ταύτης προκύπτοντα συμπεράσματα, τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦν συμβολὴν εἰς τὰς γνώσεις μας τὰς σχετικὰς μὲ τὰς ἠπειρογενετικὰς κινήσεις, αἵτινες ἐγένοντο εἰς τὴν περιοχὴν τοῦ Νοτίου Αἰγαίου κατὰ τὸ πλειόκαινον καὶ τὸ τεταρτογενές.

Ὁ συγγραφεὺς ἐπιφυλάσσεται νὰ συμπληρώση τὰς μελέτας του καὶ ἐπὶ ἄλλων ἀναβαθμίδων τῆς νήσου Ἰκαρίας.

BIBLIOGRAPHIE

1. G. D. VOREADIS, Les mouvements épeirogéniques dans la région de la Mer Égée pendant le quaternaire (Bull. de la Soc. Géographique Hellén. IIIme Période, Fasc. 1. Athènes 1952. En langue Grecque).

2. C. A. KTÉNAS, Découverte du pliocéne inférieur marin dans l'île de Nikaria (Mer Égée). (C. R. de l'Acad. d. Sc. T. 184, I, p. 756-758).

3. J. K. TRIKKALINOS, Beiträge zur Erforschung des tektonischen Baues Griechenlands. II. Über den tektonischen Bau der Insel Naxos. Ann. Géol. d. pays helléniques **1**, 1942. Athènes).

ΑΝΑΚΟΙΝΩΣΕΙΣ ΜΗ ΜΕΛΩΝ

ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ — Ἐπὶ τοῦ Εὐκλειδείου θεωρήματος περὶ μεγίστου, *ὑπὸ* ***Εὐαγγ. Σταμάτη****.* Ἀνεκοινώθη ὑπὸ τοῦ κ. Μιχ. Στεφανίδου.

Α. 1 Τὸ 27ον θεώρημα τοῦ VI βιβλίου τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου ἔχει ὡς ἑξῆς: «Ἐκ πάντων τῶν παρὰ τὴν αὐτὴν εὐθεῖαν παραβαλλομένων παραλληλογράμμων, ἀπὸ τῶν ὁποίων ἐλλείπουσι σχήματα παραλληλόγραμμα ὅμοια καὶ ὁμοίως κείμενα πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας ἀναγραφόμενον, μέγιστον εἶναι τὸ ἀπὸ τῆς ἡμισείας παραβαλλόμενον παραλληλόγραμμον, τὸ ὁποῖον εἶναι ὅμοιον πρὸς τὸ ἐλλεῖπον».

Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ (σχ. 1). Ἐκ τοῦ μέσου ταύτης τοῦ Θ ὑψοῦμεν κάθετον τὴν ΘΗ καὶ σχηματίζομεν τὸ παραλληλόγραμμον ΑΒΓΔ (θεωροῦμεν τὴν ἁπλουστέραν περίπτωσιν· ἡ ΘΗ δὲν εἶναι ἀνάγκη νὰ εἶναι κάθετος). Ἐὰν ἀπὸ τοῦ παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ ἀφαιρέσωμεν τὸ παραλληλόγραμμον ΘΒΓΗ, τότε ἐπὶ τῆς εὐθείας ΑΒ ἔχομεν παραβάλει τὸ παραλληλόγραμμον ΑΘΗΔ ἀπὸ τοῦ ὁποίου ἐλλείπει τὸ ὅμοιον καὶ ὁμοίως πρὸς τοῦτο κείμενον παραλληλόγραμον ΘΒΓΗ.

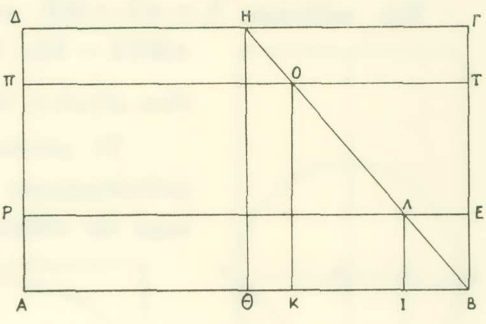
Ἐὰν ἀχθῇ ἡ διαγώνιος ΗΒ καὶ λάβωμεν τυχόντα σημεῖα ἐπὶ ταύτης τὰ Ο, Λ, φέρωμεν δὲ ἀπὸ τῶν σημείων τούτων τὰς παραλλήλους πρὸς τὰς εὐθείας

* **EVAN. STAMATIS, Über den euklidischen Satz über Maximum.**

ΑΒ, ΑΔ, τότε ἐπὶ τῆς εὐθείας ΑΒ ἔχομεν κατὰ τὸ θεώρημα παραβάλει τὰ ἑξῆς παραλληλόγραμμα:

1) ΑΚΟΠ, ἀπὸ τοῦ ὁποίου ἐλλείπει τὸ παραλληλόγραμμον ΟΚΒΤ, τὸ ὁποῖον εἶναι ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον πρὸς τὸ παραλληλόγραμμον ΘΒΓΗ, τὸ ὁποῖον ἐπίσης εἶναι ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον πρὸς τὸ παραλληλόγραμμον ΑΘΗΔ.

2) ΑΙΛΡ, ἀπὸ τοῦ ὁποίου ἐλλείπει τὸ παραλληλόγραμμον ΛΙΒΕ, τὸ ὁποῖον εἶναι ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον πρὸς τὸ παραλληλόγραμμον ΑΘΗΔ. Ἐκ τῶν οὕτω πως παραβαλλομένων παρὰ τὴν εὐθεῖαν ΑΒ παραλληλογράμμων ἀποδεικνύει τὸ θεώρημα, ὅτι μέγιστον εἶναι τὸ ΑΘΗΔ.



Σχ. 1.

Α. 2. Τὸ θεώρημα τοῦτο, ὡς καὶ τὸ ἑπόμενον τούτου πρόβλημα 28 χρησιμοποιοῦνται καὶ εἰς τὸ Χ βιβλίον τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου, τὸ πραγματευόμενον τὴν θεωρίαν τῶν ἀσυμμέτρων. Ἡ θεωρία αὕτη ἀνεπτύχθη, ὡς γνωστόν, τὰ μέγιστα ἐκ τῶν ἐρευνῶν ἐν τῇ Ἀκαδημίᾳ τοῦ Πλάτωνος καὶ δὴ καὶ τοῦ Θεαιτήτου [1].

Ἐπὶ τοῦ 27ου θεωρήματος ὁ Μ. Cantor [2] γράφει τὰ ἑξῆς: «τοῦτο ἀποτελεῖ τὸ πρῶτον θεώρημα περὶ μεγίστου, τὸ ὁποῖον ἔχει ἀποδειχθῆ εἰς τὴν ἱστορίαν τῶν μαθηματικῶν, ὅπερ διατυπούμενον ὡς συνάρτησις λέγει: $X(\alpha - X)$ λαμβάνει τὴν μεγίστην τιμὴν διὰ $X = \frac{\alpha}{2}$.

Εἰς τὰ ἑπόμενα προβλήματα 28 καὶ 29 ἀναγνωρίζεται ἡ λύσις τῶν ἐξισώσεων $X(\alpha - X) = \beta^2$ καὶ $X(\alpha + X) = \beta^2$. Τὸ θεώρημα 27 φαίνεται ἀναμφιβόλως, ἐκ τῆς συνεχείας τῶν 27 καὶ 28 ὅτι ἀποτελεῖ τὸν διορισμὸν (ἀναγκαίαν καὶ ἱκανὴν συνθήκην) κατασκευῆς τοῦ τελευταίου, ἤτοι δὲν ἐπιτρέπεται τὸ β^2 νὰ εἶναι μεγαλύτερον τοῦ $\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2$, ἵνα τὸ πρόβλημα ἔχῃ λύσιν [3]».

Β.1. Ἡ ἑρμηνεία τοῦ 27ου θεωρήματος ὑπὸ τοῦ Μ. Cantor εἶναι μερικὴ

---

[1] *Μιχαὴλ Στεφανίδου,* Εἰσαγωγὴ εἰς τὴν ἱστορίαν τῶν Φυσικῶν Ἐπιστημῶν, σ. 102, 1938, Ἀθῆναι.

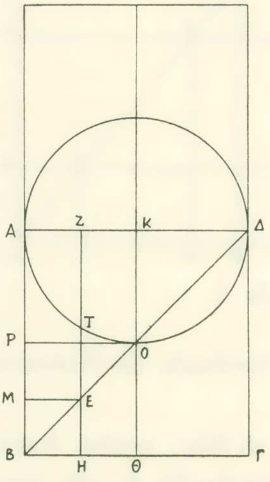
[2] Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, σ. 226 ἔκδ. 1907, (Teubner).

[3] *Matthiessen,* Grundzuege der antiken und modernen Algebra der Litteralen Gleichungen, σ. 926 - 931, (1878, Leipzig).

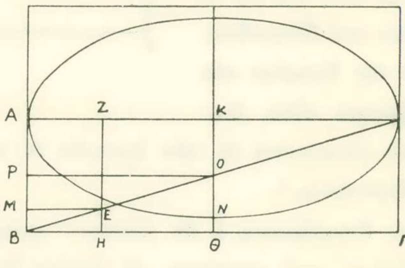
περίπτωσις ἐκείνου τὸ ὁποῖον δηλοῖ τὸ θεώρημα καὶ ἔχει αὕτη ὡς ἑξῆς: Ἔστω ἡ δοθεῖσα εὐθεῖα ἡ ΑΒ (σχ. 2). Ἐκ τοῦ μέσου ταύτης, τοῦ Ρ, ὑψοῦμεν κάθετον ἴσην πρὸς τὸ ἥμισυ τῆς ΑΒ τὴν ΡΟ καὶ σχηματίζομεν τὸ παραλληλόγραμμον ΑΒΘΚ. Φέρομεν τὴν διαγώνιον ΒΟ καὶ λαμβάνομεν ἐπ᾽ αὐτῆς τυχὸν σημεῖον Ε ἐκ τοῦ ὁποίου φέρομεν τὰς παραλλήλους πρὸς τὰς ΑΒ, ΑΚ τὰς ΖΗ, ΜΕ. Τότε ἐπὶ τῆς εὐθείας ΑΒ ἔχομεν κατὰ τὸ θεώρημα παραβάλει τὸ παραλληλόγραμμον ΑΜΕΖ ἀπὸ τοῦ ὁποίου ἐλλείπει τὸ παραλληλόγραμμον ΜΒΗΕ, τὸ ὁποῖον εἶναι ὅμοιον καὶ ὁμοίως κείμενον πρὸς τὸ παραλλ. ΑΡΟΚ.

Ἐὰν καλέσωμεν $X = AZ = MB$ καὶ $AB = \alpha$, τότε ἔχομεν τὴν σχέσιν $AMEZ = X(\alpha - X) = \beta^2 = (ZT)^2$. Τὸ β^2 εἶναι μέγιστον, ἐὰν $X = \frac{\alpha}{2}$.

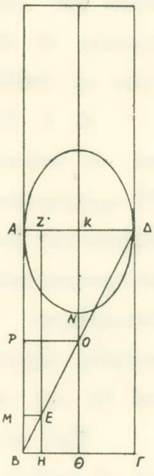
Τὸ μέγιστον τοῦτο εἶναι τὸ παραλληλόγραμμον ΑΡΟΚ. Ἡ παραβολὴ παρὰ τὴν εὐθεῖαν ΑΒ παραλληλογράμμων, ὡς ἀνωτέρω, ἀφοῦ ληφθῶσιν ἐπὶ τῆς διαγωνίου ΒΟΔ τυχόντα σημεῖα ὁδηγεῖ εἰς τὴν κατασκευὴν κύκλου.



Σχ. 2.



Σχ. 3.



Σχ. 4.

Β.2. Ἡ ἔννοια τοῦ θεωρήματος εἶναι γενικωτέρα. Τὸ θεώρημα ἰσχύει, ἐὰν ἡ ἀγομένη ἐκ τοῦ μέσου τῆς εὐθείας ΑΒ κάθετος ἡ ΡΟ εἶναι μικροτέρα, ἴση, ἢ μεγαλυτέρα τοῦ ἡμίσεος τῆς ΑΒ. 1) Ἐὰν $OP < \frac{AB}{2}$, ὁ μέγας ἄξων τῆς κατασκευαζομένης ἐλλείψεως εἶναι παράλληλος πρὸς τὴν σταθερὰν εὐθεῖαν ΑΒ (σχ. 4).

2) Ἐὰν $PO = \frac{AB}{2}$, κατασκευάζεται κύκλος (σχ. 2). Ἡ περίπτωσις αὕτη μνημονεύεται τὸ πρῶτον εἰς τὸ 16ον θεώρημα τοῦ Χ. βιβλίου τῶν Στοιχείων τοῦ Εὐκλείδου.

3) Ἐὰν $PO > \frac{AB}{2}$, τοῦτο εἶναι ἡ ἱκανὴ καὶ ἀναγκαία συνθήκη κατα-

σκευῆς ἐλλείψεως, τῆς ὁποίας ἡ μὲν σταθερὰ εὐθεῖα ΑΒ εἶναι ἡ παράμετρος 2/Ρ, ἡ δὲ εὐθεῖα ΡΟ εἶναι ὁ μέγας ἡμιάξων (σχ. 3).

Εἰς τὴν τρίτην ταύτην περίπτωσιν τὸ μέγιστον παραβαλλόμενον παρὰ τὴν εὐθεῖαν ΑΒ παραλληλόγραμμον εἶναι τὸ ΑΡΟΚ $=(\mathrm{KN})^2$, ὅτε ΚΝ εἶναι ὁ μικρὸς ἡμιάξων τῆς ἐλλείψεως. Εἶναι φανερὰ ἡ ἰσχὺς τοῦ θεωρήματος, ὅταν ἡ ΡΟ, μικροτέρα, ἴση ἢ μεγαλυτέρα τῆς $\frac{AB}{2}$ δὲν εἶναι κάθετος ἐκ τοῦ μέσου τῆς ΑΒ, ἀλλὰ πλαγία.

ZUSSAMMENFASSUNG

Nach der von Moritz Cantor gegebenen Erklärung der 27. Satz des VI. Buches der Flemente von *Euklid*, der erste Satz, der in der Geschichte der Mathematik über Maximum vorkommt, als Funktion geschrieben besagen würde: $X(a-X)$ erhält seinen grössten Wert durch $X=\frac{a}{2}$.

E. Stamatis teilt mit, dass der Satz gilt allgemein, d. h. wenn die von der Mitte der gegebenen geraden Linie a gezogene gerade Linie kleiner, gleich oder grösser als $\frac{a}{2}$ ist.

ΥΔΡΟΛΟΓΙΑ. — **Περὶ μιᾶς βορικούχου καθ' αὐτὸ ἀλκαλικῆς θειοπηγῆς παρὰ τὴν Παλαιοβράχαν Φθιώτιδος,** ὑπὸ ***Μιχ. Λ. Περτέση.*** Ἀνεκοινώθη ὑπὸ τοῦ κ. Γεωργ. Ἰωακείμογλου.

Εἰς ἀπόστασιν τριῶν περίπου χιλιομέτρων Β.Δ. τοῦ χωρίου Παλαιοβράχα, ἐντὸς τῆς κοιλάδος τοῦ Σπερχειοῦ, ἀναβλύζει ὑπόθερμος μεταλλικὴ πηγὴ χρησιμοποιουμένη ἀπὸ πολλῶν ἐτῶν ὑπὸ τῶν κατοίκων τῶν πέριξ χωρίων πρὸς λουτροθεραπείαν.

Ἡ ἀνάβλυσις γίνεται νῦν ἐκ τοῦ πυθμένος δεξαμενῆς κοινῶν λουτρῶν, διαστάσεων 4×6 μέτρων περίπου. Ἡ κατ' ἐκτίμησιν ὑδροπαροχὴ τῆς πηγῆς ἀνέρχεται εἰς 150 κυβ. μέτρα κατὰ 24ωρον. Τὴν πηγὴν αὐτὴν ἐπεσκέφθημεν τὴν 9ην Ἰουλίου τοῦ 1953 πρὸς ἐκτέλεσιν ἐπιτοπίων προσδιορισμῶν καὶ μετρήσεων ὡς καὶ διὰ τὴν λῆψιν δειγμάτων ὕδατος πρὸς πλήρη χημικὴν ἀνάλυσιν. Διὰ μέσου τοῦ ὕδατος τῆς πηγῆς ἐκλύονται κατὰ πυκνὰ διαστήματα φυσαλλίδες καυσίμων ἀερίων, εἰς τὴν χημικὴν ἀνάλυσιν τῶν ὁποίων θέλομεν προβῆ προσεχῶς.

Ἡ ὅλη περιοχὴ τῆς πηγῆς ἀποτελεῖται ἐκ στρωμάτων φλύσχου, ἤτοι γεωλο-