

Die Resultate lauteten, dass zwischen früh—und normalfermentierten (Blindversuch) Tabaken praktisch kein nennenswerter Unterschied festzustellen ist und dass es deshalb bei guter Führung des Prozesses ohne weiteres möglich ist diese frühe Fermentation in Praxis anzuwenden.

ΥΓΙΕΙΝΗ.—Ἡ αὐξησις τοῦ πληθυσμοῦ τῆς Ἑλλάδος ὅπως περιγράφεται ὑπὸ τῆς λογιστικῆς καμπύλης\*, ὑπὸ Βασιλείου Γ. Βαλαώρα<sup>1</sup>. Ἀνεκοινώθη ὑπὸ κ. Γ. Ἰωακείμογλου.

Ἀπὸ τὴν σειρὰν τῶν ἀπογραφῶν τοῦ ἀνθρωπίνου πληθυσμοῦ εἰς τὰς διαφόρους χώρας τοῦ Κόσμου, ὅπως ἐπίσης καὶ ἀπὸ πειραματικὰς μελέτας ἐπὶ κατωτέρων ζώων, ἔγινε γνωστὸν ὅτι ἡ αὐξησις τῶν πληθυσμῶν ἐν γένει γίνεται συμφώνως μὲ ὠρισμένους βιολογικοὺς νόμους, οἵτινες κανονίζουν ἐκάστοτε τὴν φορὰν καὶ τὸ μέγεθος καὶ προσδιορίζουν ἐκ τῶν προτέρων τὸ «μέγιστον» τῆς αὐξήσεως, ὅπερ δύναται νὰ φθάσῃ ὁ ὑπὸ ἐξέτασιν πληθυσμὸς.

Ἡ αὐξησις τῶν πληθυσμῶν γίνεται, ὡς γνωστὸν, ἀφ' ἐνὸς μὲν ἀπὸ τὴν ὑπεροχὴν τῶν γεννήσεων ἐπὶ τῶν θανάτων, ἀφ' ἑτέρου δὲ ἀπὸ τὴν ὑπεροχὴν τῶν εἰσερχομένων μεταναστῶν ἔναντι τῶν ἀποδημούντων, εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου. Ἀναλόγως δὲ τῆς ἐπικρατήσεως τοῦ πρώτου ἢ τοῦ δευτέρου τρόπου, ἡ αὐξησις διὰ μικρὰς περιόδους φαίνεται ὅτι γίνεται συμφώνως μὲ τὴν γεωμετρικὴν ἢ ἀριθμητικὴν πρόοδον τῶν ἀριθμῶν. Ἄλλ' οὐδεμία ἐκ τούτων δύναται νὰ περιγράψῃ πιστῶς τὴν αὐξησιν διὰ μακρὰ χρονικὰ διαστήματα, διότι οὐδεὶς πληθυσμὸς αὐξάνεται ὁμοιόμορφως καὶ οὐδενὸς ἡ αὐξησις τείνει πρὸς τὸ ἄπειρον. Ἀπὸ τῆς πρώτης στιγμῆς τοῦ σχηματισμοῦ τοῦ πληθυσμοῦ ἐμφανίζεται εἰς νέος παράγων, ὅστις ἀντιτίθεται πρὸς τὴν ἐσωτερικὴν δύναμιν τοῦ πληθυσμοῦ ὅπως πολλαπλασιάζῃ ἑαυτὸν κατὰ κανονικὰ χρονικὰ διαστήματα καὶ τείνει, μὲ προοδευτικῶς αὐξοῦσαν πίεσιν, νὰ ἐλαττώσῃ καὶ τέλος νὰ σταματᾷ τὴν περαιτέρω αὐξησιν. Ὁ παράγων οὗτος γεννᾶται ἀπὸ διαφόρους βιολογικὰς αἰτίας ἢ σπουδαιότερα τῶν ὁποίων εἶναι τὸ «πεπερασμένον» τῆς παραγωγῆς τῶν μέσων διατροφῆς τοῦ ἐν λόγῳ πληθυσμοῦ, ὅστις εἶναι ὑποχρεωμένος νὰ ζῆ ἐντὸς ὠρισμένων διαστάσεων περιβάλλοντος. Αἱ ἀνωτέρω δύο ἀνταγωνιζόμεναι δυνάμεις προσδίδουν μίαν χαρακτηριστικὴν «σιγμοειδῆ» μορφήν εἰς τὴν καμπύλην τῆς αὐξήσεως τῶν πλη-

\* VASILIOS G. VALACRAS. — The growth of the population of Greece as described by the logistic curve.

<sup>1</sup> Ἡ ἀνωτέρω ἐργασία ἐγένετο εἰς τὸ Τμήμα Βιοστατιστικῆς τῆς Ἑγειονομικῆς Σχολῆς τοῦ Johns Hopkins University, Baltimore, U. S. A., κατὰ τὴν διάρκειαν ὑποτροφίας ἀπονεμηθείσης εἰς τὸν συγγραφέα ὑπὸ τοῦ Τμήματος Διεθνoῦς Ἑγεινῆς τοῦ Ὄργανισμοῦ Rockefeller διὰ τὴν Ἑγειονομικὴν Σχολὴν Ἀθηνῶν τοῦ Ἑπουργείου Κρατικῆς Ἑγεινῆς καὶ Ἀντιλήψεως τῆς Ἑλλάδος.

θυσμῶν, ἥτις εἶναι γνωστὴ ὡς «καμπύλη τῶν αὐξήσεων» ἢ «λογιστικὴ καμπύλη».

Συμφώνως μὲ τὴν ἀνωτέρω καμπύλην εἰς τὴν ἀρχὴν τῆς περιόδου ὁ πληθυσμὸς αὐξάνεται βραδέως διότι τὸ στοιχεῖον τοῦ πληθυσμοῦ τὸ συντελοῦν εἰς τὴν αὐξήσιν (γυναῖκες 15 - 45 ἐτῶν) εἶναι σχετικῶς μικρόν. Ὀλίγον κατ' ὀλίγον ὅμως καὶ ἐφ' ὅσον ὁ πληθυσμὸς ὁ εὐρισκόμενος εἰς τὴν παραγωγικὴν ἡλικίαν γίνεται μεγαλύτερος ἐπὶ τοσοῦτον καὶ ἡ αὐξήσις τοῦ συνόλου πληθυσμοῦ γίνεται ταχύτερα μέχρις ὅτου, κατὰ τὸ μέσον περίπου τῆς χρονικῆς περιόδου, ὅπως αὕτη ὀρίζεται ὑπὸ τῆς καμπύλης, ἡ αὐξήσις τοῦ πληθυσμοῦ ἀποκτᾷ τὴν μεγίστην αὐτῆς ταχύτητα. Τὸ σημεῖον τοῦτο εἶναι τὸ εὐνοϊκώτερον (optimum), τῆς αὐξήσεως καὶ συμπίπτει κατὰ τὸν Pearl μὲ τὴν ἐποχὴν κατ' ἣν τὸ ἥμισυ τῶν φυσικῶν πηγῶν τῆς χώρας εὐρίσκεται ἤδη ὑπὸ ἐκμετάλλευσιν διὰ τὴν διατροφήν τοῦ πληθυσμοῦ. Πέραν τοῦ σημείου τούτου ἡ ταχύτης τῆς αὐξήσεως ἀνακόπτεται. Ἡ αὐξήσις τοῦ πληθυσμοῦ γίνεται ὀλονὲν βραδυτέρα μέχρις ὅτου εἰς τὸ τέλος τῆς περιόδου σταματᾷ ὀλοτελῶς. Ὁ πληθυσμὸς τότε καλεῖται «στάσιμος» καὶ ὁ ἀριθμὸς τῶν θανάτων ἰσοῦται μὲ τὸν ἀριθμὸν τῶν γεννήσεων. Ὅλαι αἱ φυσικαὶ πηγαὶ τοῦ περιβάλλοντος εὐρίσκονται ἤδη ὑπὸ ἐκμετάλλευσιν καὶ ἐκτὸς ἂν ἐπέλθῃ σημαντικὴ τις ἀλλαγὴ εἰς τὰς μεθόδους τοῦ προσπορισμοῦ τῶν πρὸς τὸ ζῆν, ὁ ὑπὸ ἐξέτασιν πληθυσμὸς εὐρίσκεται εἰς τὸ σημεῖον τῆς μεγίστης αὐτοῦ ἀναπτύξεως, καθόσον τὸ περιβάλλον αὐτοῦ δὲν ἐπιτρέπει μεγαλυτέρας αὐξήσεις.

Ὁ ἀνθρώπινος πληθυσμὸς ζῆ μόνον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους καὶ μόνον ἐκεῖθεν προσπορίζεται (ἐκτὸς τοῦ ὄξυγόνου) τὰ ἀναγκαίουντα διὰ τὴν ζωὴν του. Ἡ πυκνότης ὅθεν τοῦ πληθυσμοῦ, δηλαδὴ ὁ ἀριθμὸς τῶν κατοίκων κατὰ μονάδα ἐπιφανείας τοῦ ἐδάφους, ἀποτελεῖ ἓνα σημαντικὸν δείκτην εἰς τὴν αὐξήσιν τοῦ πληθυσμοῦ μιᾶς χώρας. Μικρός, σχετικῶς, δείκτης πυκνότητος σημαίνει ὅτι ὁ πληθυσμὸς δύναται νὰ αὐξηθῇ ταχέως καὶ νὰ πολλαπλασιάσῃ ἑαυτὸν εἰς μικρὰ χρονικὰ διαστήματα. Ἐνῶ ἀντιθέτως ὑψηλὸς δείκτης πυκνότητος δηλοῖ ὅτι ὁ πληθυσμὸς αὐξάνεται βραδέως διότι προσεγγίζει τὸ σημεῖον κατὰ τὸ ὅποιον αἱ φυσικαὶ πηγαὶ τοῦ ἐδάφους, ἐκμεταλλεόμεναι μὲ τὰ μέσα τῆς ἐποχῆς, δὲν δύνανται νὰ διατρέψουν μεγαλύτερον πληθυσμόν. Ἡ ἀντίδρασις δὲ τῆς μάζης τοῦ πληθυσμοῦ λόγῳ τοῦ ἐπερχομένου πληθυσμοῦ, ἐμφανίζεται τότε ὡς ἐλάττωσις τῶν γεννήσεων ἢ αὐξήσις τῶν θανάτων, ὡς ἀθρόα ἀποδήμησις ἢ λαμβάνει ἄλλοτε ἄλλας μορφάς.

Οἱ δεῖκται τῆς πυκνότητος τοῦ πληθυσμοῦ δὲν ἔχουν τὴν αὐτὴν ἀπόλυτον τιμὴν διὰ τὰς διαφόρους χώρας οὔτε καὶ διὰ τὰς διαφόρους ἐποχάς. Τὸ κλίμα καὶ ἡ φυσικὴ γεωγραφία ἐκάστης χώρας καθορίζουν τὴν μέσην ἀποδοτικότητα τοῦ ἐδάφους, διάφορον διὰ διαφόρους χώρας, ἐνῶ ὁ τρόπος τῆς ἐκμεταλλεύσεως τῶν φυσικῶν πηγῶν τοῦ ἐδάφους ποικίλλει μὲ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου. Ὅταν ἡ ἀνθρωπότης εὐρίσκετο εἰς



τὸ πρῶτον στάδιον τῆς ἐξελιξέως τῆς καὶ ἔζη ἀπὸ καρποὺς καὶ τὸ κυνήγιον, ἐχρειάζοντο ἴσως πολλὰ τετραγωνικὰ χιλιόμετρα γῆς διὰ νὰ διαθρέψουν ἕνα ἄτομον. Τὸ ἐπόμενον στάδιον τῆς ποιμενικῆς ζωῆς ἠλάττωσε κατὰ τι τὴν ἀναγκαιοῦσαν δι' ἕκαστον ἄνθρωπον ἔκτασιν. Ἀλλὰ αἱ μεγάλαι πυκνότητες τοῦ πληθυσμοῦ ἔγιναν ἐφικταὶ μόνον εἰς τὰ δύο σύγχρονα στάδια τῆς ἐξελιξέως κατὰ τὰ ὅποια τὰ μέσα τῆς διατροφῆς προέρχονται ἀπὸ τὴν συστηματικὴν καλλιέργειαν τοῦ ἐδάφους καὶ τὴν βιομηχανίαν. Εἶναι δὲ εὐνόητον ὅτι ἕκαστον στάδιον καὶ ἐκάστη ἀπὸ τὰς πολλὰς ὑποδιαίρεσεις τούτων, καθορίζει καὶ ἕνα ἰδιαιτερον «μέγιστον» τοῦ πληθυσμοῦ διὰ τὸν αὐτὸν τόπον, καὶ δύναται τις συνεπῶς νὰ εἰκάσῃ ὅτι ἡ αὔξησις τοῦ πληθυσμοῦ μιᾶς χώρας δὲν ἠκολούθησεν ὁμοίομορφον τινὰ καμπύλην διὰ μέσου τῶν αἰῶνων ἀλλὰ παρουσίασε πολλὰ ἀλληλοσυνεχόμενα κύματα, ἀνταποκρινόμενα μὲ τὰ ἀντίστοιχα κύματα εἰς τὴν ἐξέλιξιν τοῦ πολιτισμοῦ τῶν κατοίκων τῆς.

#### Η ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΚΑΜΠΥΛΗ ΤΩΝ ΑΥΞΗΣΕΩΝ

Τῷ 1838 ὁ Βέλγος μαθηματικὸς F. P. Verhulst ἐδημοσίευσεν μίαν πραγματείαν «ἐπὶ τῶν νόμων τοὺς ὁποίους ἀκολουθεῖ ὁ πληθυσμὸς κατὰ τὴν αὔξησίν του» εἰς τὴν ὁποίαν περιέγραφε διὰ πρώτην φοράν τὴν μαθηματικὴν ἐξίσωσιν μιᾶς καμπύλης—τὴν ὁποίαν ὁ ἴδιος ὠνόμασε «λογιστικὴν»—καὶ ἡ ὁποία ἠκολούθει τὴν πορείαν τῆς αὔξεσεως τῶν πληθυσμῶν. Ἀλλ' ἡ ἐργασία ἐκείνη δὲν ἔτυχε προσοχῆς καὶ ἐλησμονήθη ἐπὶ μακρόν. Τῷ 1920 ὁ Dr. L. Reed τοῦ Πανεπιστημίου John Hopkins τῆς Baltimore, Md. περιέγραψε ἀνεξαρτήτως καὶ χωρὶς νὰ γνωρίζῃ τὴν προηγηθεῖσαν ἐργασίαν, τὴν ἰδίαν ἐξίσωσιν τῆς καμπύλης τῶν αὔξεσεων καὶ ἐδημοσίευσεν, μετὰ τοῦ Dr. Pearl, τὴν πρώτην αὐτῆς ἐφαρμογὴν ἐπὶ τοῦ πληθυσμοῦ τῶν Ἡνωμένων Πολιτειῶν τῆς Ἀμερικῆς<sup>2</sup>. Βραδύτερον οἱ δύο ἐρευνηταὶ ἀνεγνώρισαν τὴν συμβολὴν τοῦ Verhulst εἰς τὸ πεδίου τοῦτο τῆς ἐρένης καὶ μὲ μικρὰς τινὰς τροποποιήσεις ἐφήρμοσαν ἐπιτυχῶς τὴν λογιστικὴν καμπύλην εἰς τὴν αὔξησιν τῶν πληθυσμῶν πολλῶν κρατῶν καὶ μεγάλων πόλεων<sup>7</sup>, καθὼς καὶ ἐπὶ πειραματικῶν πληθυσμῶν μικροοργανισμῶν καὶ ἐντόμων<sup>5</sup>. Πανταχοῦ ἡ ὡς ἄνω μαθηματικὴ καμπύλη παρηκολούθει πιστῶς τὴν γενικὴν μορφήν τῆς αὔξεσεως τῶν διαφόρων πληθυσμῶν καὶ ἔδιδε ἀκριβεῖς προρρήσεις διὰ τὰ δεδομένα μελλουσῶν ἀπογραφῶν<sup>6</sup>.

Ἡ ἐξίσωσις τῆς λογιστικῆς καμπύλης ὡς τελευταίως ἀνεπτύχθη ὑπὸ τῶν Pearl καὶ Reed ἔχει τὸν γενικὸν τύπον

$$\psi = \frac{k}{1 + e^{\alpha + \beta x}}$$

ὅπου ( $\psi$ ) εἶναι ὁ πληθυσμὸς διὰ τὸ ἔτος ( $x$ ), ( $k$ ) εἶναι ἡ ἄνω ἀσύμπτωτος πρὸς τὴν ὁποίαν τείνει τὸ «μέγιστον» τῆς αὔξεσεως τοῦ ἐν λόγῳ πληθυσμοῦ καὶ διὰ τὴν

τρέχουσαν περίοδον τοῦ πολιτισμοῦ, καὶ (α) καὶ (β) εἶναι δύο σταθεραὶ ἐξαρτώμεναι ἢ πρώτη ἀπὸ τὴν ἀρχὴν τῆς καμπύλης καὶ ἡ δευτέρα ἀπὸ τὸν συντελεστὴν τῆς αὐξήσεως εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου.

Ἡ ἀνωτέρω καμπύλη ἔχει τὴν κάτω ἀσύμπτωτον εἰς τὸ μηδέν. Ἄλλ ἐκ τῆς μελέτης τῶν δεδομένων τῶν διαφορῶν ἀπογραφῶν κατέστη φανερόν<sup>3</sup> ὅτι πολλακίς ἢ κάτω ἀσύμπτωτος δὲν εἶναι τὸ μηδέν ἀλλὰ συμπίπτει μὲ τὴν ἄνω ἀσύμπτωτον τῆς προηγουμένης περιόδου αὐξήσεως τοῦ ἰδίου πληθυσμοῦ καὶ ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει ἡ ἐξίσωσις τῆς καμπύλης λαμβάνει τὴν μορφήν

$$\psi = \kappa + \frac{k}{1 + e^{\alpha + \beta x}}$$

ὅπου (κ) εἶναι ἡ κάτω ἀσύμπτωτος καὶ (κ + k) ἡ ἄνω τοιαύτη.

Ἡ λογιστικὴ καμπύλη ἔχει τὴν μορφήν πεπλατυσμένου λατινικοῦ «S», εἶναι συμμετρικὴ καὶ ἔχει τ' ἀκόλουθα κύρια χαρακτηριστικά:

1. Ἡ καμπύλη εἶναι ἀσύμπτωτος μὲ τὰς δύο ὀριζοντίας γραμμὰς (κ) καὶ (κ + k).

2. Τὸ σημεῖον τῆς εὐνοϊκωτέρας αὐξήσεως (optimum) συμπίπτει μὲ τὸ σημεῖον τῆς καμπῆς τῆς καμπύλης, τὸ ὁποῖον εὐρίσκεται εἰς τὰς συντεταγμένας  $x = \frac{-\alpha}{\beta}$  καὶ  $\psi = \frac{\kappa + k}{2}$ .

Ο ΠΛΗΘΥΣΜΟΣ ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ

Ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τῆς Ἐθνικῆς Ἀνεξαρτησίας μέχρι σήμερον εἰς τὴν Ἑλλάδα ἐγέναν εἴκοσι ἐν ὄλῳ ἀπογραφαὶ κατ' ἀκανόνιστα χρονικὰ διαστήματα<sup>1</sup>, ὡς ἐμφαίνεται εἰς τὸν πῖνακα I.

ΠΙΝΑΞ I. — Ἐπιφάνεια, Πληθυσμὸς καὶ Πυκνότης τοῦ πληθυσμοῦ τῆς Ἑλλάδος κατὰ τὰς γενικὰς ἀπογραφὰς 1828-1928.

Ἔτος ἀπογραφῆς	Ἐπιφάνεια εἰς τετρ. χιλμ.	Πληθυσμὸς	Κάτοικοι κατὰ τετρ. χιλμ.	Ἔτος ἀπογραφῆς	Ἐπιφάνεια εἰς τετρ. χιλμ.	Πληθυσμὸς	Κάτοικοι κατὰ τετρ. χιλμ.
1828	47.516	753.400	15.855	1853	47.516	1.035.527	21.793
1838	»	752.077	15.827	1856	»	1.062.627	22.363
1839	»	823.773	17.336	1861	»	1.096.810	23.082
1840	»	850.246	17.893	1870	50.211	1.457.894	29.035
1841	»	861.019	18.121	1879	»	1.679.470	33.448
1842	»	853.005	17.951	1889	63.606	2.187.208	34.387
1843	»	915.059	19.257	1896	»	2.433.806	38.263
1844	»	930.295	19.878	1907	63.211	2.631.952	41.638
1845	»	960.236	20.209	1920	150.833	5.531.474	36.673
1848	»	986.731	20.766	1928	130.199	6.204.684	47.655



Κατὰ τὸ διάστημα τῶν ἑκατῶν αὐτῶν ἐτῶν ὁ πληθυσμὸς τῆς Χώρας ηὐξήθη κατὰ 823 τοῖς ἑκατῶν ἤτοι κατὰ μέσον ὄρον ἐδιπλασιάζετο ἀνὰ ἐκάστην τριακονταετίαν περίπου. Ἀλλὰ καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐδάφους τῆς χώρας μετεβλήθη πεντάκις κατὰ τὸ διαρρεῦσαν διάστημα, καθ' ὅσον ἐπεσυνέβησαν τρεῖς προσαρτήσεις καὶ δύο ἀπώλεια κατωκημένων ἐθνικῶν ἐδαφῶν. Ἡ ἀλλαγὴ δὲ εἰς τὴν ἔκτασιν τοῦ ἐδάφους καθιστᾷ δύσκολον τὴν παρακολούθησιν τῆς αὐξήσεως τοῦ πληθυσμοῦ ὑπὸ τῆς λογιστικῆς καμπύλης, τῆς ὁποίας μία ἀπὸ τὰς κυριώτερας προϋποθέσεις εἶναι ἡ σταθερότης τῶν ὁρίων τοῦ περιβάλλοντος ἐντὸς τοῦ ὁποίου ζῆ ὁ ὑπὸ ἐξέτασιν πληθυσμὸς. Ἀλλ' ἐνῶ αἱ προσαρτήσεις τῶν ἐτῶν 1864 καὶ 1881 καὶ ἡ μικρὰ ἀπώλεια τοῦ 1897 δὲν φαίνεται νὰ ἐπηρέασαν σοβαρῶς τὸν ρυθμὸν τῆς αὐξήσεως τοῦ πληθυσμοῦ, τοῦναντίον αἱ προσαρτήσεις τῶν 1914 καὶ 1920 καθὼς καὶ ἡ ἀπώλεια τοῦ 1922 μαζὺ μὲ τὴν εἰσορὴν τῶν προσφύγων διετάραξαν τελείως τὴν πορείαν τῆς αὐξήσεως τοῦ ἑλληνικοῦ πληθυσμοῦ μετὰ τὸ 1922.

Ἐὰν ἀπεικονίσωμεν εἰς ἓνα διάγραμμα τὸν πληθυσμὸν τῆς Ἑλλάδος ὅπως εὑρέθη κατὰ τὰς διαφόρους ἀπογραφὰς κατὰ τὸ διάστημα τῆς ἑκατονταετίας, θὰ ἴδωμεν ὅτι αἱ πρῶται μετὰ τὴν ἀπελευθέρωσιν ἀπογραφὰὶ παρουσιάζουν μίαν διακύμανσιν, πιθανῶς ὀφειλομένην ἀφ' ἑνὸς μὲν εἰς τὴν ἀτέλειαν τῶν μέσων τῆς ἀπογραφῆς κατὰ τὴν ἐποχὴν ἐκείνην, ἀφ' ἑτέρου δὲ εἰς τὴν ἀστάθειαν τοῦ πληθυσμοῦ κατὰ τὰ πρῶτα μετὰ τὴν ἀπελευθέρωσιν ἔτη. Ἀπὸ τὸ 1845 ὅμως καὶ μέχρι τοῦ 1907, τὰ δεδομένα τῶν ἀπογραφῶν τοῦ πληθυσμοῦ λαμβάνουν ὀριστικῶς τὴν μορφήν τῆς λογιστικῆς καμπύλης τῆς ὁποίας ἡ ἐξίσωσις εὑρέθη ὅτι εἶναι :

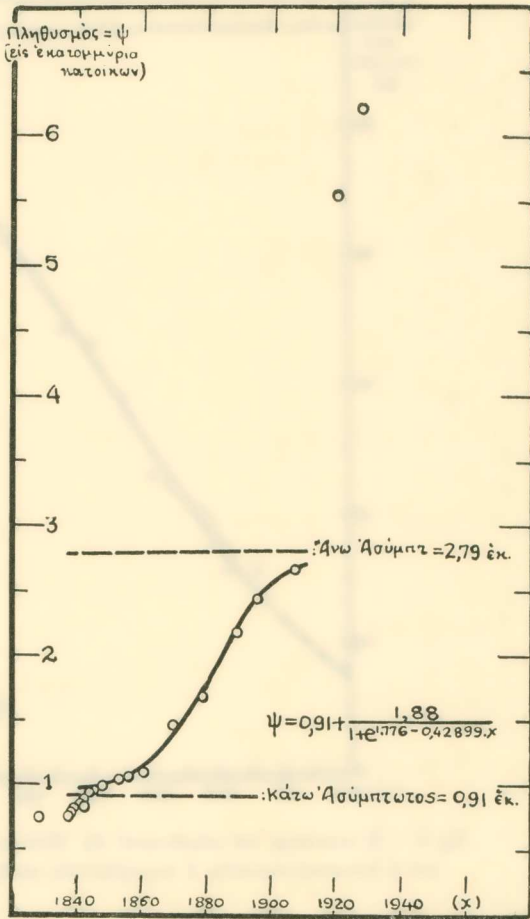
$$\psi = 0,91 + \frac{1,88}{1 + e^{1,776 \cdot 0,42899 x}}$$

Ἡ κάτω ἀσύμπτωτος ἀπὸ τὸ ὕψος τῆς ὁποίας ἤρχισεν ἡ περίοδος τῆς αὐξήσεως τοῦ Ἑλληνικοῦ πληθυσμοῦ ὡς ἐλευθέρου κράτους καὶ μετὰ τὴν ἰσορρόπησιν εἰς τὴν κατανομήν αὐτοῦ, εἶναι συμφώνως μὲ τὴν ἀνωτέρω ἐξίσωσιν 910.000 κάτοικοι. Ἡ ἄνω δὲ ἀσύμπτωτος πρὸς τὴν ὁποίαν ἔτεινε ἡ αὐξήσις, ὡς τὸ ἀνώτατον ὄριον τοῦ πληθυσμοῦ τὸ ὁποῖον θὰ ἠδύνατο ἡ χώρα νὰ διαθρέψῃ ἐντὸς τῶν ἰδίων ὁρίων καὶ ὑπὸ τὰς ἰδίας συνθηκῆς τῆς ζωῆς, ἦτο 2.790.000, ἀριθμὸν τὸν ὁποῖον ἐπλησίασεν ἡ ἀπογραφὴ τοῦ 1907 κατὰ 158.000 περίπου κατοίκους. Κατὰ τὸ 1912 ὁ πληθυσμὸς τῆς χώρας ἦτο περὶ τοὺς 2.702.750 κατοίκους, ἤτοι ὀλίγον τι μικρότερον τοῦ τριπλασίου ἀριθμοῦ τῆς ἀρχῆς τῆς περιόδου. Τὸ ἀποτέλεσμα τῆς περιγραφῆς τῆς αὐξήσεως τοῦ πληθυσμοῦ ὑπὸ τῆς ἀνωτέρω λογιστικῆς ἐξισώσεως φαίνεται εἰς τὸ σχῆμα 1.

Ἡ μεγάλη ἐπέκτασις τῆς χώρας μετὰ τὸ 1912, καθὼς καὶ ἡ μετὰ τὸ 1922 ἀνταλλαγὴ τῶν πληθυσμῶν ηὐξήσαν ἀκανονίστως τὸν πληθυσμὸν καὶ κατέστησαν ἀδύνατον πᾶσαν ἀπόπειραν ἐφαρμογῆς μαθηματικῆς τινὸς καμπύλης εἰς τὴν συνέχειαν

των τελευταίων απογραφών. Ἡ αὐξήσις ὅμως τοῦ πληθυσμοῦ ἐξακολουθεῖ ἀναμφιβόλως νὰ γίνεται καὶ εἰς τὸ νέον τοῦτο ἐπίπεδον, συμφώνως μὲ τὴν γενικὴν μορφήν τῆς καμπύλης των αὐξήσεων καὶ τὰ δεδομένα μίᾳς ἢ καλλίτερον δύο νέων ἀπογραφῶν θὰ δώσουν τὰς ἀναγκαίας ἐνδείξεις διὰ τὸν ὑπολογισμὸν μίᾳς νέας καμπύλης εἰς τὴν ὁποίαν θὰ φαίνεται ἡ μορφή καὶ αἱ τάσεις τὰς ὁποίας ἀκολουθεῖ ἐν τῇ αὐξήσει του ὁ Ἑλληνικὸς πληθυσμὸς τῆς σήμερον.

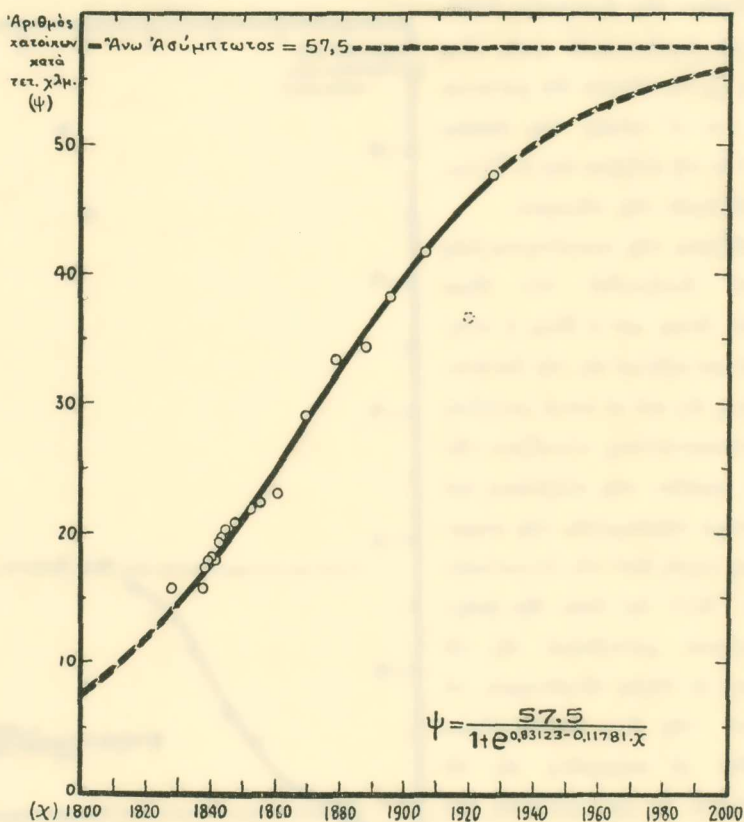
Ἡ αὐξήσις τῆς πυκνότητος ἐνὸς πληθυσμοῦ ἀκολουθεῖ τὸν ἴδιον μηχανισμόν ὅπως καὶ ὁ ἴδιος ὁ πληθυσμὸς. Αἱ μεταβολαὶ εἰς τὴν ἔκτασιν τοῦ ἐδάφους, ὡς καὶ αἱ κατὰ μεγάλας μάζας μεταναστεύσεις, κλονίζουσι τὴν κανονικὴν πορείαν τῆς αὐξήσεως καὶ ἀπομακρύνουσι προσωρινῶς τὰς παρατηρηθείσας τιμὰς ἀπὸ τὴν λογιστικὴν καμπύλην. Ἀλλ' ἐφ' ὅσον δὲν ἐπέρχονται ριζικαὶ μεταβολαὶ εἰς τὸ στάδιον τοῦ ἐν λόγῳ πληθυσμοῦ, τὸ «μέγιστον» τῆς ἄνω ἀσύμπτωτου ἐξακολουθεῖ νὰ παραμένῃ εἰς τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ὡς καὶ πρότερον, καὶ ἡ αὐξήσις τῆς πυκνότητος τείνει νὰ ἐπανεύρῃ τὴν ἰδίαν καμπύλην τῆς αὐξήσεως ἣν ἠκολούθει πρὸ τῆς μεταβολῆς. Τοῦτο φαίνεται εἰς τὴν δευτέραν λογιστικὴν καμπύλην, ἣτις ἐξήχθη ἀπὸ τοὺς δείκτας τῆς



Σχ. 1.— Αἱ ἀπογραφαὶ τοῦ Ἑλληνικοῦ πληθυσμοῦ (ο) καὶ ἡ λογιστικὴ καμπύλη ἢ περιγράφοσα τὴν αὐξήσιν τοῦ πληθυσμοῦ ἀπὸ τὸ 1845 ἕως τὸ 1912.

πυκνότητος ὄλων των ἀπογραφῶν ἀπὸ τὸ 1828 εἰς τὸ 1928 μὴ ληφθεῖσης ὅμως ὑπ' ὄψει τῆς ἀντιγραφῆς τοῦ 1920. Αὕτη παρελείφθη ἀπὸ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς καμπύλης διότι, λόγω των ἐξαιρετικῶν συνθηκῶν, δὲν ἀντεπροσώπευε τὴν πραγματικὴν τάσιν, ἣν ἠκολούθει ἡ αὐξήσις κατὰ τὸ ἔτος ἐκεῖνο. Κατὰ τὸ μεταξὺ των δύο ἀπογραφῶν 1907 καὶ 1920 διάστημα προσηρητήθησαν 87.622 τετραγωνικὰ χιλιόμετρα νέων ἐδαφῶν κατὰ πολὺ ἀραιότερον κατοικουμένων ἐν συγκρίσει μὲ τὰ 63.211

τετρ. χιλμ. τῆς παλαιᾶς Ἑλλάδος. Ἡ προσθήκη δὲ αὕτη κατεβίβασε τὴν πυκνότητα τοῦ πληθυσμοῦ κατὰ 20% περίπου. Ἐὰν ἡ χώρα ἔμενεν εἰς τὰ σύνορα τοῦ 1920, θὰ ἐγινόμεθα πιθανῶς μάρτυρες μιᾶς ταχυτάτης αὐξήσεως τοῦ πληθυσμοῦ συντελου-



Σχ. 2.—Ἡ πυκνότης τοῦ πληθυσμοῦ τῆς Ἑλλάδος κατὰ τὰς διαφόρους ἀπογραφὰς (ο) καὶ ἡ λογιστικὴ καμπύλη ἢ περιγράφουσα μαθηματικῶς τὴν προϊούσαν αὐξήσιν.

μένης πρωτίστως διὰ τῆς ἐπελεύσεως μεταναστῶν καὶ ἐγκαταστάσεως αὐτῶν εἰς τὰς ἀραιῶς κατοικουμένας νέας χώρας καὶ κατὰ δεύτερον λόγον διὰ τοῦ ἠύξημένου ἀριθμοῦ γεννήσεων. Ἄλλ' ἡ ἀπώλεια 20.634 τετρ. χιλμ. ἑδαφῶν κατὰ τὸ 1922 καὶ ἡ εἰσροὴ ἑνὸς καὶ πλέον ἑκατομμυρίου προσφύγων, ἐπανέφερε τὴν πυκνότητα τῆς χώρας εἰς τὴν αὐτὴν περίπου ὡς καὶ πρότερον δυναμικὴν ἰσορροπίαν<sup>1</sup>. Σήμερον αὕτη

<sup>1</sup> Εἶναι πράγματι ἐκπληκτικὴ ἡ δύναμις τὴν ὁποίαν οἱ πληθυσμοὶ ἀναπτύσσου ἀκολουθοῦντες τὴν κανονικὴν πορείαν τῶν αὐξήσεων. Αἱ Ἠνωμένα Πολιτεῖαι, συμφώνως μὲ τὴν λογιστικὴν καμπύλην τῶν Pearl καὶ Reed, εὗρίσκειτο κατὰ τὴν δεκαετίαν 1910-1920 εἰς τὸ «optimum» τῆς αὐξήσεως τοῦ πληθυσμοῦ, τὸ ὁποῖον συμπίπτει μὲ τὸ σημεῖον τῆς καμπῆς τῆς καμπύλης. Ἡ ταχεῖα ὄθεν αὐξήσις τοῦ πληθυσμοῦ ἔπρεπε ν' ἀνακοπή καὶ ὡς ἀποτέλεσμα τῆς ἐσωτερικῆς αὐτῆς πιέσεως ὡς ἐκ τοῦ ἐπερχομένου



συνεχίζεται βραδέως αύξανόμενη και τείνουσα πρὸς ἓνα «μέγιστον» 57,5 περίπου κατοίκων κατὰ τετραγωνικὸν χιλιόμετρον, τὸ ὅποιον θὰ φθάσῃ, συμφώνως μὲ τὴν ἀνωτέρω καμπύλην, κατὰ τὸ ἔτος 2100 περίπου.

Ἡ λογιστικὴ καμπύλη ἐξεταζομένη γενικῶς ὡς καμπύλη τῶν αὐξήσεων ἀποτελεῖ σήμερον τὴν καλυτέραν μαθηματικὴν ἔκφρασιν τῶν νόμων τῆς φυσικῆς αὐξήσεως τῶν πληθυσμῶν. Ἡ καμπύλη δίδει οὐ μόνον τὰς ἀκριβεστέρας τιμὰς δι' ἐνδιαμέσους χρονολογίας, ἀλλὰ καὶ τὰς πλεον πιθανὰς προβλέψεις διὰ τὴν μελλοντικὴν αὐξήσιν τῶν πληθυσμῶν, ὑπὸ τὰς γνωστὰς προϋποθέσεις. Ἄλλ' ἡ ἀκρίβεια τῆς καμπύλης ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ καὶ τοῦ ποιου τῶν παρατηρήσεων τὰς ὁποίας χρησιμοποιοῦμεν διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν σταθερῶν τῆς ἐξίσωσως. Ἐὰν αἱ παρατηρήσεις δὲν ἔρχονται ὡς τὸ ἀποτέλεσμα τῆς φυσικῆς αὐξήσεως τῶν πληθυσμῶν μόνον, ἀλλὰ φέρουν ἐν ἑαυταῖς τὸν κλονισμὸν λόγῳ ἐκτάκτων γεγονότων, ὅπως αἱ προσαρτήσεις ἐδαφῶν ἢ ἡ κατὰ μάζας μετανάστευσις, τότε πιθανῶς καὶ ἡ ἐξίσωσις τῆς καμπύλης νὰ παρουσιάζῃ μικρόν τι σχετικῶς λάθος εἰς τὰς σταθερὰς αὐτῆς, τὸ ὅποιον ὅμως διὰ τῆς ἀναθεωρήσεως τῶν ὑπολογισμῶν μετὰ τὴν γνῶσιν τῶν δεδομένων μελλοντικῶν ἀπογραφῶν εἶναι δυνατὸν νὰ μειωθῇ εἰς τὸ ἐλάχιστον. Ἐχοντες συνεπῶς ὑπ' ὄψιν ὅτι αἱ παρατηρήσεις τοῦ προκειμένου παραδείγματος δὲν ὑπῆρξαν ἀπολύτως ἀνεπηρέαστοι

ΠΙΝΑΞ Π.—Ἐπιφάνεια ἐδάφους τῆς Ἑλλάδος ὑπολογιζόμενος ἐκ τῆς λογιστικῆς καμπύλης τοῦ σχήματος 2. (ἰδὲ κείμενον).

Ἔτος	Ἐπιφάνεια ἐδάφους	Πυκνότης πληθυσμοῦ	Πληθυσμὸς	Ἔτος	Ἐπιφάνεια ἐδάφους	Πυκνότης πληθυσμοῦ	Πληθυσμὸς
1940	130.199	49.913	6.498.600	1980	130.199	54.691	7.120.700
1950	»	51.528	6.708.900	1990	»	55.333	7.204.300
1960	»	52.832	6.878.700	2000	»	55.832	7.269.300
1970	»	53.870	7.013.800	μέγιστ.	»	57.500	7.486.400

ἀπὸ τὰς ἀνωτέρω αἰτίας διαταραχῶν καὶ λαμβάνοντες ἐπίσης ὑπ' ὄψιν τὰς κυριωτέρας προϋποθέσεις ἐπὶ τῶν ὁποίων βασίζεται ἡ καμπύλη δηλαδή :

1.—ὅτι δὲν θὰ μεσολαβῆσῃ σοβαρὰ πλὴν τῆς φυσικῆς ἐξελίξεως ἀλλαγὴ εἰς τὸ ἐπίπεδον τοῦ πολιτισμοῦ τοῦ ἐν λόγῳ πληθυσμοῦ

ὑπερπληθυσμοῦ, ἐπὶ τὴν ἡ ἀσθηρὰ νομοθεσία τοῦ περιορισμοῦ τῆς μεταναστεύσεως, τεθεῖσα ἐν ἐφαρμογῇ πολὺ πρὶν γνωσθῇ ἡ καμπύλη τῆς αὐξήσεως τοῦ πληθυσμοῦ τῆς Χώρας. Ἐὰν ἡ μετανάστευσις ἔμενε ἐλευθέρη μέχρι τοῦ 1930, ἡ ἀπογραφή τοῦ ἔτους ἐκείνου θὰ εἰδείκνυε πολλὰ ἑκατομμύρια περισσώτερα τῶν ὑπὸ τῆς καμπύλης προβλεπομένων. Μετὰ τὸν περιορισμὸν ὅμως ἡ ἀπογραφή προσήγγισε τὴν καμπύλην κατὰ 99,75%. Ἡ Γαλλία ἐπίσης παρουσίασε ἐλάττωσιν τοῦ πληθυσμοῦ τῆς μετὰ τοὺς πολέμους τοῦ 1870. Αἱ ἐπακολουθήσασαι ὅμως 4 ἀπογραφαὶ εἰδείξαν ταχύτεραν τοῦ συνήθους αὐξήσιν τοῦ πληθυσμοῦ καὶ ἡ ἀπώλεια ὑπερεκαλύφθη. Μετὰ ταῦτα ἡ αὐξήσις ἐπεβραδύνθη καὶ πάλιν ἀκολουθοῦσα τὴν πρὸ τοῦ 1870 πρόσοδον.



καὶ 2. — ὅτι δὲν θὰ ἐπακολουθήσουν ἕκτακτα γεγονότα μεταβάλλοντα οὐσιωδῶς τὸ ἔδαφος ἢ τὴν σύστασιν τοῦ πληθυσμοῦ δυνάμεθα νὰ προεικασωμεν<sup>9</sup> ὅτι ἡ αὐξήσις τοῦ πληθυσμοῦ τῆς Ἑλλάδος θ' ἀκολουθήσῃ καὶ εἰς τὸ μέλλον τὴν ἀνωτέρω μαθηματικὴν καμπύλην. Καὶ ἐπὶ τῇ προϋποθέσει ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐδάφους θὰ παραμείνῃ ἡ αὐτὴ ὡς καὶ σήμερον ὁ πληθυσμὸς τῆς χώρας διὰ μελλούσας χρονολογίας θὰ εἶναι περίπου ὡς εἰς τὸν πίνακα II (κατὰ προσέγγισιν ἑκατοντάδος).

## Ο ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ

Περιγράφομεν κατωτέρω ἐν συντομίᾳ τὴν μέθοδον τῆς λύσεως τῆς ἐξίσωσως τῆς καμπύλης, ὅπως αὕτη ἀνεπτύχθη καὶ διδάσκειται ὑπὸ τοῦ Καθηγητοῦ κ. L. Reed. Ἡ ἐξίσωσις τῆς καμπύλης εἶναι :

$$\psi = \frac{k}{1 + e^{\alpha + \beta x}} \quad (1)$$

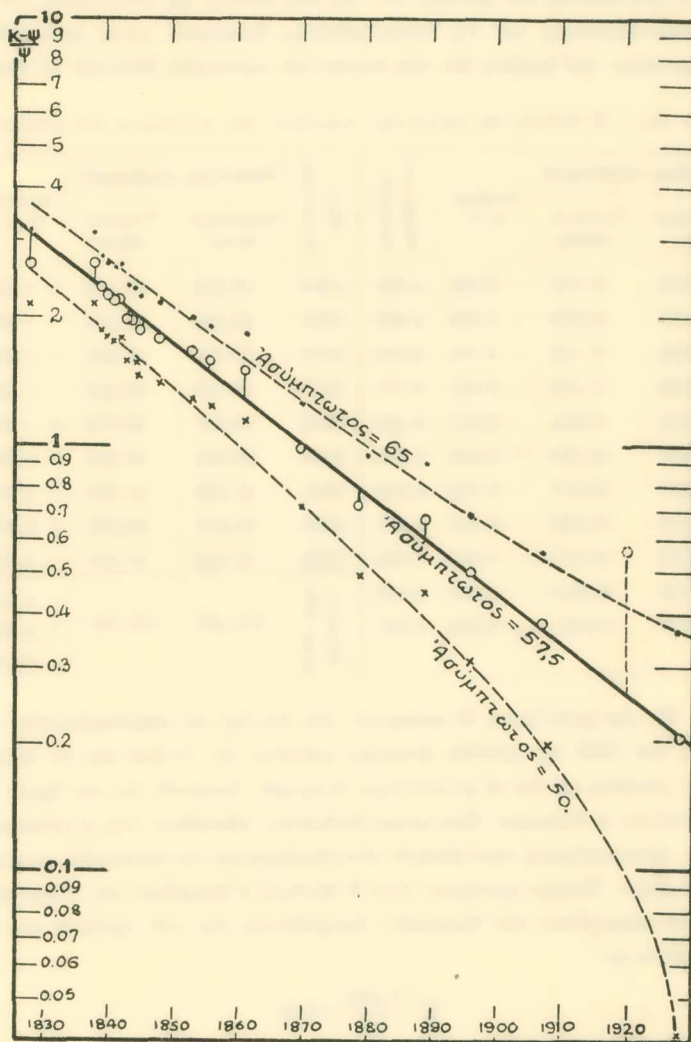
καὶ ἀπομονοῦντες τὸν ἐκθετικὸν παράγοντα τοῦ παρονομαστοῦ διὰ μεταθέσεως τῶν ὄρων ἔχομεν:

$$\frac{k - \psi}{\psi} = e^{\alpha + \beta x} \quad (2)$$

ὅπου (k) εἶναι ἡ ἄνω ἀσύμπτωτος (ψ) εἶναι οἱ δεδομένοι ἀριθμοὶ τῶν ἀπογραφῶν καὶ (e) εἶναι ἡ βᾶσις τῶν νεπερειῶν λογαρίθμων. Ἀπὸ τὴν δευτέραν ἐξίσωσιν (2) βλέπομεν ὅτι οἱ λογαριθμοὶ τῶν  $\left(\frac{k - \psi}{\psi}\right)$  διατάσσονται εἰς εὐθείαν γραμμὴν ἢ, ὅπερ τὸ αὐτό, οἱ ἀριθμοὶ οἱ παριστῶντες τὰς διαφόρους τιμὰς τοῦ  $\left(\frac{k - \psi}{\psi}\right)$  λαμβάνουν τὴν μορφήν τῆς εὐθείας γραμμῆς ἐπὶ λογαριθμικοῦ χάρτου.

Ἀπεικονίζομεν κατ' ἀρχὰς εἰς ἓν προκαταρκτικὸν σχεδιογράφημα τὰς διαφόρους τιμὰς τοῦ (ψ) καὶ διαβλέποντες ἐν τῇ πορείᾳ αὐτῶν τὴν μορφήν τῆς λογιστικῆς καμπύλης προσπαθοῦμεν νὰ εὗρωμεν ὅσον δυνάμεθα καλλίτερον τὴν τιμὴν τῆς ἀσυμπτώτου (k) κατόπιν εὐρίσκομεν τὸ  $\left(\frac{k - \psi}{\psi}\right)$  διὰ διαφόρους δοκιμαστικὰς τιμὰς τοῦ (k) πλησίον τῆς ὑποτιθεμένης ὡς ἀληθοῦς ἀσυμπτώτου καὶ γράφομεν τὸ ἀποτέλεσμα ἑκάστης δοκιμῆς ἐπὶ σχεδίου τοῦ ὁποίου ἡ κλίμαξ (ψ) εἶναι λογαριθμική. Αἱ τιμαὶ λαμβάνουν ὠρισμένην διάταξιν ἐπὶ τοῦ χάρτου καὶ δυνάμεθα νὰ χαράξωμεν μεταξὺ αὐτῶν τὴν γραμμὴν, ἣτις καλλίτερον δεικνύει τὴν κατεύθυνσιν αὐτῶν. Ἐξ ὅλων τῶν δοκιμῶν τοῦ  $\left(\frac{k - \psi}{\psi}\right)$  μόνον μία θὰ ἔχει τὰς διαφόρους τιμὰς διατεταγμένας κατ' εὐθείαν γραμμὴν καὶ αὕτη θὰ εἶναι ἡ περιέχουσα τὴν ἀκριβῆ τιμὴν τῆς ἀσυμπτώτου (k). Τὸ σχῆμα 3 παριστᾷ τρεῖς τοιαύτας δοκιμὰς διὰ (k)=50 (σταυροί), (k)=57,7 (κύκλοι) καὶ (k)=65 (στιγμαί). Εἰς τὸ σχῆμα φαίνεται ὅτι αἱ τιμαὶ τοῦ  $\left(\frac{k - \psi}{\psi}\right)$  διὰ (k)=50 καὶ (k)=65 ἀποκλίνουν κατ' ἀντιθέτους διευθύνσεις καὶ μόνον αἱ τιμαὶ διὰ (k)=57=57,5 διατάσσονται κατ' εὐθείαν γραμμὴν. Ἐν τῇ πραγματικότητι ἡ ἀναζήτησις τῆς ἀσυμπτώτου γίνεται διὰ κάθε μονάδα καὶ κλάσμα αὐτῆς πλησίον τῆς προβλεπομένης ἀληθοῦς τοιαύτης. Μετὰ τὴν εὕρεσιν τῆς ἀσυμπτώτου (k) προβαίνομεν εἰς τὴν λύσιν τῆς ἐξίσωσως ὡς πρὸς τὰς σταθερὰς (α) καὶ (β), ἀνα-

γιγνώσκοντες κατ' εὐθείαν ἐκ τοῦ διαγράμματος τὰς συντεταγμένας δύο ἀπομακρυσμένων σημείων τῆς εὐθείας ἣτις περιγράφει τὰς τιμὰς  $\left(\frac{k-\psi}{\psi}\right)$  τῆς ὀρθῆς ἀσυμπτώτου. Καὶ μετὰ τὸν



Σχ. 3.—Ἡ ἀναζήτησις τῆς ἀσυμπτώτου διὰ τῆς γραφικῆς μεθόδου.

προσδιορισμὸν ὄλων τῶν σταθερῶν ἢ λύσις τῆς ὅλης ἐξισώσεως εἶναι εὐκόλος, εὐρίσκοντες κατ' ἀρχὰς τὸ  $(\alpha + \beta x)$  κατόπιν τὸ  $(e^{\alpha + \beta x})$  καὶ τέλος τὸ  $\left(\frac{k}{1 + e^{\alpha + \beta x}}\right)$  ὅπερ ἰσοῦται πρὸς τὸ θεωρητικὸν  $(\psi)$ .<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καθίσταται φανερόν ὅτι ἡ ἐξίσωσις δὲν ἔχει μαθηματικὴν λύσιν καὶ ὅτι αἱ σταθεραὶ αὐτῆς εὐρίσκονται ἐμπειρικῶς καὶ κατὰ προσέγγισιν διὰ τῆς γραφικῆς μεθόδου. Δυνάμεθα ὅμως νὰ βελτιώσωμεν αὐτὰς καὶ νὰ προσεγγίσωμεν πρὸς τὰς «ἀληθεῖς» τοιαύτας, ἐὰν ὑπολογίσωμεν τὰς «διορθώσεις» τῶν σταθερῶν διὰ τῆς μεθόδου τῶν «ἐλαχίστων τετραγώνων».



Ἡ δοκιμὴ τῆς καμπύλης γίνεται διὰ τῆς συγκρίσεως κατὰ ζεύγη τῶν τιμῶν τοῦ (ψ) δηλαδή τοῦ παρατηρηθέντος κατὰ τὴν ἀπογραφὴν καὶ τοῦ ὑπὸ τῆς καμπύλης ὑπολογισθέντος διὰ τὸ αὐτὸ ἔτος ὅπως φαίνεται εἰς τὸν Πίνακα III: Τὰ δύο σύνολα τῆς πυκνότητος τοῦ πληθυσμοῦ δηλαδή τῆς παρατηρηθείσης καὶ τῆς ὑπολογισθείσης, διαφέρουν μόνον κατὰ 2,3 ἤτοι κατὰ ποσότητα μικροτέραν τοῦ ἡμίσεος ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν καὶ πρακτικῶς δύνανται νὰ θεωρηθῶσι ὅτι

ΠΙΝΑΞ III.— Ἡ δοκιμὴ τῆς λογιστικῆς καμπύλης τῆς πυκνότητος τοῦ πληθυσμοῦ.

Ἔτος ἀπογραφῆς	Πυκνότης πληθυσμοῦ		Διαφορὰ Π.-Υ.	Τετράγωνα διαφορῶν	Ἔτος ἀπογραφῆς	Πυκνότης πληθυσμοῦ		Διαφορὰ Π.-Υ.	Τετράγωνα διαφορῶν
	Παρατηρηθείσα	Ὑπολογισθείσα				Παρατηρηθείσα	Ὑπολογισθείσα		
1828	15.855	13.782	— 2.033	4.297	1856	22.363	23.148	+ 0.785	0.616
1838	15.827	16.820	+ 0.993	0.986	1861	23.082	25.044	+ 1.962	3.849
1839	17.336	17.145	— 0.191	0.036	1870	29.035	28.536	— 0.499	0.249
1840	17.893	17.472	— 0.421	0.177	1879	33.448	32.028	— 1.420	2.016
1841	18.121	17.804	— 0.317	0.100	1889	34.387	35.796	+ 1.409	1.985
1842	17.951	18.139	+ 0.188	0.035	1896	38.263	38.295	+ 0.032	0.001
1843	19.257	18.477	— 0.780	0.608	1907	41.638	41.906	+ 0.268	0.072
1844	19.578	18.822	— 0.756	0.571	1920	36.673	45.581	+ 8.908	...
1845	20.209	19.167	— 1.042	1.086	1928	47.655	47.501	— 0.154	0.024
1848	20.766	20.218	— 0.548	0.300	Σύνολον (πλὴν 1920)	474.457	472.131	— 8.201	17.065
1853	21.793	22.031	+ 0.238	0.057				+ 5.875	
								— 2.326	

εἶναι τὰ ἴδια. Εἰς τὴν κατὰ ζεύγη δὲ σύγκρισιν τῶν δύο (ψ) καὶ παραλειπομένης τῆς συγκρίσεως τῆς τιμῆς τοῦ 1920 ὡς ἐξετέθη ἀνωτέρω φαίνεται ὅτι 14 ἀπὸ τὰς 19 διαφορὰς εἶναι μικρότεροι τῆς μονάδος καὶ ὅτι αἱ μεγαλύτεραι διαφοραὶ ἀπαντοῦν εἰς τὴν ἀρχὴν ἢ τὰ ἐνδιάμεσα σημεῖα ὅπότεν αἱ διάφοροι ἐξωτερικαὶ ἐπιδράσεις (ἀστάθεια τοῦ πληθυσμοῦ μετὰ τὴν ἀπελευθέρωσιν, προσαρτήσεως νέων ἐδαφῶν κλπ.) διετάραττον τὴν κανονικὴν πορείαν τῆς αὔξεσεως τοῦ πληθυσμοῦ. Ἔτερον κριτήριον εἶναι ὁ ἀριθμὸς ὁ ἐκφράζων τὴν τετραγωνικὴν ρίζαν τοῦ συνόλου τῶν τετραγώνων τῶν διαφορῶν, διαιρηθέντος διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν παρατηρήσεων, ὅστις ἰσοῦται με :

$$\sqrt{\frac{17,065}{19}} = 0,94$$

Ὁ ἀριθμὸς οὗτος παριστᾷ τὸ μέγεθος τῆς διασπορᾶς τῶν παρατηρήσεων ἑκατέρωθεν τῆς ὑπολογισθείσης καμπύλης. Ἡ διασπορὰ αὕτη ἐπὶ τοῦ προκειμένου παραδείγματος εἶναι κατὰ τι μικρότερα τῆς μονάδος (0,94) ἤτοι μικρότερα τοῦ ἐνὸς ἀνθρώπου κατὰ τετραγωνικὸν χιλιόμετρον. Ὡστε δυνάμεθα νὰ συμπεράνωμεν ὅτι αἱ δύο σειραὶ τῆς πυκνότητος τοῦ ἑλληνικοῦ πληθυσμοῦ, ἡ παρατηρηθεῖσα κατὰ τὰς ἀπογραφὰς καὶ ἡ ὑπολογισθεῖσα ἐκ τῆς καμπύλης, ἐκφράζουσιν τὴν αὐτὴν δυναμικὴν ἰσορροσίαν εἰς τὴν αὔξισιν τῆς πυκνότητος καὶ συνεπῶς ἡ ὑπολογισθεῖσα λογιστικὴ καμπύλη περιγράφει τὴν πορείαν τὴν ὁποίαν ἠκολούθησεν ἐν τῇ ἀναπτύξει του καὶ πιθανῶς θ' ἀκολουθήσῃ καὶ εἰς τὸ μέλλον ὁ πληθυσμὸς τῆς Ἑλλάδος

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Στατιστική Έπετηρίς τῆς Ἑλλάδος. 1933.
2. PEARL R. and REED L.—On the Rate of Growth of the Population of U.S.A. since 1790 and its Mathematical Representation. (Proc. Nat. Aca. Sci. Vol. 6. 1920).
3. PEARL R. and REED L.—A Further Note on the Mathematical Theory of Population Growth. (Proc. Nat. Acad. Sci. Vol. 8. 1922).
4. PEARL R. and REED L.—On the Mathematical Theory of Population Growth. (Metron Vol. 3. 1923).
5. PEARL R.—The Growth of Populations. (Quart. Rev. Biology. Vol. II. 1927).
6. PEARL R. and REED L.—The Logistic Curve and the Census of 1930. (Scienc Oct. 1930).
7. PEARL R.—Studies on Human Biology. Will. Wilk. Baltimore. 1924.
8. PEARL R.—The Biology of Population Growth. A knopf. New Yorb. 1925.
9. ΒΑΣΤΑΓΟΥ ΜΙΧ.—Ἡ Κίνησις τοῦ πληθυσμοῦ τῆς Ἑλλάδος. Ἀθῆναι, 1935.

## SUMMARY

<sup>1</sup> The first complete census of Greece was taken in 1828, immediately after the termination of the war for her independance from Turkey. Since that time and up to the present date there have been twenty complete censuses, taken at irregular intervals, the last one being in 1928. Table I (page 39) gives the area in square kilometers, the population and the density of population per sq. km. for each of the census year.

The growth of the population for the above period may be divided into three succeeding stages, the first from 1828 to 1845, the second from 1845 to 1912 and the third beyond the year of 1912. In the first stage the population grew with a certain haste and irregularity as it was the beginning of the settlement of the population in the new Hellenic State. In the second stage the growth takes the shape of a logistic curve, the fit and the formula of which appears in graph 1 (page 41). The rate of growth changed completely after the year of 1912 due to a large addition of territory and an unusual immigration which occurred as a result of the wars of 1912-1922.

The second logistic curve (graph 2, page 42) is based on the density of population instead of the population itself, because it was impracticable to fit a single logistic curve to the entire period of the growth of the population of Greece. All census data, except that of 1920, were included in the derivation of the constants of this curve. The census was omitted

<sup>1</sup> This study has been conducted in the Department of Biostatistics of the School of Hygiene and Public Health of the Johns Hopkins University, Baltimore Md., during the author's fellowship which was granted by the International Health Division of the Rockefeller Foundation, on behalf of the Athens School of Hygiene of the Ministry of Health and Public Assistance, Greece.



because of a large deviation resulting from an enormous addition of new thinly populated territory, which occurred immediately before that census. A certain compensation of the density of population is shown in the census of 1928, following the loss of some of the new territory together with the influx of more than a million of refugees. After these events the density of population for the year of 1928 appears to be at the expected level as indicated by the previous rates and now the growth continues towards a maximum of 57,5 persons per sq. km.

Table II (page 43) presents the estimated densities and population of Greece for future dates, as obtained by the above curve and on the assumption that there will be no changes in the area of the country nor any sudden change in the stage of the present civilization of the population.

Graph 3 (page 45) is an illustration of the search for the asymptotes of the curve by the graphical method of deriving the constants of the logistic equation. Finally table III (page 46) shows the «goodness of fit» of the curve, by comparing the observed and calculated values of the density of population of Greece.

---

**ΧΗΜΙΚΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ.—Περὶ τῆς ἀπορροφῆσεως τοῦ μονοξειδίου τοῦ ἄνθρακος κατὰ τὴν κάθαρσιν τῶν βιομηχανικῶν ἀερίων\*, ὑπὸ Κ. Θ. Καββασιάδου. Ἀνεκοινώθη ὑπὸ κ. Κ. Ζέγγελη.**

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Εἰς τὴν βιομηχανίαν ἡ παρασκευὴ μεγάλων ποσοτήτων καθαροῦ καὶ εὐθνηοῦ ὑδρογόνου εἶναι ἓν ἀπὸ τὰ σπουδαιότερα προβλήματα. Κατὰ τὴν παρασκευὴν συνθετικῆς ἀμμωνίας, ὅπου καταναλίσκονται σήμερον τεράστια ποσὰ ὑδρογόνου, ἡ παρουσία ἐν αὐτῷ, ἔστω καὶ ἰχνῶν μονοξειδίου τοῦ ἄνθρακος, ἐξασκοῦν δηλητηριώδη ἐπίδρασιν ἐπὶ τῆς ἰκανότητος τῶν καταλυτῶν καὶ εἰδικῶς τῶν τοιούτων σιδήρου-μολυβδαινίου.

Ἡ εὐθνή παραγωγὴ καθαροῦ ὑδρογόνου εἶναι ἐπίσης μεγάλης βιομηχανικῆς σπουδαιότητος διὰ τὴν σκλήρυνσιν τῶν ἐλαίων. Καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην τὰ ἴχνη τοῦ μονοξειδίου τοῦ ἄνθρακος ἐπιδροῦν δηλητηριωδῶς ἐπὶ τῶν καταλυτῶν.

Ἡ ἰδία δηλητηριώδης ἐπενέργεια ἐπὶ τῆς δυναμικότητος τῶν καταλυτῶν ὑπὸ ἐλαχίστου ποσοῦ μονοξειδίου τοῦ ἄνθρακος φαίνεται νὰ λαμβάνῃ χώραν καὶ κατὰ τὴν καταλυτικὴν ὑδρογόνωσιν τῶν ἀνθράκων πρὸς παρασκευὴν τεχνητῶν ὑδρογονανθράκων (πετρελαίων).

Μέγα ποσὸν ὑδρογόνου διὰ τὰς ἀνωτέρω μνημονευθείσας βιομηχανίας παράγεται ἐξ ὑδραερίου διὰ καταλυτικῆς ὀξειδώσεως τοῦ μεγαλύτερου ποσοῦ τοῦ μονοξειδίου

\* C. TH. KAWASSIADIS. — Sur l'absorption d'oxyde de carbone pendant la purification des gaz industriels.