ. Τὰ σχήματα δὲν ἀποτελοῦν διὰ τὸν Πλάτωνα παρὰ *σύμβολα* μιᾶς ἰδιαιτέρας Ἀλγέβρας, ἀλγέβρας γεωμετρικῶν σχέσεων, ἡ ὁποία φυσικὰ περιελάμβανε καὶ τὰς μὲ ἀσυμμέτρους σχέσεις.

Εἰς τὴν χρησιμοποίησιν αὐτὴν τῶν σχημάτων οἱ φιλόσοφοι τῆς Σχολῆς τοῦ Καρτεσίου θὰ διέκρινον ἀσφαλῶς τὴν ἀντιμετώπισιν τῶν σχημάτων ὡς ἁπλῶν ἀντικειμενικοποιήσεων τῶν τελείων προτύπων, τῶν εὑρισκομένων εἰς τὸν ὑπεραισθητὸν κόσμον. Θὰ παραβάλω πρὸς σύγκρισιν τὰ ἑξῆς ἀποσπάσματα ἀπὸ τὴν πέμπτην σκέψιν τοῦ Καρτεσίου καὶ ἀπὸ περικοπὴν τῆς Ἐπινομίδος, ἡ ὁποία ἀποδίδεται μὲν εἰς τὸν Φίλιππον τὸν Ὀπούντιον, ἀλλ' ἀντανακλᾷ γνώμας τοῦ Πλάτωνος.

Καρτεσίου. Φαντάζομαι ἓν τρίγωνον, ἔστω καὶ ἂν αὐτὸ τὸ σχῆμα δὲν ὑπάρχῃ καὶ δὲν ὑπῆρξεν ἀλλοῦ πουθενὰ εἰς τὸν κόσμον, ἔξω ἀπὸ τὴν σκέψιν μου. Ἀλλ' ὅμως τὸ σχῆμα αὐτὸ ἔχει ὡρισμένην φύσιν ἢ μορφὴν ἢ καθωρισμένην οὐσίαν, τὴν ὁποίαν δὲν ἔχω ἐγὼ ἐφεύρει καὶ ἡ ὁποία δὲν ἐξαρτᾶται καθόλου ἀπὸ τὸν νοῦν μου. Τοῦτο γίνεται φανερὸν ἐκ τοῦ ὅτι δύναμαι ν' ἀποδείξω διαφόρους ἰδιότητας αὐτοῦ τοῦ τριγώνου· π. χ. ὅτι αἱ τρεῖς ἐσωτερικαὶ γωνίαι ἔχουν ἄθροισμα ἴσον πρὸς δύο ὀρθὰς κτλ. Εἴτε θέλω εἴτε ὄχι, ἀναγνωρίζω ὅτι αἱ ἰδιότητες αὐταὶ ὑπάρχουν εἰς τὴν φύσιν τοῦ τριγώνου, μολονότι ἐγὼ δὲν τὰς εἶχα σκεφθῆ ποτὲ προηγουμένως, ἔστω καὶ ἂν εἶναι ἡ πρώτη φορὰ κατὰ τὴν ὁποίαν ἐφαντάσθην ἕνα τρίγωνον. Παρ' ὅλον τοῦτο κανεὶς δὲν δύναται νὰ ἰσχυρισθῇ ὅτι ἐγὼ ἔχω ἐφεύρει ἢ ἐγὼ ἐφαντάσθην αὐτάς».

Ἐπινομίδος περικοπὴ (XII, Δ):

«Ταῦτα δὲ (τὰ περὶ τοὺς ἀριθμοὺς μαθήματα) μαθόντι τούτοις ἐφεξῆς ἐστιν ὃ καλοῦσι μὲν σφόδρα γελοῖον ὄνομα γεωμετρίαν, τῶν οὐκ ὄντων δὲ ὁμοίων ἀλλήλοις φύσει ἀριθμῶν ὁμοίωσις πρὸς τὴν τῶν ἐπιπέδων μοῖραν γεγονυῖά ἐστι διαφανής· ὃ δὴ θαῦμα οὐκ ἀνθρώπινον ἀλλὰ γεγονὸς θεῖον φανερὸν ἂν γίγνοιτο τῷ δυναμένῳ ξυννοεῖν».

Ἀλλ' ὅπως καὶ προηγουμένως παρετήρησα, τὸ ζήτημα ὑπερβαίνει τὴν ἀνθρωπίνην ἀντίληψιν. Τὸ συμπέρασμα εἶναι ὅτι ὁ Πλάτων εἶχε πλήρη ἀντίληψιν τῆς ἑνότητος τῶν μαθηματικῶν· καὶ ἐὰν ἐπέμενεν εἰς τὴν κατάρτισιν τῶν νέων εἰς τὴν γεωμετρίαν, τοῦτο ὠφείλετο κυρίως εἰς τὸ ὅτι ἡ γεωμετρία πάντοτε καὶ τότε κυρίως προσεφέρετο διὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῶν ἀφῃρημένων ἐννοιῶν.

Ὅταν, πρὸ ἐτῶν, ὁ Picard ἔδωκεν ὡρισμένας διαλέξεις εἰς τὰς Ἡνωμένας Πολιτείας, εἶπε καὶ τὰ ἑξῆς: «Σήμερον διδάσκομεν Γεωμετρίαν διδάσκοντες Ἀνάλυσιν καὶ διδάσκομεν Ἀνάλυσιν διδάσκοντες Γεωμετρίαν». Ἡ συγγένεια μεταξὺ τῶν ἀπόψεων τοῦ Picard καὶ τοῦ Πλάτωνος εἶναι προφανής, μὲ τὴν παρατήρησιν ὅτι, ἐνῷ ὁ Picard ἐξέφραζε μίαν ἱστορικήν, διὰ τὰ μαθηματικά, πραγματικότητα, ὁ Πλάτων ἐχάρασσεν ἕνα νέον δρόμον ἐρεύνης.

Οὐδεὶς τῶν φιλοσόφων ὑπεστήριξε μὲ τόσην, ὅσην ὁ Πλάτων δύναμιν, ὅτι τὰ μαθηματικὰ ἔχουν ἐξαιρετικὴν ἐπίδρασιν εἰς τὴν πνευματικὴν ἀνάπτυξιν τοῦ ἀνθρώπου. «Πρός τε γὰρ οἰκονομίαν καὶ πρὸς πολιτείαν καὶ πρὸς τὰς τέχνας πάσας ἓν οὐδὲν οὕτω δύναμιν ἔχει μάθημα ἢ ἡ περὶ τοὺς ἀριθμοὺς διατριβή».

Πολλὰς πληροφορίας περὶ τῶν μαθηματικῶν εὑρίσκομεν εἰς τὸ ἕβδομον βιβλίον τῆς Πολιτείας. Ὁ Πλάτων διαιρεῖ τὰ Μαθηματικὰ εἰς τέσσαρας κατηγορίας: εἰς τὴν ἀριθμητικήν, τὴν γεωμετρίαν, τὴν στερεολογίαν — εἶναι ἡ σημερινὴ στερεομετρία — καὶ εἰς τὴν ἀστρονομίαν. Οἱ φιλόσοφοι πρέπει ἀπαραιτήτως νὰ μετέχουν μαθηματικῶν· ἐπίσης καὶ ἐκεῖνοι, οἱ ὁποῖοι θὰ θεμελιώσουν τὴν ἰδεώδη πολιτείαν του. Σκοπὸς ἀριθμητικῆς καὶ γεωμετρίας εἶναι νὰ σύρουν τὴν ψυχὴν πρὸς τὴν ἀλήθειαν, νὰ δημιουργήσουν τὴν καλλιέργειαν τοῦ πνεύματος πρὸς κατανόησιν τοῦ τελικοῦ σκοποῦ τῆς φιλοσοφίας, τῆς ἰδέας τοῦ ἀγαθοῦ.

Τὸν θαυμασμὸν τοῦ διανοουμένου κόσμου προκαλεῖ ἡ θεωρία τοῦ Πλάτωνος περὶ τῆς δημιουργίας τῆς ψυχῆς τοῦ κόσμου, ἥτις περιγράφεται εἰς τὸν Τίμαιον. Κατὰ τὸν Πλάτωνα ἡ ψυχὴ τοῦ κόσμου ἐδημιουργήθη δι' ἀποχωρισμοῦ ἐκ τοῦ παντὸς ἑπτὰ τμημάτων, καθ' ὡρισμένας ἀριθμητικὰς ἀναλογίας. Αἱ ἀναλογίαι αὗται ἔχουν ἀντιστοιχίαν πρὸς τὰς ἀναλογίας καὶ ἀποστάσεις τῶν πλανητῶν ἀπὸ τὸν ἥλιον. Ἔχουν ὡσαύτως ἀντιστοιχίαν πρὸς τὰς ἀναλογίας τῆς κλίμακος τῆς ἀρχαίας μουσικῆς ἐξ ὀκτὼ φθόγγων, δηλαδὴ τῆς τελείας διαπασῶν, ἥτις διεμορφώθη ὑπὸ τοῦ Πυθαγόρα.

Τὰ ἑπτὰ ἀποσπασθέντα ὑπὸ τοῦ δημιουργοῦ μέρη ἐκ τοῦ παντὸς παρίστανται ὑπὸ τῆς σειρᾶς τῶν ἀριθμῶν

1, 2, 3, 4, 8, 9, 27,

ἥτις ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο γεωμετρικὰς προόδους. Τὸ πλῆθος τῶν ὅρων τῆς σειρᾶς εἶναι 7, δηλαδὴ ὅσοι οἱ πλανῆται, οἱ γνωστοὶ εἰς τὴν ἐποχὴν τοῦ Πλάτωνος. Ἀφοῦ ὁ Θεὸς ἀπεχώρησεν ἐκ τοῦ παντὸς τὰ ἑπτὰ σώματα, ἐπλήρωσε τὰ ἐνδιάμεσα διαστήματα τῆς σειρᾶς 1, 2, 3, 4, 8, 9, 27 διὰ τοῦ διαχωρισμοῦ τῶν ἀρχικῶν τμημάτων εἰς μικρότερα καὶ τῆς διατάξεως αὐτῶν κατὰ γεωμετρικὰς προόδους. Αἱ κρυπτόμεναι εἰς τοὺς ἀριθμοὺς σχέσεις ἐκφράζουν τὴν κανονικότητα, τὴν παρατηρουμένην εἰς τὴν φύσιν. Εἶναι αἱ ἀριθμητικαὶ σχέσεις, ἐπὶ τῶν ὁποίων εἶχε θεμελιώσει τὴν δημιουργίαν τοῦ κόσμου ὁ Πυθαγόρας.

Οἱ ἀριθμοὶ τῆς σειρᾶς 1, 2, 3, 4, 8, 9, 27 ἐκλήθησαν καὶ Πλατωνικοὶ ἀριθμοί.

Ὁ ἀστρονόμος Bode, ὅστις κατὰ τὸ 1772 ἔδωκεν ἐμπειρικὸν κανόνα εὑρέσεως κατὰ προσέγγισιν τῶν ἀποστάσεων τῶν πλανητῶν ἀπὸ τὸν ἥλιον, εἶχεν ὑπ' ὄψιν τὴν ἀντιστοιχίαν τῶν Πλατωνικῶν ἀριθμῶν καὶ τῶν ἀποστάσεων τῶν πλανητῶν ἀπὸ τὸν Ἥλιον.

Ἀρχικῶς ὁ Πλάτων ὑπεστήριζεν ὅτι ἡ Γῆ ἀποτελεῖ τὸ κέντρον τοῦ κοσμικοῦ συστήματος· ἦτο ἀκίνητος καὶ συνεσφιγμένη εἰς τὸν ἄξονα τοῦ κόσμου. Ἀλλ' ὅμως βραδύτερον ὁ Πλάτων ἐσεβάσθη τὴν γνώμην τοῦ Πυθαγορείου Φιλολάου, ὅστις πρῶτος διετύπωσε τὴν θεωρίαν τῆς διπλῆς κινήσεως τῆς γῆς, περὶ τὸν ἄξονά της καὶ περὶ τὸν ἥλιον. Ἐπὶ τῆς θεωρίας αὐτῆς ἐθεμελίωσε μετὰ 2000 ἔτη τὸ σύστημά του ὁ Κοπέρνικος.

Ἐὰν ἡ ἀριθμητικὴ κοσμογονία τοῦ Τιμαίου περιλαμβάνῃ διαφόρους ἐπιστήμας, ἀπὸ τὴν Ἀστρονομίαν μέχρι τῆς Γενικῆς Παθολογίας, ἐάν, ὅπως οἱ ἀρχαῖοι εἶχον παρατηρήσει, ὁ Πλάτων εἶχε μαθηματικοποιήσει τὴν φύσιν, βλέπομεν ὑπὸ ποίους ὅρους ἔχει γίνει αὐτὴ ἡ μαθηματικοποίησις. Ἡ ἀριθμητικὴ κοσμογονία τοῦ Πλάτωνος, ὅπως καὶ τῶν Πυθαγορείων, προῃσθάνθη τὴν σημερινὴν ἐπιστήμην.

Ὁ Πλάτων ἐμελέτησε τὰ 5 θεμελιώδη κανονικὰ πολύεδρα, τὸ τετράεδρον, τὸ ὀκτάεδρον, τὸν κύβον, τὸ δωδεκάεδρον, τὸ εἰκοσάεδρον. Ταῦτα εἰς τὸν Τίμαιον ὀνομάζονται Πλατωνικά. Ἐμελέτησεν ἐπίσης τὸ πρόβλημα τῆς περιγραφῆς τῆς σφαίρας περὶ τὰ κανονικὰ πολύεδρα, δηλαδὴ τῆς κατασκευῆς σφαίρας, ἥτις νὰ ἔχῃ εἰς τὸ ἐσωτερικόν της τὸ πολύεδρον καὶ τῆς ὁποίας ἡ ἐπιφάνεια νὰ περιλαμβάνῃ ὅλας τὰς κορυφὰς τοῦ πολυέδρου.

Ἡ ἀνακάλυψις τῆς περιγραφῆς τῆς σφαίρας περὶ τὰ κανονικὰ πολύεδρα προεκάλεσεν εἰς τὸν Πλάτωνα ἀλλόφρονα ἐνθουσιασμόν· διότι εἰς αὐτὴν τὴν ἀνακάλυψιν διέκρινε λύσιν κοσμικοῦ προβλήματος· διότι τρίγωνα καὶ πολύεδρα, στοιχειώδη, ὅπως τὰ λέγει ὁ Πλάτων, τοῦ χρησιμεύουν εἰς τὴν στερεολογίαν του πρὸς σχηματισμὸν τῆς δημιουργίας τῶν σωμάτων. Τὰ στοιχειώδη πολύεδρα, ἀόρατα λόγῳ τῆς σμικρότητος, θεωροῦνται ὡς μονάδες. Ἐδῶ διακρίνομεν ἀφ' ἑνὸς μὲν τὴν ἀτομικὴν θεωρίαν τοῦ Δημοκρίτου, τὸν σχηματισμὸν τῶν σωμάτων ἐκ τῶν ἀοράτων ἀτόμων· *ἀλλ' ἐδῶ* βλέπομεν καὶ τὰ πρῶτα σπέρματα τῆς ἀπειροστικῆς γεωμετρίας, ἥτις θεμελιοῦται ἐπὶ τῆς ἐννοίας τοῦ στοιχειώδους ὄγκου, δηλαδὴ ἐπὶ τοῦ ἀπείρως μικροῦ ὄγκου· ὁ ὄγκος οὗτος ἀντιστοιχεῖ πρὸς τὰ στοιχειώδη στερεά τῆς στερεολογίας τοῦ Πλάτωνος.

Ὁ Πλάτων ἠσχολήθη καὶ μὲ τὸ πρόβλημα τοῦ τετραγωνισμοῦ τοῦ κύκλου καὶ μὲ τὸ πρόβλημα τοῦ διπλασιασμοῦ τοῦ κύβου, τὸ γνωστὸν ὡς δήλιον πρόβλημα.

Τὸ ἱστορικὸν τοῦ δηλίου προβλήματος εἶναι τὸ ἑξῆς: Λέγεται ὅτι ὁ Μίνως διέταξε νὰ κατασκευασθῇ τάφος διὰ τὸν υἱόν του Γλαῦκον. Πληροφορηθεὶς ὁ Μίνως ὅτι αἱ διαστάσεις τῶν ἀκμῶν ἦσαν ἑκατὸν ποδῶν, δὲν ἐθεώρησε τὴν χωρητικότητα μεγαλοπρεπῆ καὶ ἐζήτησε νὰ διπλασιασθῇ ταχέως ἡ χωρητικότης τοῦ τάφου χωρὶς νὰ χάσῃ τὸ σχῆμα του.

Ἀκόμη λέγεται ὅτι χρησμὸς ἐπέβαλεν εἰς τοὺς Δηλίους νὰ διπλασιάσουν βωμὸν τοῦ Ἀπόλλωνος σχήματος κύβου· καὶ ὅτι ἐζητήθη ἀπὸ τοὺς γεωμέτρας τῆς Ἀκαδημίας τοῦ Πλάτωνος νὰ λύσουν τὸ πρόβλημα. Ἐπὶ τοῦ δηλίου προβλήματος εἶχεν ἐργασθῆ Ἀρχύτας ὁ Ταραντῖνος.

Ὁ Πλάτων ἔδωκε τὴν πρότασιν, καθ' ἣν μεταξὺ δύο ἐπιφανειῶν α^2 καὶ β^2 ὑπάρχει πάντοτε μία μέση ἀνάλογος ἡ $\alpha\beta$, ἥτις τὰς συνδέει· δηλαδὴ εἶναι

$$\frac{\alpha^2}{\alpha\beta} = \frac{\alpha\beta}{\beta^2}$$

καὶ μεταξὺ δύο στερεῶν σωμάτων α^3 καὶ β^3 ὑπάρχουν δύο μέσαι, αἱ ὁποῖαι εἶναι αἱ $\alpha^2\beta$ καὶ $\alpha\beta^2$· δηλαδὴ εἶναι

$$\frac{\alpha^3}{\alpha^2\beta} = \frac{\alpha\beta^2}{\beta^3}$$

Τὴν πρότασιν αὐτὴν δίδει ὁ Πλάτων εἰς τὸν Τίμαιον.

«Εἰ μὲν οὖν ἐπίπεδον μέν, βάθος δὲ μηδὲν ἔχον ἔδει γίγνεσθαι τὸ τοῦ παντὸς σῶμα, μία μεσότης ἂν ἐξήρκει τά τε μεθ' ἑαυτῆς ξυνδεῖν καὶ ἑαυτήν· νῦν δὲ — στερεοειδῆ γὰρ αὐτὸν προσῆκεν εἶναι, τὰ δὲ στερεὰ μία μὲν οὐδέποτε, δύο δὲ ἀεὶ μεσότητες ξυναρμόττουσιν...» (Τιμ. VII 32).

Ἡ συμβολὴ τοῦ Πλάτωνος εἰς τά θεμέλια τῶν μαθηματικῶν, *εἰς τοὺς ὁρισμούς*, εἶναι μεγάλη, Εἴς τινας περιπτώσεις συνδέει τοὺς ὁρισμούς του πρὸς τὴν μεγάλην παράδοσιν τῶν Πυθαγορείων. Εἰς ἄλλας δημιουργεῖ ὁ ἴδιος μαθηματικοὺς ὁρισμούς, τοὺς ὁποίους διακρίνει αὐστηρότης διατυπώσεως. Τὸ κύριον χαρακτηριστικὸν τῶν ὁρισμῶν τοῦ Πλάτωνος εἶναι ἡ γενίκευσις τῆς ἐννοίας ἢ τῶν ἐννοιῶν, ἃς καθορίζει ὁ ὁρισμός· ἡ γενίκευσις αὕτη φανερώνει τὴν φιλοσοφικὴν σκοπιάν, ἀφ' ἧς ὁρμᾶται ὁ Πλάτων· διότι δὲν πρέπει νὰ λησμονῆται, ὅτι ὁ Πλάτων θεωρεῖ τὰ μαθηματικὰ ὡς τὸ μέσον, ὅπως μεθοδικῶς καὶ θετικῶς φθάσῃ εἰς τὴν ὁδόν, ἥτις ἀποκαλύπτει τὸ ἀληθές, τὸ θεῖον.

Λίαν ἐνδιαφέροντας ὁρισμοὺς ἀνευρίσκομεν εἰς τὴν Γεωμετρίαν. Ὁ Πλάτων δὲν δέχεται τὴν ἔννοιαν τοῦ σημείου ὡς ἔχουν διατυπώσει αὐτὴν οἱ Πυθαγόρειοι, ταυτίζει δὲ τὴν ἔννοιαν τοῦ σημείου πρὸς τὴν ἔννοιαν τοῦ ὄντος.

Μέχρι τοῦ θανάτου του, ἐπισυμβάντος τῷ 347, ἐδίδασκεν ὁ Πλάτων, καίτοι ὀγδοηκοντούτης. Δὲν θέλω νὰ κάμω κατάχρησιν τῆς ὑπομονῆς σας ἀπαριθμῶν θεωρήματα, διασωζόμενα εἰς διαλόγους Πλατωνικοὺς οὔτε ἀριθμοὺς προτιμωμένους ὑπὸ τοῦ Πλάτωνος, ἐξ ὧν ἐμφαίνεται ὅτι ὁ θεῖος Πλάτων, ὁ φιλόσοφος τοῦ κόσμου τῶν ἰδεῶν, ἠσχολήθη καὶ μὲ τὴν θεωρίαν τῶν ἀριθμῶν. Πολλὰ Πλατωνικὰ χωρία ἀπησχόλησαν καὶ θ' ἀπασχολοῦν μεγάλους μαθηματικούς.

Ἂς θεωρήσωμεν τὴν Διοφαντικὴν ἐξίσωσιν $x^2+y^2=z^2$ ὅπου ἐννοοῦμεν ὅτι ζητοῦμεν 3 ἀκεραίους, οἱ ὁποῖοι νὰ ἐπαληθεύουν τὴν δοθεῖσαν ἐξίσωσιν. Κατὰ τὸν Πρόκλον, τὸν τελευταῖον Σχολάρχην τῆς Ἀκαδημίας, ὁ Πλάτων ἔδωκε τύπον διὰ τὴν λύσιν τοῦ προβλήματος. Παρατηροῦμεν ὅτι, ἐὰν ἡ ἐξίσωσις εἶναι $x^\nu+y^\nu=z^\nu$ ὅπου ν ἀκέραιος >2 δὲν θὰ εὑρίσκωνται ἀκέραιοι ἐπαληθεύοντες αὐτὴν τὴν ἐξίσωσιν. Ἡ λύσις εἶναι ἀδύνατος, ἀλλὰ δὲν ἔχει ἀκόμη τοῦτο ἀποδειχθῆ γενικῶς.

Ὁ Πλάτων ἀπομακρυνόμενος ἀπὸ τοὺς Πυθαγορείους, οἱ ὁποῖοι ἔθετον ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου Ἐπιστήμην καὶ Φιλοσοφίαν καὶ ἀπὸ τοῦ Σωκράτους, ὁ ὁποῖος φαίνεται νὰ σταματᾷ εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῆς ὑποθέσεως, εἰσάγει τὴν μαθηματικὴν φιλοσοφίαν εἰς ὁδὸν ἐντελῶς νέαν.

Τὰ μαθηματικά, εὑρισκόμενα εἰς τὸν χῶρον τῆς διανοίας, εἶναι διάμεσος ἐπιστήμη.

Ἡ μαθηματικὴ φιλοσοφία τοῦ Πλάτωνος μὲ τὸν ἀνώτερον βαθμόν της καὶ ὑπὸ τὴν ὁριστικὴν μορφήν της, θὰ εἶναι ἡ διαλεκτική, οὕτως εἰπεῖν, ἡ *μεταμαθηματική*, κατὰ τὸ μεταφυσική.

Δυστυχῶς δὲν κατέχομεν αὐθεντικὰς πληροφορίας, αἱ ὁποῖαι θὰ ἐπέτρεπον νὰ δώσωμεν εἰς τὴν κυρίως Πλατωνικὴν *μεταμαθηματικὴν* περιεχόμενον μαθηματικὸν καὶ πλῆρες.

Ὁ Πλατωνισμός, ὑπὸ τὴν μορφήν, ὑπὸ τὴν ὁποίαν ἐθεωρήθη, εἶναι μαθηματικὴ φιλοσοφία μὲ τὴν διπλῆν ἔννοιαν τῆς λέξεως: ἀφ' ἑνὸς ἡ ἀριθμητικὴ καὶ ἡ γεωμετρία δίδουν εἰς τὸν Πλάτωνα τὸ ὑπόδειγμα γονίμου ἀνακαλύψεως καὶ ἀκριβοῦς ἀποδείξεως, εἰς τὴν ὁποίαν πρέπει ν' ἀναφερθῇ ὁ φιλόσοφος, διὰ νὰ ἱδρύσῃ θεωρίαν τῆς ἀληθοῦς γνώσεως· ἀφ' ἑτέρου ἡ γενικότης, ἡ ὁποία ἀνήκει εἰς τοὺς μαθηματικοὺς συλλογισμούς, συνεπάγεται τὴν γενικότητα τῶν ἀρχῶν, ἀπὸ τὰς ὁποίας ἐξαρτᾶται ὁ συλλογισμός. Πρέπει νὰ δικαιολογήσωμεν τὰς ἀρχὰς ταύτας, ὡς ἀρχὰς μὲ εὐθεῖαν ὁδόν. Ὁ Πλάτων ἀπὸ τὰ Μαθηματικὰ ἐξάγει φιλοσοφίαν καὶ θεμελιώνει τὰ Μαθηματικὰ ἐπὶ φιλοσοφίας.

Θὰ τελειώσω μὲ ἀνέκδοτον, τὸ ὁποῖον ὁ Ἀριστόξενος ἰσχυρίζεται ὅτι ἐλέχθη ὑπὸ τοῦ Ἀριστοτέλους.

Ὁ Πλάτων κάποτε εἶχεν ἀναγγείλει ὅτι θὰ ὡμίλει περὶ τοῦ καλοῦ. Πολλοὶ ἔσπευσαν ἀνυπόμονοι ν' ἀκούσουν ἀπὸ τὸν Πλάτωνα νὰ τοὺς ἐξηγῇ, ποῖον εἶναι τὸ καλὸν διὰ τοὺς ἀνθρώπους· περιουσία, ὑγεία, δυναμις. Ἀλλ' ἡ ὁμιλία περιεστράφη εἰς τὰ μαθηματικά, εἰς τοὺς ἀριθμούς, εἰς τήν γεωμετρίαν, εἰς τὴν ἀστρονομίαν, μὲ συμπέρασμα ἀπὸ ὅλην τὴν ὁμιλίαν ὅτι τὸ καλὸν εἶναι τὸ *ἕν*. Τὸ ἀκροατήριον ἀπεγοητεύθη καὶ πολλοὶ ἀπεχώρησαν.

Σᾶς εὐχαριστῶ πολύ, διότι, ἂν ἀντελήφθην καλῶς, ἐδείξατε περισσοτέραν ὑπομονήν.