

craverii BELL., κλίνουσα μάλλον πρὸς τὴν δευτέραν. τῆς ὁποίας διαφέρει κυρίως κατὰ τὴν ἀνὰ δύο ἔκφυσιν τῶν ἐπιμήκων πτυχῶν ἀπὸ ἐκάστου τῶν κόμβων τῆς τρύπιδος τοῦ ὄστράκου.

Asthenotoma mitzopoulou n. sp. Κείμενον πλησιέστατα πρὸς τὰ εἶδη *Asthenotoma ornata* DEFR. καὶ *Asthenotoma pannus* (non BAST.) BELL. διακρίνεται τοῦ μὲν πρώτου ἐκ τῆς διαφόρου μορφῆς τοῦ ὄστράκου, τοῦ διαφόρου ἐξωτερικοῦ στολισμοῦ καὶ τῆς ἀσθενεστεράς πτυχῆς τῆς στυλίδος, τοῦ δὲ δευτέρου ἐκ τοῦ διαφόρου μεγέθους, τῶν ὀλιγωτέρων ἐλιγμῶν καὶ τῶν σχεδὸν ὀριζοντίων ραφῶν τοῦ ὄστράκου.

Clavatula helenae n. sp. Ὁμοιάζει κατὰ τι πρὸς τὸ εἶδος *Pleurotoma coronata* MÜNST., τοῦ ὁποίου διαφέρει κυρίως ἐκ τῆς θέσεως τοῦ κόλπου τοῦ ἐξωτερικοῦ χείλους, ὡς ἐκ τῆς ὁποίας κατατάσσεται καὶ εἰς διάφορον γένος. Ἐπίσης τοῦ συγγενοῦς εἶδους *Clavatula* (*Perrona*) *seguini* MAY. διακρίνεται κατὰ τὸν διάφορον στολισμὸν καὶ τὸν βραχύτερον ὄχετὸν αὐτοῦ.

Clavatula helenae n. sp. var. *nodulifera* n. var. Διαφέρει τῆς τυπικῆς μορφῆς κατὰ τὸν ἐξωτερικὸν στολισμὸν τοῦ ὄστράκου.

Ringicula buccinea BROCC. var. *cretica* n. var. Διαφέρει τοῦ τυπικοῦ εἶδους κατὰ τὸν διάφορον στολισμὸν τῆς ἐπιφανείας, τὸ στενώτερον στοματικὸν ἀνοιγμα, τὴν ὑπέρμετρον πάχυνσιν τοῦ τυλώδους στρώματος τῶν δύο χειλέων, τὴν διάφορον μορφήν τῶν πτυχῶν τοῦ ἐσωτερικοῦ χείλους καὶ τὸν ἀβαθέστερον ὄχετὸν.

Ἐπὶ τῇ βάσει τῆς εἰς τὴν μελέτην ταύτην ἐκτιθεμένης πανίδος τῆς ὡς ἄνω περιοχῆς, ἡ συγγραφεὺς θεωρεῖ τὰ ἐν λόγῳ στρώματα ὡς ἀνήκοντα εἰς τὸ μέσον μειόκαινον (Τορτόνιον).

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΙΣ.— Sur l'intégration symbolique*, par P. Zervos.

1. — Dans une communication faite au deuxième congrès interbalkanique des Mathématiciens¹ j'ai introduit la notion de l'intégration symbolique.

J'ai considéré une somme des produits symboliques

$$(1) \quad \omega = \sum A_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_p} dx_{\alpha_1} dx_{\alpha_2} \dots dx_{\alpha_p}$$

où les A sont des fonctions de x_1, x_2, \dots, x_n .

J'appelle intégrale symbolique de ω toute forme symbolique Ω du degré $p-1$ vérifiant la relation $\Omega' = \omega$. J'ai indiqué des propriétés diverses des intégrales symboliques. On a aussi que si un système associé à une forme symbolique n'est pas complètement intégrable il n'existe pas d'intégrale symbolique de cette forme.

* Π. ΖΕΡΒΟΥ.—Ἐπὶ συμβολικῆς ὀλοκληρώσεως.

¹ Bulletin Mathématique de la Société Roumaine des Sciences, Tome 40 (1-2), 1938.

2.- Considérons maintenant un système de $r-1$ équations de Pfaff

$$(2) \quad \omega_1=0, \omega_2=0, \omega_{r-1}=0$$

On peut chercher si il existe une autre expression de Pfaff ω_r telle qu'on ait

$$\omega'_1=0, \omega'_2=0, \dots, \omega'_{r-1}=0 \quad (\text{mod. } \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_r)$$

alors, comme on sait, le système (2) s'appelle le système dérivé du système

$$(3) \quad \omega_1=0, \omega_2=0, \dots, \omega_{r-1}=0, \omega_r=0.$$

Inversement, on peut dire que le système (3) est *une intégrale symbolique* du système (2).

Nous nous trouvons évidemment ici dans le cas d'un système de Pfaff de caractère un¹.

3.— Soit une forme symbolique de degré p à $p+1$ variables qui ne soit pas une forme dérivée

$$\Omega = A_1 dx_2 \cdots dx_{p+1} + A_2 dx_3 \cdots dx_{p+1} dx_1 + \cdots + A_{p+1} dx_1 \cdots dx_p$$

On peut la ramener à une forme dérivée en changeant un des coefficients. Soit, par exemple, que le nombre p est pair; on aura

$$\frac{\partial A_1}{\partial x_1} + \frac{\partial A_2}{\partial x_2} + \cdots + \frac{\partial A_{p+1}}{\partial x_{p+1}} = f(x_1, \dots, x_{p+1})$$

où $f \neq 0$. Si, par exemple, on pose $A_1 = \int f dx_1 = B_1$ et

$$(4) \quad \Omega_p = B_1 dx_2 \cdots dx_{p+1} + A_2 dx_3 \cdots dx_{p+1} dx_1 + \cdots + A_{p+1} dx_1 \cdots dx_p$$

on aura

$$\frac{\partial B_1}{\partial x_1} + \frac{\partial A_2}{\partial x_2} + \cdots + \frac{\partial A_{p+1}}{\partial x_{p+1}} = 0$$

et Ω_p sera la forme dérivée d'une autre forme Ω_{p-1} d'ordre $p-1$ à $p+1$ variables dépendante de fonctions arbitraires et le système associé² à la forme (4) complètement intégrable aura d'autres propriétés *particulières* relativement à la réduction de la forme (4) comme il est facile de voir et on aura des ensembles des systèmes de Pfaff correspondants à de tels changements des coefficients A_i .

¹ E. GOURSAT, Leçons sur le problème de Pfaff, p. 298.

² E. GOURSAT, Leçons sur le problème de Pfaff, p. 126.

4.—Considérons une forme symbolique (1) de degré impair. On peut chercher s'il existe une forme Ω telle qu'on ait¹

$$\Omega'' = \Omega\Omega' = \omega$$

Dans ce cas nous appelons *intégrale symbolique du second ordre* de la forme ω la forme Ω .

On trouve aisément les conditions pour l'existence d'une intégrale symbolique du second ordre dans le cas où ω est du troisième degré.

5.—Soit une forme symbolique ω du quatrième degré. On peut chercher s'il existe une forme linéaire Ω telle qu'on ait

$$\Omega''' = \frac{1}{2}(\Omega')^2 = \omega$$

Dans ce cas nous appelons *intégrale symbolique du troisième ordre* de la forme ω la forme Ω .

On peut continuer de cette façon en considérant des quatrièmes formes dérivées et ainsi de suite.

6.—Nous pouvons faire des remarques relatives à l'introduction des ces notions et trouver des applications intéressantes.

ΠΕΡΙΛΗΨΙΣ

Εἰς τὴν παροῦσαν ἀνακοίνωσιν δίδεται ἡ ἔννοια συμβολικῆς ὀλοκληρώσεως συστήματος διαφορικῶν ἐξισώσεων τοῦ Pfaff, ἐξετάζεται ἐπίσης ἡ μετατροπὴ μιᾶς συμβολικῆς μορφῆς μὴ παραγώγου ἄλλης εἰς συμβολικὴν μορφήν παράγωγον ἄλλης διὰ τῆς ἀλλαγῆς ἐνὸς συντελεστοῦ.

Εἰσάγεται τέλος ἡ ἔννοια συμβολικῶν ὀλοκληρωμάτων δευτέρως τάξεως, τρίτης τάξεως κ. ο. κ.

¹ E. GOURSAT, Leçons sur le problème de Pfaff, p. 154.