Ἤδη ἂς ἐξετάσωμεν τὴν μηνιαίαν πορείαν τῆς σχετικῆς ὑγρασίας κατὰ τὴν αὐτὴν χρονικὴν περίοδον.

Ἡ μέση ἐτησία πορεία τῆς σχετικῆς ὑγρασίας κατὰ τὴν δεκαετῆ περίοδον 1915 — 1924, παρουσιάζει ἓν μέσον μέγιστον κατὰ μῆνα Δεκέμβριον καὶ ἓν μέσον ἐλάχιστον κατὰ μῆνα Ἰούλιον, ἡ δὲ καμπύλη τοῦ στοιχείου τούτου, παραβαλλομένη πρὸς τὴν τῆς θνησιμότητος, δεικνύει μεγάλην ὁμοιότητα. Ἐκ τούτων δύναται νὰ συναχθῇ, ὅτι ὁ ἀριθμὸς θανάτων ἐκ νόσων τῶν ἀναπνευστικῶν ὀργάνων καὶ ἡ σχετικὴ ὑγρασία μεταβάλλονται ὁμοίως.

Ἡ παραβολὴ τῶν ἄκρων τιμῶν σχετικῆς ὑγρασίας καὶ θνησιμότητος, ἄγει εἰς τὸ συμπέρασμα, ὅτι ἡ μέση μεγίστη θνησιμότης πίπτει τὸν ἑπόμενον μῆνα ἐκείνου, καθ' ὃν παρατηρεῖται τὸ μέσον ἐτήσιον μέγιστον τῆς σχετικῆς ὑγρασίας, ἡ δὲ μέση ἐτησία ἐλαχίστη θνησιμότης, τὸν ἑπόμενον μῆνα τοῦ τῆς μέσης ἐτησίας ἐλαχίστης σχετικῆς ὑγρασίας.

Ὅσον ἀφορᾷ εἰς τὴν παρατηρουμένην στασιμότητα τῶν θανάτων κατὰ τὸν μῆνα Ἰούνιον καὶ τὴν ἀπότομον αὔξησιν αὐτῶν κατὰ τὸν μῆνα Νοέμβριον, περὶ ὧν ἀνεφέραμεν ἀνωτέρω, νομίζομεν ὅτι αὗται ὀφείλονται εἰς τὸ ὅ,τι, κατὰ τοὺς μῆνας Μάϊον καὶ Ὀκτώβριον, συμβαίνουσιν ἐν Ἀθήναις ἀπότομοι μεταβολαὶ τοῦ καιροῦ, ὧν συνέπεια εἶναι αἱ ἀνωτέρω χαρακτηριστικαὶ μεταβολαὶ τῆς πορείας τῆς θνησιμότητος, ἐκδηλούμεναι εἰς ἀμφοτέρας τὰς περιπτώσεις κατὰ τὸν ἀμέσως ἑπόμενον μῆνα.

ANALYSE MATHÉMATIQUE.—Sur des algebroïdes liées rationnellement*. *Note de M. **Th. Varopoulos***. Présentée par M. C. Maltézos.

On sait, d'après un théorème énoncé par M. Painlevé en 1902 et demontré par M. Rémoundos dans sa Thèse de l'Université de Paris[1], que si nous considérons l'équation

$$u(x) = \alpha$$

u(x) désignant une algébroïde d'ordre ν et α une constante, elle admet une infinité de racines, sauf au plus pour 2ν valeurs α, l'infini compris.

---

* Θ. ΒΑΡΟΠΟΥΛΟΥ.—Περὶ τῶν ἀλγεβροειδῶν συναρτήσεων συνδεομένων ρητῶς.

[1] *Sur les zéros d'une classe de fonctions transcendantes* (Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse, 2e serie, t. VIII, 1906, p. p. 6-17) voir aussi: Th. Varopoulos.—*Sur les valeurs exceptionnelles des fonctions algébroïdes et de leurs derivées* (Bulletin de la Société Mathématique de France, t. LIII, 1925, p. 23-34).

1.—Suivant les indications precises de M. P. MONTEL je vais considerer une fonction $R(x, u)$ rationnelle en u et en x et former l'équation

$$R(x, u) = \alpha$$

Nous allons voir qu'*une telle équation a une infinité de recines, sauf, peut-être, pour* 2ν *valeur de* α *au plus, l'infini compris.*

Posons

$$\upsilon = R(x, u) \equiv \frac{P_o u^{\alpha} + P_1 u^{\alpha-1} + \ldots + P_{\alpha}}{Q_o u^{\beta} + Q_1 u^{\beta-1} + \ldots + Q_{\beta}}$$

$P_o, P_1, \ldots, P_{\alpha}$; $Q_o, Q_1, \ldots, Q_{\beta}$ étant des polynômes en x aux detérminations de $u_1, u_2, \ldots, u_{\nu}$ correspondent ν detérminations de υ à savoir

$$R(x, u_1),\ R(x, u_2), \ldots,\ R(x, u_{\nu}).$$

Eliminons u entre

$$f_o(x)u^{\nu} + f_1(x)u^{\nu-1} + \ldots + f_{\nu}(x) - 0$$

et l'équation

$$\upsilon = R(x, u);$$

a cet effet, formons l'équation en υ

$$\prod_{i=1}^{i=\nu} \left[\upsilon - R(x, u_i)\right] = 0;$$

elle se met sous la forme

$$\upsilon^{\nu} + F_1(x)\upsilon^{\nu-1} + F_2(x)\upsilon^{\nu-2} + \ldots + F_{\nu}(x) = 0$$

les $F_i(x)$ étant des fonctios faciles à former

$$-F_1(x) = \sum R(x, u_i)$$

$$F_2(x) = \sum R(x, u_1)\, R(x, u_2)$$

. . . .

. . . .

On voit maintenant que si on considère les équations

$$\upsilon = \alpha$$

et s'il y avait pour l'algébroïde $\upsilon(x)$ d'ordre ν, $2\nu + 1$ valeurs exceptionnelles alors $\upsilon(x)$ se reduirait à une fonction algébrique et il en serait de même pour $u(x)$ grace à la relation $\upsilon = R(x, u)$

Nous avons donc démontré la proposition générale suivante:

Théorème I.—*Soit* u(x), *une algébroïde d'ordre* ν, *et* R(x,u) *une fonction rationnelle en* u *et en* x*; l'équation*

$$R(x, u) = \alpha$$

admet une infinité de racines, sauf, peut-être, pour 2ν *valeurs de* α *au plus.*

2. — Considérons toujours une algébroïde d'ordre ν, u(x), et deux de ses determinations. Soit $R(x, u_1, u_2)$ une fonction rationnelle en u_1, u_2 et x; envisageons l'équation

$$R(x, u_1, u_2) = \alpha$$

nous montrerons q u'*une telle équation admet une infinité de racines sauf, peut-être, pour* $2\nu^2$ *valeurs de* α *au plus.*

Formons l'équation

$$\prod_{i,j} \left[\upsilon - R(x, u_i, u_j) \right] = 0; \qquad \begin{matrix} i = 1, 2, \ldots, \nu \\ j = 1, 2, \ldots, \nu \end{matrix}$$

elle est de degré ν^2· donc l'algébroïde υ sera définie par une équation

$$\upsilon^{\nu^2} + F_1(x)\upsilon^{\nu^2-1} + F_2(x)\upsilon^{\nu^2-2} + \ldots + F_{\nu^2}(x) = 0;$$

de degré ν^2, les coefficients de cette équation sont des fonctions faciles à former:

$$-F_1(x) = \sum_{i,j} R(x, u_i, u_j)$$

. . . .

. . . .

Si l'algébroïde υ admettait

$$2\nu^2 + 1$$

valeurs exceptionnelles, ce serait une fonction algébrique, et il en serait de même des fonctions

$$R(x, u_i, u_j) \qquad (i, j = 1, 2, \ldots, \nu)$$

Ici il faut faire une hypothèse sur la nature de la fonction $R(x, u_i, u_j)$ qu'on *se donne,* à cet effet nous voyons que si tous les $R(x, u_i, u_j)$ sont algébriques on aurait

$$R(u_i, u_j) = \alpha(x)$$

$$R(u_i, u_j) = \beta(x)$$

α(x) et β(x) étant algébriques. En resolvant, on aurait u_i algébrique. Donc u(x) serait une fonction algébrique.

Il n'y a d'exception que si on ne peut pas resoudre; c'est à dire que dans ce cas le système

$$R(x, u, v) = A$$
$$R(x, v, u) = B$$

n'est pas resoluble. Donc $R(x, u, v)$ est une fonction de $R(x, v, u)$ et de x. Nous ferons donc l'hypothèse qu'il n'y a aucune relation de la forme

$$\mathbf{F}\left[R(x, u, v), R(x. v, u), x\right] = 0;$$

par exemple $R(x, u, v)$ ne peut-être symétrique. sinon

$$R(x, u, v) - R(x, v, u) = 0$$

de même, on ne peut pas avoir

$$R(x, u, v) + R(x, v, u) = \varphi(x)$$

$\varphi(x)$ étant algébrique· par exemple

$$R = u - v$$
$$R = u - v + x$$

sont inacceptables.

On pourrait dire que $R(x, u, v)$ est une fonction rationnelle *indépendante* dans le cas où $\mathbf{F}$ n'existe pas.

Si $R(x, u, v)$ est indépendante on peut toujours resoudre l'équation

$$R(x, u, u) = \alpha(x)$$

sinon, $\frac{dR}{du}$ étant nul, R serait constant pour $u = v$, et serait donc une fonction de $u - v$

$$R = \varphi(x, u - v)$$

alors il y aurait une relation entre $R(x, u, v)$, $R(x, v, u)$ et x.

Donc si $R(x, u_i, v_i)$ était algébrique, u_i le serait.

Nous sommes donc arrivés au théorème suivant:

Théorème II. — *Soit* $u(x)$ *une algébroïde d'ordre* v *et* $R(x, u_1, u_2)$ *une fonction rationnelle en* u_1, u_2 *et* x; *si cette fonction est indépendante l'équation*

$$R(x, u_1, u_2) = \alpha,$$

dans laquelle u_1, u_2 *désignent deux detérminations distinctes ou non de* $u(x)$, *admet une infinité de racines sauf, peut-être, pour* $2v^2$ *valeurs de* α *au plus.*

3. — Etudions maintenant le cas général:

Considérons l'algébroïde d'ordre ν: u(x) et un nombre entier et positif $k \angle \nu$. Soit

$$R(x, u_1, u_2, \ldots, u_k)$$

une fonction rationnelle en $u_1, u_2, \ldots, u_k$ et en x. Je veux montrer que l'équation

$$R(x, u_1, u_2, \ldots, u_k) = \alpha$$

admet une infinité de racines, sauf, peut-être, pour $2\nu^k$ valeurs de α au plus.

En effet, formons l'équation

$$\prod_{i_1, i_2, \ldots, i_k} \left[\upsilon - R(x, u_{i_1}, u_{i_2}, \ldots, u_{i_k}) \right] = 0$$

$$\begin{array}{l} i_1 = 1, 2, \ldots, \nu \\ i_2 = 1, 2, \ldots, \nu \\ \cdots\cdots\cdots \\ i_k = 1, 2, \ldots, \nu \end{array}$$

elle est de la forme

$$\upsilon^{\nu^k} + F_1(x)\upsilon^{\nu^k-1} + F_2(x)\upsilon^{\nu^k-2} + \ldots + F_{\nu^k}(x) = 0$$

$F_1, F_2, \ldots, F_{\nu^k}$ designant des fonctions faciles à calculer. L'algébroïde $\upsilon(x)$ est d'ordre ν^k; il en resulte qu'elle ne peut admettre plus de $2\nu^k$ valeurs exceptionnelles. Si elle admettait $2\nu^k+1$ toutes les fonctions $R(x, u_{i_1}, u_{i_2}, \ldots u_{i_k})$ seraient des fonctions algébriques.

Ici nous faisons une hypothèse sur la nature de la fonction R qu'*on se donne.* Je suppose qu'on peut toujours resoudre l'équation

$$R(x, u, u, \ldots, u) = \alpha(x)$$

et alors si $R(x, u_i, u_i, \ldots, u_i)$ etait algébrique u le serait.

Nous arrivons donc à la conclusion suivante:

Théorème III.—*Soit* u(x) *une algébroïde d'ordre* ν *et* $R(x, u_1, u_2, \ldots, u_k)$ *une fonction rationnelle en* x *et en* $u_1, u_2, \ldots, u_k$ $(K \angle \nu)$; *l'équation*

$$R(x, u_1, u_2, \ldots, u_k) = \alpha$$

admet un infinité des racines sauf, peut-être, pour $2\nu^k$ *valeurs de* α *au plus.*

4.—Soit maintenant une algebroïde u(x) d'ordre ν, definie par l'équation

$$f(x, u) \equiv f_0 u^\nu + f_1 u^{\nu-1} + \ldots + f_\nu = 0$$

et une autre algebroïde $\upsilon(u)$, d'ordre ν^1, definie par l'équation

$$g(x, \upsilon) \equiv g_0 \upsilon^{\nu^1} + g_1 \upsilon^{\nu^1-1} + \ldots + g_{\nu^1} = 0$$

et considérons une fonction rationnelle en u, v et x: $R(u, v, x)$. Nous allons voir que *les équations*

$$R(x, u, v) = \alpha$$

ont une infinité des racines sauf, peut-être, pour $2\nu\nu^1$ *valeurs de* α *au plus.* Pour le demontrer, posons

$$w = R(x, u, v)$$

et éliminons u, v entre les équations

$$\begin{cases} f_0 u^\nu + f_1 u^{\nu-1} + \ldots + f_\nu = 0 \\ g_0 v^{\overset{1}{\nu}} + g_1 v^{\overset{1}{\nu}-1} + \ldots + g_{\nu^1} = 0 \\ \quad w = R(x, u, v) \end{cases}$$

l'équation en w sera

$$\prod_{i,j} \left\{ w - R(x, u_i, v_j) \right\} = 0$$

$$i = 1, 2, \ldots, \nu$$
$$j = 1, 2, \ldots, \nu^1$$

qu'on peut mettre sous la forme

$$F_0(x) w^{\nu\overset{1}{\nu}} + F_1(x) w^{\nu\overset{1}{\nu}-1} + \ldots + F_{\nu\nu^1}(x) = 0$$

$F_0, F_1, \ldots, F_{\nu\nu^1}$ désignant des fonction faciles à construire· cette équation definie l'algébroïde $w(x)$ d'ordre $\nu\nu^1$. Si le nombre des équations exceptionnelles

$$w(x) = \alpha$$

depassait $2\nu\nu^1$, alors $w(x)$ serait une fonction algébrique et toutes les fonctions $R(x, u_i, v_j)$ seraient algebriques.

Je puis toujours m'arranger, comme précédement, pour que $R(x, u_i, v_j)$ ne puissent être toutes algébriques sans qu'on puisse en conclure que tous les u_i et les u_j sont algébriques.

En particulier si $v(x)$ est une fonction algébrique quelle que soit la fonction $R(x, u, v)$ qu'*on se donne* les $R(x, u_i, v_j)$ ne sont pas toutes algébriques.

Nons avons donc demontré la proposition suivante:

Théorème IV.—*Soient* $u(x)$ *une algébroïde d'ordre* ν, $v(x)$ *une algébroïde d'ordre* ν^1 *et* $R(x, u, v)$ *une fonction rationnelle en* u, v *et* x· *parmi les équations*

$$R(x, u, v) = \alpha$$

il ne peut y avoir que $2\nu\nu^1$ *équations exceptionnelles au plus.*

D'une façon générale, on a la proposition suivante:

Théorème V. — *Soient* $u_1(x)$ *une algébroïde d'ordre* ν_1, $u_2(x)$ *une algébroide d'ordre* $\nu_2, \ldots$, $u_m(x)$ *une algébroïde d'ordre* ν_m, *l'équation*

$$R(x, u_1, u_2, \ldots, u_m) = \alpha$$

R *étant rationnelle en* $u_1, u_2, \ldots, u_m$ *et* x *admet une infinité de racines sauf, peut-être, pour*

$$2\nu_1 \nu_2 \nu_3 \ldots \nu_m$$

valeurs de α *au plus.*

5. — Nous allons maintenant étudier un autre type d'équations liées à des algébroïdes.

Soit u(x) une algébroïde d'ordre ν et $\upsilon(x)$, une algébroïde d'ordre ν^1; envisageons une fonction rationnelle

$$R(x, u_1, u_2, \ldots, u_\alpha;\ \upsilon_1, \upsilon_2, \ldots, \upsilon_\beta); \qquad (\alpha \angle \nu,\ \beta \angle \nu^1),$$

en x et $u_1, u_2, \ldots, u_\alpha;\ \upsilon_1, \upsilon_2, \ldots, \upsilon_\beta$. Je vais montrer que *l'équation*

$$R(x, u_1, u_2, \ldots, u_\alpha;\ \upsilon_1, \upsilon_2, \ldots, \upsilon_\beta) = \alpha$$

admet une infinité de racines, sauf, peut-être, pour

$$2\nu(\nu-1)(\nu-2)\ldots(\nu-\alpha+1)\nu^1(\nu^1-1)(\nu^1-2)\ldots(\nu^1-\beta+1)$$

valeurs de α *au plus.*

En effet, posons

$$w = R(x, u_1, u_2, \ldots, u_\alpha;\ \upsilon_1, \upsilon_2, \ldots, \upsilon_\beta)$$

et éliminons u_i, υ_j entre cette équation et les suivantes

$$f_0 u_i^\nu + f_1 u_i^{\nu-1} + f_2 u_i^{\nu-2} + \ldots + f_\nu(x) = 0 \qquad i = 1, 2, 3, \ldots, \alpha$$

$$g_0 \upsilon_j^{\nu^1} + g_1 \upsilon_j^{\nu^1-1} + g_2 \upsilon_j^{\nu^1-2} + \ldots + g_{\nu^1}(x) = 0 \qquad j = 1, 2, 3, \ldots, \beta$$

Je forme l'équation en w

$$\prod_{\substack{i_1, i_2, \ldots, i_\alpha \\ j_1, j_2, \ldots, j_\beta}} \left\{ w - R\left(x, u_{i_1}, u_{i_2}, \ldots, u_{i_\alpha};\ \upsilon_{j_1}, \upsilon_{j_2}, \ldots, \upsilon_{j_\beta}\right) \right\} = 0$$

de degré

$$m \equiv \nu(\nu-1)(\nu-2)\ldots(\nu-\alpha+1)\nu^1(\nu^1-1)(\nu^1-2)\ldots(\nu^1-\beta+1)$$

que nous écrivons

$$w^m + F_1(x) w^{m-1} + F_2(x) w^{m-2} + \ldots + F_{m-1}(x) w + F_m(x) = 0$$

Si l'algébroïde w(x) définie par cette équation admettait 2m + 1 valeurs exceptionnelles, w serait algébrique et alors toutes les fonctions

$$R(x, u_{i_1}, u_{i_2}, \ldots, u_{i_\alpha} ; \upsilon_{j_1}, \upsilon_{j_2}, \ldots, \upsilon_{j_\beta})$$

seraient algébrigues.

Ici il faut comme précédemment trouver les conditions que doit remplir R pour que

$$R(x, u_{i_1}, u_{i_2}, \ldots, u_{i_\alpha} ; \upsilon_{j_1}, \upsilon_{j_2}, \ldots, \upsilon_{j_\beta})$$

ne puissent être toutes algébriques sans qu'on puisse en conclure que tous les u_i et tous les υ_j sont algébriques.

Nous sommes donc arrivés à l'énoncé suivant:

Théorème VI. — *Soit* u(x) *une algébroïbe d'ordre* ν *et* υ(x) *une algébroïde d'ordre* ν^1 *l'équation*

$$R(x, u_1, u_2, \ldots, u_\alpha ; \upsilon_1, \upsilon_2, \ldots, \upsilon_\beta) = \alpha$$

$$(\alpha \angle \nu, \ \beta \angle \nu^1)$$

où R *est rationnelle en* $u_1, u_2, \ldots, u_\alpha ; \upsilon_1, \upsilon_2, \ldots, \upsilon_\beta$ *et* x *a une infinité de racines, sauf, peut-être, pour*

$$2\nu (\nu-1)(\nu-2)\ldots(\nu-\alpha+1)\,\nu^1(\nu^1-1)(\nu^1-2)\ldots(\nu^1-\beta+1)$$

valeurs de α *au plus.*

ΠΕΡΙΛΗΨΙΣ

Τὸ παρὸν ὑπόμνημα ἀναφέρεται εἰς ἰδιότητας τῶν πλειονοτίμων συναρτήσεων ἐχούσας χαρακτῆρα ἀλγεβρικόν.

Εὑρίσκω τάξεις πλειονοτίμων συναρτήσεων ἀναχωρῶν ἀπὸ μίαν ἀλγεβροειδῆ συνάρτησιν u τάξεως ν καὶ θεωρῶν μίαν ρητὴν συνάρτησιν R τοῦ u καὶ τῆς μεταβλητῆς x.

Θεωρῶ κατόπιν δύο ἢ περισσοτέρους κλάδους τῆς u καὶ ρητὴν συνάρτησιν τοῦ x καὶ τῶν κλάδων τούτων.

Κατόπιν μελετῶ τὰς πλειονοτίμους συναρτήσεις τὰς προκυπτούσας ἂν θεωρήσω ρητὴν συνάρτησιν R ὡς πρὸς x καὶ πρὸς ἀλγεβροειδεῖς συναρτήσεις δοθείσας ὅσας δήποτε.

Τέλος λαμβάνω ρητὴν συνάρτησιν R τοῦ x καὶ πλήθους κλάδων τῶν ἀλγεβροειδῶν δοθεισων συναρτήσεων καὶ ὑπολογίζω τὸ πλῆθος τῶν ἐξαιρετικῶν ἐξισώσεων μορφῆς

$$R = \alpha$$

Τὰ ἀποτελέσματα τῆς μελέτης ταύτης δύνανται νὰ ἐκφρασθῶσι διὰ τῶν ἑξῆς ἓξ θεωρημάτων.

Θεώρημα: I. Ἔστω u ἀλγεβροειδὴς συνάρτησις τάξεως ν καὶ R(x, u) ρητὴ συνάρτησις τῶν x, u ὁ μέγιστος ἀριθμὸς τῶν ἐξαιρετικῶν ἐξισώσεων

$$R(x, u) = \alpha$$

εἶναι 2ν.

Θεώρημα: II. Ἔστω u ἀλγεβροειδὴς συνάρτησις τάξεως ν καὶ $R(x, u_1, u_2)$ ρητὴ συνάρτησις τῶν x καὶ δύο κλάδων u_1, u_2 ὁ μέγιστος ἀριθμὸς τῶν ἐξαιρετικῶν ἐξισώσεων

$$R(x, u_1, u_2) = \alpha$$

εἶναι $2\nu^2$.

Θεώρημα: III. Ἔστω u ἀλγεβροειδὴς συνάρτησις τάξεως ν καὶ

$$R(x, u_1, u_2, \ldots, u_k)$$

ρητὴ συνάρτησις τῶν x καὶ τῶν k κλάδων $u_1, u_2, \ldots, u_k$ τῆς u ὁ μέγιστος ἀριθμὸς τῶν ἐξαιρετικῶν ἐξισώσεων

$$R(x, u_1, u_2, \ldots, u_k) = \alpha$$

εἶναι $2\nu^k$.

Θεώρημα: IV. Ἔστω u ἀλγεβροειδὴς τάξεως ν καὶ υ ἀλγεβροειδὴς τάξεως ν^1 ἐὰν R(x, u, υ) εἶναι ρητὴ συνάρτησις τῶν x, u, υ ὁ μέγιστος ἀριθμὸς τῶν ἐξαιρετικῶν ἐξισώσεων μορφῆς

$$R(x, u, \upsilon) = \alpha$$

εἶναι $2\nu\nu^1$.

Θεώρημα: V. Ἔστωσαν $u_1, u_2, \ldots, u_m$ ἀλγεβροειδεῖς συναρτήσεις τάξεως ἀντιστοίχως $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_m$ καὶ $R(x, u_1, u_2, \ldots, u_m)$ ρητὴ συνάρτησις τῶν $x, u_1, u_2, \ldots, u_m$ ὁ μέγιστος ἀριθμὸς τῶν ἐξαιρετικῶν ἐξισώσεων

$$R(x, u_1, u_2, \ldots, u_m) = \alpha$$

εἶναι $2\nu_1\, \nu_2\, \nu_3 \ldots \nu_m$

Θεώρημα: VI. Ἔστω u ἀλγεβροειδὴς τάξεως ν καὶ $u_1, u_2, \ldots, u_\alpha$ α αὐτῆς κλάδοι υ ἀλγεβροειδὴς τάξεως ν^1 καὶ $\upsilon_1, \upsilon_2, \ldots, \upsilon_\beta$ β αὐτῆς κλάδοι ἐὰν $R(x, u_1, u_2, \ldots, u_\alpha;\ \upsilon_1, \upsilon_2, \ldots, \upsilon_\beta)$ εἶναι ρητὴ συνάρτησις ὡς πρὸς $x, u_1, u_2, \ldots, u_\alpha;\ \upsilon_1, \upsilon_2 \ldots, \upsilon_\beta$ τότε ἡ συνάρτησις

$$R(x, u_1, u_2, \ldots u_\alpha;\ \upsilon_1, \upsilon_2, \ldots, \upsilon_\beta)$$

λαμβάνει πᾶσαν τιμὴν ἐκτὸς τὸ πολὺ

$$2\nu(\nu-1)(\nu-2)\ldots(\nu-\alpha+1)\,\nu^1(\nu^1-1\,(\nu^1-2)\ldots(\nu^1-\beta+1)$$

τοῦ ∞ συμπεριλαμβανομένου.
