ΕΚΤΑΚΤΟΣ ΣΥΝΕΔΡΙΑ ΤΗΣ 19ΗΣ ΑΠΡΙΛΙΟΥ 1988

ΠΡΟΕΔΡΙΑ ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΜΕΡΙΚΑ

Η ΖΩΗ ΚΑΙ ΤΟ ΕΡΓΟ ΤΟΥ ISAAC NEWTON

300 ΧΡΟΝΙΑ ΑΠΟ ΤΗΣ ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΩΣ ΤΟΥ ΣΥΓΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΤΟΥ *«PHILOSOPHIAE NATURALIS PRINCIPIA MATHEMATICA»*

ΟΜΙΛΙΑ ΤΟΥ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟΥ Κ. ΝΙΚΟΛΑΟΥ Κ. ΑΡΤΕΜΙΑΔΟΥ

Κύριε Πρόεδρε,

Κύριοι Συνάδελφοι,

Κυρίες καὶ Κύριοι.

Τριακόσια ἀκριβῶς χρόνια πέρασαν ἀπὸ τότε ποὺ δημοσιεύθηκε γιὰ πρώτη φορὰ τὸ μνημειῶδες ἔργο τοῦ Sir Isaac Newton «Philosophiae Naturalis Principia Mathematica» (Μαθηματικὲς ἀρχὲς τῆς φυσικῆς φιλοσοφίας), τὸ ὁποῖο θεωρεῖται ἕνα ἀπὸ τὰ μεγαλύτερα καὶ περιφημότερα συγγράμματα στὴν ὑπάρχουσα ἐπιστημονικὴ βιβλιογραφία.

Ἡ Ἀκαδημία Ἀθηνῶν, κατόπιν προτάσεως τῆς ἁρμοδίας Τάξεως, ἀπεφάσισε μὲ τὴν εὐκαιρία αὐτὴ νὰ τιμήσει, κατὰ τὴ σημερινὴ ἔκτακτη Συνεδρία της, τὴ μνήμη τοῦ μεγαλοφυοῦς αὐτοῦ μαθηματικοῦ, τοῦ ὁποίου ἡ συμβολὴ στὴ Φυσικὴ καὶ στὴν Ἀστρονομία ὑπῆρξε ἐπίσης τεραστία.

Κατ' ἐντολὴν τῆς Συγκλήτου, ἐντολὴ τιμητικὴ γιὰ μένα, ἀνέλαβα νὰ μιλήσω σήμερα γιὰ τὴ ζωὴ καὶ τὸ ἔργο τοῦ μεγάλου αὐτοῦ Ἀνδρός. Εἶναι πολὺ εὔκολο νὰ ἀντιληφθεῖ κανεὶς πόσο δύσκολο εἶναι γιὰ ἕνα ὁμιλητὴ νὰ ἀσχολεῖται, μέσα στὰ περιορισμένα χρονικὰ ὅρια μιᾶς διαλέξεως, μὲ τὸ ἐπιστημονικὸ ἔργο μεγάλων μορφῶν τῆς ἐπιστήμης, ὅπως εἶναι ὁ Newton, γιὰ τὸν ὁποῖο τόσα πολλὰ ἔχουν λεχθεῖ καὶ γραφεῖ. Ὡς ἐκ τούτου, εἶναι μοιραῖο, παρὰ τὶς προσπάθειες ποὺ θὰ καταβάλει *ὁ παρὼν ὁμιλητής, ἡ εἰκόνα ποὺ θὰ μεταδώσει νὰ μὴν εἶναι ἀκριβῶς ἐκείνη ποὺ θὰ ἐπιθυμοῦσε νὰ εἶχε παρουσιάσει.*

Ὁ Isaac Newton γεννήθηκε (μὲ πρόωρο τοκετὸ) στὸ Woolsthorpe κοντὰ στὸ Grantham, στὴν ἐνορία τοῦ Colsterworth τοῦ Lincolnshire τῆς Ἀγγλίας, στὶς 25 Δεκεμβρίου 1642 (μὲ τὸ παλιὸ ἡμερολόγιο) περίπου δύο μῆνες μετὰ τὸ θάνατο τοῦ πατέρα του, ὁ ὁποῖος ἦταν ἀγρότης καὶ ἰδιοκτήτης μικροῦ ἀγροκτήματος.

Ὁ Newton σπούδασε στὸ Trinity College τοῦ Cambridge, ὅπου ἔζησε ἀπ' τὸ 1661 μέχρι τὸ 1697. Κατὰ τὸ χρονικὸ αὐτὸ διάστημα παρήγαγε σχεδὸν ὁλόκληρο τὸ ἐρευνητικό του ἔργο. Πῆρε τὸ πτυχίο B.A. (Bachelor of Arts) τὸ 1664. Τὸ 1667 προσελήφθη ὡς Fellow στὸ Trinity College. Πῆρε τὸ πτυχίο M.A. (Master of Arts) τὸ 1667, τὸ δὲ 1669 ἔγινε καθηγητὴς στὸ Trinity College ὅπου ἐδίδαξε μέχρι τὸ 1701. Περὶ τὸ 1699 δέχθηκε νὰ διορισθεῖ σὲ μιὰ πολὺ ἀξιόλογη κυβερνητικὴ θέση μὲ τὸν ἐτήσιο μισθὸ τῶν £ 1500 καὶ ὡς ἐκ τούτου μετεκόμισε στὸ Λονδίνο, ὅπου παρέμεινε μέχρι τοῦ θανάτου του. Τὸ 1703 ἐξελέγη πρόεδρος τῆς British Royal Society.

Θὰ παραθέσομε τώρα, κάπως λεπτομερέστερα, μερικὰ ἀκόμα στοιχεῖα ἀπ' τὴ ζωὴ τοῦ Newton.

Πρωτοπῆγε σχολεῖο στὴ γενέτειρά του, στὸ Grantham. Στὶς ἀρχὲς ἦταν πολὺ ὀκνηρός. Ὅταν ὅμως βγῆκε νικητὴς ἀπὸ ἕνα διαπληκτισμὸ καὶ μιὰ σωματικὴ πάλη ποὺ εἶχε μὲ κάποιο συμμαθητή του, τὸ περιστατικὸ αὐτὸ τὸν ὁδήγησε στὴν ἀπόφαση νὰ προσπαθήσει νὰ εἶναι πρῶτος καὶ στὰ μαθήματα. Σύντομα κατέκτησε τὴν πρώτη θέση στὸ σχολεῖο, ἡ δὲ ἐπιμέλεια καὶ ἱκανότητά του, εἰδικὰ σὲ θέματα τεχνικῆς φύσεως, προσείλκυσαν τὴν προσοχὴ τῶν δασκάλων του. Ἐνδεικτικὸ τῆς ἐπινοητικότητας καὶ τῆς εὐφυΐας τοῦ νεαροῦ Newton ἦταν ἡ ἐπινόηση ἑνὸς ὡρολογίου ποὺ δούλευε μὲ νερὸ καὶ ποὺ ἔδειχνε τὴν ὥρα μὲ ἀρκετὴ ἀκρίβεια.

Τὸ 1656 ἐπέστρεψε στὴν πατρικὴ στέγη μὲ σκοπὸ νὰ ἐνημερωθεῖ καὶ νὰ ἀναλάβει τὴ διεύθυνση τοῦ ἀγροκτήματος, καθοδηγούμενος ἀπὸ ἕνα παλιὸ ὑπηρέτη τῆς οἰκογένειας. Ὁ Newton ὅμως τὸν περισσότερο χρόνο ἠσχολεῖτο στὸ νὰ λύνει προβλήματα, νὰ κάμνει διάφορα πειράματα, ἢ νὰ ἐπινοεῖ διάφορες μηχανικὲς συσκευές. Ἡ μητέρα του, ἀντιληφθεῖσα τὴν κατάσταση, ἀπεφάσισε νὰ τὸν στείλει πίσω γιὰ σπουδὲς καὶ ἔτσι, μὲ τὴ μεσολάβηση τοῦ θείου του, προσελήφθη τὸ 1661 σὰν βοηθὸς στὸ Trinity College, στὸ Cambridge, ὅπου γιὰ πρώτη φορὰ συνειδητοποίησε ὅτι βρῆκε ἐπιτέλους τὸ περιβάλλον ἐκεῖνο στὸ ὁποῖο θὰ μποροῦσε νὰ ἀναπτύξει τὶς ἱκανότητές του.

Κατὰ τὰ τέλη τοῦ 1692, καθὼς καὶ τὰ ἑπόμενα δύο χρόνια, ὁ Newton ὑπέφερε ἀπὸ ἀσθένεια μακρᾶς διαρκείας, μὲ συμπτώματα τὴν ἀυπνία καὶ τὴ μεγάλη νευ-

ρική εὐαισθησία. Εἶχε μάλιστα διαδοθεῖ τότε, ὅτι θὰ ἔχανε τὰ λογικά του, ἂν καὶ τίποτα τέτοιο δὲν διέκρινε κανεὶς στὴν ἀλληλογραφία του. Κατὰ τὰ φαινόμενα οἱ φῆμες αὐτὲς ἦταν ἐφεύρεση ἐκείνων ποὺ ζήλευαν τὴ φήμη του. Ἂν καὶ μετὰ τὴν ἀνάρρωση ἀπ' τὴν ἀσθένειά του δὲν ἔπαυσε νὰ δίνει δείγματα τῶν ἱκανοτήτων του, λέγεται ὅτι ποτὲ πιὰ δὲν ἀνέκτησε τὴν πνευματικὴ εὐελιξία ποὺ διέθετε πρῶτα. Ἡ πτώση αὐτὴ τοῦ πνευματικοῦ του δυναμικοῦ φαίνεται καθαρὰ στὴν ἀλληλογραφία ποὺ εἶχε μὲ τὸν Cotes, ἀπὸ τὸ 1709 μέχρι τὸ 1713. Μολονότι ὁ Cotes εἶχε ἀναλάβει τὴν ἐπιμέλεια τῆς 2ας ἐκδόσεως τοῦ συγγράμματος Principia, πολὺ λίγο τὸν βοήθησε στὸ ἔργο του αὐτὸ ὁ Newton. Οἱ ἐρωτήσεις τοῦ Cotes πρὸς αὐτὸν σχετικὰ μὲ τὸ τί ἐννοοῦσε μὲ τὴν τάδε φράση ἢ πῶς μποροῦσε νὰ ἀποδειχθεῖ τὸ τάδε θεώρημα ἔμεναν σχεδὸν πάντα ἀναπάντητες.

Οὐσιαστικὰ ἡ ἀποδοχὴ ἀπ' τὸν Newton τῆς κυβερνητικῆς θέσεως ποὺ ἀναφέραμε παραπάνω, ἔθεσε τέρμα στὶς ἐπιστημονικές του δραστηριότητες. Τὸ 1725 ἡ ὑγεία τοῦ Newton ἄρχισε πάλι νὰ ἐπιδεινώνεται. Πέθανε στὶς 20 Μαρτίου 1727 καὶ ἐτάφη στὶς 28 Μαρτίου στὸ Westminster Abbey. Ἐπὶ τοῦ τάφου χαράχθηκε ἡ ἀκόλουθη φράση στὰ λατινικά: Ἐδῶ ἀναπαύεται ὅ,τι ἦταν θνητὸ στὸν Isaac Newton.

Ἀπὸ πλευρᾶς ἐξωτερικῆς ἐμφανίσεως ὁ Newton ἦταν χαμηλοῦ ἀναστήματος μὲ καλὴ σωματικὴ διάπλαση, τετράγωνο πηγούνι, πλατὺ μέτωπο, ἁδρὰ χαρακτηριστικὰ καὶ καστανὰ μάτια. Τὰ μαλλιά του εἶχαν γίνει γκρίζα ἢ ἄσπρα πρὶν νὰ κλείσει τὰ τριάντα του χρόνια, τὰ διετήρησε δὲ μέχρι τοῦ θανάτου του. Τὸ ντύσιμό του ἦταν ἀκατάστατο, ἦταν χαῦνος, ἀπορροφημένος στὶς σκέψεις του καὶ καθόλου ὁμιλητικός. Σχετικὰ μὲ τὴν ἀφηρημάδα του τὸ ἀκόλουθο ἀνέκδοτο ἀναφέρεται στὴ βιβλιογραφία. Κάποτε ἐπιστρέφοντας μὲ τὸ ἄλογο σπίτι του, ἀφίππευσε σὲ κάποια ἀπότομη ἀνηφοριὰ γιὰ νὰ βοηθήσει τὸ ζῶο, καὶ προχώρησε κρατώντας το ἀπ' τὸ χαλινάρι. Ὅταν ἔφθασε στὴν κορυφὴ τοῦ λόφου καὶ θέλησε νὰ ἱππεύσει πάλι, παρατήρησε ὅτι κρατοῦσε μόνο τὸ χαλινάρι, ἐνῶ τὸ ἄλογο εἶχε ἀπαλλαγεῖ ἀπ' αὐτὸ καὶ εἶχε φύγει. Πολλὰ παρόμοια ἀνέκδοτα κυκλοφοροῦν.

Δὲν ἀσκοῦσε καθόλου τὸ σῶμα του, ἀπέφευγε δὲ σχεδὸν κάθε ψυχαγωγία. Ἐργαζόταν ἀκατάπαυστα, καὶ συχνὰ ὑπερέβαινε τὶς 18 ὧρες τὸ 24ωρο. Εἶχε χαρακτῆρα εὐθὺ καὶ ἔντιμο, στὴν δὲ περίφημη ἀντιδικία ποὺ εἶχε μὲ τὸν Leibniz (θὰ μιλήσομε ἀργότερα γι' αὐτὴν) ἦταν μὲν δίκαιος ἀλλὰ κάθε ἄλλο παρὰ ὑποχωρητικός. Ἦταν πολὺ μετριόφρων καὶ συχνὰ ἀπέδιδε τὴ σπουδαιότητα τοῦ ἔργου του στοὺς προγενέστερούς του. Ἔγραφε κάποτε σὲ γράμμα του: «Τὸ ὅτι εἶδα μακρύτερα ἀπ' ὅ,τι οἱ ἄλλοι ἄνθρωποι, ὀφείλεται στὸ ὅτι στάθηκα ἐπάνω στοὺς ὤμους γιγάντων». Ἂν ἐξαιρέσομε τὶς δύο δημοσιεύσεις ποὺ ἔκανε τὸ 1675 στὸ ἔργο του «Optics», οἱ ὑπόλοιπες ἐργασίες του δημοσιεύθηκαν ὑπὸ τὴν πίεση τῶν φίλων του καὶ παρὰ τὴ θέλησή του. Κατὰ τὸ πρῶτο ἥμισυ τῆς ζωῆς του ὑπῆρξε φειδωλὸς ἂν ὄχι φιλάργυρος, καὶ γενικὰ δὲν ὑπῆρξε ποτὲ γενναιόδωρος σὲ ζητήματα χρηματικῆς φύσεως.

Οἱ σχέσεις καὶ οἱ ἐπαφές του μὲ τὰ Μαθηματικὰ κατὰ τὴ διάρκεια τῶν προπτυχιακῶν σπουδῶν του μποροῦν νὰ συνοψισθοῦν ὡς ἑξῆς:

Τὸν Ὀκτώβριο τοῦ 1661 ἀγόρασε ἕνα βιβλίο ἀστρολογίας, τὸ ὁποῖο ὅμως δὲν μπόρεσε νὰ κατανοήσει, διότι ὁ συγγραφέας χρησιμοποιοῦσε τὴ Γεωμετρία καὶ τὴν Τριγωνομετρία. Ἀναγκάσθηκε τότε νὰ ἀγοράσει τὸ βιβλίο τοῦ Εὐκλείδη, ὅπου κατάπληκτος διεπίστωσε πόσο ἁπλὰ καὶ προφανῆ ἦταν τὰ θεωρήματα. Στὴ συνέχεια ἐπιδόθηκε στὴ μελέτη τῆς Γεωμετρίας τοῦ Descartes, ὅπου συνάντησε ἀρκετὲς δυσκολίες στὴν κατανόησή της. Τὸ ἐνδιαφέρον ποὺ ἔνιωσε γιὰ τὰ ἀντικείμενα αὐτὰ τῶν μελετῶν του τὸν ὁδήγησαν στὸ νὰ ἀσχοληθεῖ σοβαρὰ μὲ τὰ Μαθηματικὰ παρὰ μὲ τὴ Χημεία, ὅπου οἱ γνώσεις του δὲν ἦταν εὐκαταφρόνητες.

Κατὰ τὴ διάρκεια τῶν προπτυχιακῶν σπουδῶν του μελέτησε ἐπίσης τὶς ἐργασίες τοῦ Kepler ἐπὶ τῆς ὀπτικῆς, τὸ ἔργο τοῦ Vieta, ἐμβάθυνε περισσότερο στὴ Γεωμετρία τοῦ Descartes, μελέτησε τὸ σύγγραμμα τοῦ Wallis «Arithmetica infinitorum», καθὼς καὶ τὶς σημειώσεις τῶν μαθημάτων τοῦ καθηγητῆ Isaac Barrow, τοῦ ὁποίου οἱ ἐργασίες τὸν βοήθησαν στὴν ἀνακάλυψη τῆς ἔννοιας τῆς παραγώγου μιᾶς συναρτήσεως. Ὅταν ἀργότερα ἐπιδόθηκε σὲ μιὰ προσεκτικότερη μελέτη τοῦ ἔργου τοῦ Εὐκλείδη, ἡ ἐντύπωση ποὺ ἀπεκόμισε ἦταν ὅτι τὸ ἔργο αὐτὸ ἀποτελοῦσε ἕνα θαυμάσιο μέσο μαθηματικῆς παιδείας, συχνὰ δὲ ἐξέφραζε τὴν ἀπογοήτευσή του ποὺ δὲν ἀφιέρωσε τὸν ἑαυτό του στὴ Γεωμετρία πρὶν νὰ ἐπιδοθεῖ στὴ Μαθηματικὴ Ἀνάλυση.

Μετὰ τὴ σύντομη αὐτὴ ἀναδρομὴ στὴν παιδικὴ καὶ ἐφηβικὴ ἡλικία καθὼς καὶ τὴν ἐν γένει προσωπικότητα τοῦ Newton, θὰ προσπαθήσομε νὰ σκιαγραφήσομε, σὲ πολὺ γενικὲς γραμμές, τὸ ὅλο ἔργο του. Στὴ συνέχεια θὰ σταθοῦμε κάπως περισσότερο στὸ σύγγραμμά του Principia.

Κατὰ χρονολογικὴ σειρὰ τὰ δημοσιευθέντα ἀπὸ τὸν Newton ἔργα εἶναι:

1. Philosophiae Naturalis Principia Mathematica, 1687.
2. Optics (μὲ παραρτήματα τῶν ὁποίων οἱ τίτλοι εἶναι:
Cubic curves, Quadrature of curves, Method of fluxions), 1704.
3. Universal Arithmetic, 1707.
4. Lectiones opticoe, 1729.
5. Methodus differentialis, 1736
6. Analytical geometry, 1736.

Σὲ ἡλικία 25 ἐτῶν ὁ Newton εἶχε ἤδη κάνει πολλὲς ἀνακαλύψεις καὶ εἶχε *ἀρχίσει τὶς ἐργασίες του ποὺ εἶχαν στόχο τὴ διατύπωση τῶν φυσικῶν ἐκείνων θεωριῶν γιὰ τὶς ὁποῖες ἀναγνωρίσθηκε ἀργότερα ὡς μία ἀπὸ τὶς μεγαλύτερες διάνοιες ὅλων τῶν ἐποχῶν.*

Τὸ 1666 συνέλαβε τὴν ἰδέα τῆς ἀμοιβαίας ἕλξεως τῶν σωμάτων (Universal gravitation). Βασιζόμενος στοὺς ἐμπειρικοὺς νόμους τῆς κινήσεως τῶν πλανητῶν, νόμους ποὺ εἶχαν προταθεῖ ἀπ' τὸν Γερμανὸ ἀστρονόμο Johannes Kepler (1571-1630), ὑπελόγισε ὅτι ἡ δύναμις τῆς βαρύτητας μεταξὺ δύο μαζῶν, ἡ δύναμις δηλαδὴ μὲ τὴν ὁποία δύο μάζες ἕλκονται ἀμοιβαίως, εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς μεταξὺ αὐτῶν ἀποστάσεως. Λέγεται ὅτι ὁ Newton συνέλαβε τὴν ἰδέα τῆς ἀμοιβαίας ἕλξεως τῶν σωμάτων, ὅταν πρόσεξε κάποια μέρα στὸν κῆπο του ἕνα μῆλο νὰ πέφτει στὸ ἔδαφος. Τὴν ἱστορία αὐτὴ πρῶτος κυκλοφόρησε ὁ Γάλλος φιλόσοφος Voltaire, γιὰ τὸν ὁποῖο λέγεται ὅτι τὴν πρωτάκουσε ἀπὸ κάποια μικρανεψιὰ τοῦ Newton.

Ἡ ἐπίσημη ἀναγγελία τῆς ἀνακαλύψεως τοῦ Νόμου τῆς Βαρύτητας ἔγινε πολὺ ἀργότερα, τὸ 1685, ὅταν ὁ Newton ἔχοντας στὴ διάθεσή του ἀκριβέστερα πειραματικὰ δεδομένα, μπόρεσε νὰ τὸν ἐπαληθεύσει μὲ μεγάλη ἀκρίβεια. Ὁ Νόμος τῆς Βαρύτητας ποὺ ἀποτελεῖ μαθηματικὴ ἑρμηνεία τῶν φυσικῶν φαινομένων, τῆς ἁρμονίας δηλαδὴ ποὺ πιστεύει ὁ ἄνθρωπος ὅτι ἀνακαλύπτει στὴ Φύση, ἀποτελεῖ τὴν πρώτη συστηματοποιημένη γνώση στὶς φυσικὲς ἐπιστῆμες. Πιὸ συγκεκριμένα ὁ νόμος τῆς βαρύτητας τοῦ Newton ἔχει ὡς ἑξῆς: Μεταξὺ οἱουδήποτε ζεύγους σωματιδίων μὲ μάζες m_1, καὶ m_2 ἀντιστοίχως, καὶ τὰ ὁποῖα ἀπέχουν μεταξύ τους ἀπόσταση r, ἀναπτύσσεται, κατὰ μῆκος τῆς εὐθείας ποὺ τὰ ἑνώνει, δύναμις ἀμοιβαίας ἕλξεως. Τὸ μέγεθος F τῆς δυνάμεως αὐτῆς δίδεται ἀπὸ τὴ σχέση: $F=Gm_1m_2r^{-2}$, ὅπου G εἶναι μιὰ παγκόσμια σταθερά, καλουμένη «σταθερὰ τῆς βαρύτητας» ($G=6.670\times10^{-8}$ dyne cm^2 g^{-2}).

Οἱ ἔρευνες τοῦ Newton ποὺ ἀφοροῦν τὸ Νόμο τῆς Βαρύτητας ἀποτελοῦν μέρος τοῦ ὅλου ἔργου του ποὺ ἀναφέρεται στὶς θεμελιώδεις ἀρχὲς τῆς Δυναμικῆς (ἢ τῆς Ἐπιστήμης τῆς Κινήσεως, ὅπως ἐλέγετο παλαιότερα). Ἂν καὶ οἱ ἔννοιες «μάζα» καὶ «δύναμις» ἐνυπῆρχαν, ἐμμέσως, στὸ ἔργο τοῦ Ἰταλοῦ φυσικοῦ Galileo Galilei (1564-1642), πρῶτος ὁ Newton διετύπωσε τοὺς νόμους ποὺ διέπουν τὴν κίνηση τῆς ὕλης. Ὅπως θὰ δοῦμε παρακάτω, τὰ ἐπιτεύγματά του στὴ Δυναμικὴ περιλαμβάνονται στὸ σύγγραμμά του Principia, ὅπου συνοψίζονται καὶ συστηματοποιοῦνται τὰ ἀποτελέσματα τῶν ἐρευνητῶν τοῦ 17ου αἰώνα, ἀποτελεῖ δὲ ἡ Δυναμικὴ τοῦ Newton τὴν ὑποδομή, τὴ βάση ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίχθηκε ἡ Ἀστρονομία καὶ ἡ Μηχανικὴ κατὰ τοὺς δύο αἰῶνες ποὺ ἀκολούθησαν.

Τρεῖς εἶναι οἱ βασικοὶ νόμοι τῆς Δυναμικῆς τοῦ Newton.

Ὁ 1ος νόμος λέγει ὅτι ἕνα σῶμα παραμένει ἀκίνητο ἢ κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ ἰσοταχῶς, ἂν ἐπ' αὐτοῦ δὲν ἐπενεργεῖ καμιὰ δύναμη. Ἀπ' τὸ νόμο αὐτὸ προκύπτει ἀμέσως καὶ ὁ ὁρισμὸς τῆς δυνάμεως: καλοῦμε «δύναμη» κάθε αἰτία ποὺ μεταβάλλει τὴν κινητικὴ ἢ τὴν κατάσταση ἠρεμίας ἑνὸς σώματος. Ὁ 1ος νόμος παρέχει ἐπίσης μέθοδο συγκρίσεως τῶν διαφόρων χρόνων μεταξύ τους. Πράγματι, ἂν καμιὰ δύναμη δὲν ἐπενεργεῖ ἐπὶ ἑνὸς σώματος, τότε αὐτὸ κινεῖται ὁμοιομόρφως, διανύει δηλαδή, ἴσα διαστήματα σὲ ἴσους χρόνους. Ἡ Γῆ εἶναι ἕνα περιστρεφόμενο σῶμα καὶ σχεδὸν καμιὰ ἐξωτερικὴ δύναμη δὲν ἐπηρεάζει τὴν περιστροφή της. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι ὅταν ἡ Γῆ περιστρέφεται κατὰ ἴσες γωνίες, τότε οἱ ἀντίστοιχοι χρόνοι εἶναι ἴσοι.

Ἀκόμα ὁ 1ος νόμος βεβαιώνει ὅτι ἕνα σῶμα εἶναι ἀδρανὲς (παθητικὸ θὰ λέγαμε) καὶ δὲν τείνει ἀφ' ἑαυτοῦ νὰ ἀλλάξει τὴν κινητική του κατάσταση. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι ἂν τὸ σῶμα δὲν κινεῖται ἰσοταχῶς, τότε κάποια δύναμη ἐπενεργεῖ ἐπ' αὐτοῦ καὶ τῆς ὁποίας μιὰ συνιστῶσα ἔχει τὴ διεύθυνση τῆς κινήσεως καὶ ὑπερνικᾶ τὴν ἀδράνεια τοῦ σώματος. Τέλος, ἂν ἕνα σῶμα δὲν κινεῖται εὐθυγράμμως, κάποια δύναμη ἐνεργεῖ ἐπ' αὐτοῦ καὶ τῆς ὁποίας μιὰ συνιστῶσα εἶναι κάθετος πρὸς τὴ διεύθυνση τῆς κινήσεως καὶ ὑπερνικᾶ τὴ φυγόκεντρο δύναμη τοῦ σώματος. Ὁ 1ος νόμος εἶναι γνωστὸς καὶ ὡς «νόμος τῆς ἀδρανείας».

Ὁ 2ος νόμος βεβαιώνει ὅτι, (α) μιὰ δύναμη ποὺ ἐνεργεῖ ἐπάνω σ' ἕνα σῶμα προκαλεῖ ἐπιτάχυνση αὐτοῦ πρὸς τὴν κατεύθυνση τῆς δυνάμεως, (β) ἡ προκαλούμενη ἐπιτάχυνση εἶναι ἀνάλογος τῆς δυνάμεως καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς μάζας τοῦ σώματος.

Χωρὶς νὰ ὑπεισέλθομε σὲ περισσότερες λεπτομέρειες, θὰ ἀναφέρομε μόνο ὅτι ὁ 2ος νόμος ἐπιτρέπει τὴ μέτρηση δυνάμεων, καθὼς καὶ τὴ σύγκριση μαζῶν. Π.χ. ἂν δύο σώματα εὑρίσκονται σὲ ἠρεμία καὶ ἂν ἐπ' αὐτῶν ἐπιδράσουν ἀντιστοίχως δύο ἴσες δυνάμεις ἐπὶ ἴσα χρονικὰ διαστήματα, τότε ὁ λόγος τῶν μαζῶν τῶν δύο σωμάτων ἰσοῦται μὲ τὸ λόγο τῶν ταχυτήτων ποὺ ἀποκτοῦν τὰ δύο σώματα στὸ τέλος τοῦ χρονικοῦ διαστήματος κατὰ τὸ ὁποῖο ἐνήργησαν οἱ δύο δυνάμεις. Ἡ πειραματικὴ ἀπόδειξη τῆς προτάσεως αὐτῆς δὲν εἶναι καὶ τόσο ἁπλή, ὅμως δὲν εἶναι καὶ ἀναγκαία, διότι ὁ Newton, πειραματιζόμενος μὲ ἐκκρεμῆ, ἀπέδειξε ὅτι τὸ βάρος ἑνὸς σώματος, σὲ ὅποια θέση κι ἂν εὑρίσκεται, εἶναι ἀνάλογο πρὸς τὴ μάζα του καὶ ὡς ἐκ τούτου ὁ λόγος δύο μαζῶν ἰσοῦται μὲ τὸ λόγο τῶν ἀντιστοίχων βαρῶν των. Ὁ 2ος νόμος ἐπέτρεψε ἐπίσης στὸν Newton νὰ διατυπώσει τὶς γνωστὲς ἰδιότητες ποὺ ἐκφράζουν τὸ «παραλληλόγραμμο τῶν ταχυτήτων» καὶ τὸ «παραλληλόγραμμο τῶν δυνάμεων».

Οἱ δύο αὐτοὶ νόμοι, ὁ 1ος καὶ ὁ 2ος, παρέχουν ὅλα τὰ μέσα γιὰ τὴν ἐπίλυση κάθε προβλήματος πού ἀφορᾶ τὴν κίνηση ἑνὸς σωματιδίου ὑπὸ τὴν ἐπίδραση δοθεισῶν δυνάμεων.

Ὁ 3ος νόμος τοῦ Newton παρέχει τὴν ἀρχὴ ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζεται ἡ λύση κάθε προβλήματος πού ἀφορᾶ τὴν κίνηση δύο ἢ περισσοτέρων σωματιδίων, κατὰ τὴν ὁποία κάθε σωματίδιο ἐπιδρᾶ ἐπὶ τῶν ὑπολοίπων. Ὁ 3ος νόμος βεβαιώνει ὅτι: ἡ δράση ἑνὸς σώματος ἐπὶ ἑτέρου σώματος εἶναι ἴση κατὰ μέγεθος καὶ ἔχει τὴν ἀντίθετη κατεύθυνση πρὸς τὴν ἀντίδραση πού ἀσκεῖ τὸ δεύτερο σῶμα ἐπὶ τοῦ πρώτου.

Δὲν θὰ προχωρήσομε περισσότερο στὴν ἀνάλυση τῶν τριῶν νόμων τῆς Δυναμικῆς τοῦ Newton. Οἱ νόμοι αὐτοὶ ἀπετέλεσαν τὴ βάση τῆς Δυναμικῆς μέχρι τὶς ἀρχὲς τοῦ 20οῦ αἰώνα, ὁπότε διαπιστώθηκε ὅτι μὲ τοὺς νόμους τοῦ Newton ἦταν ἀδύνατη ἡ ἑρμηνεία ὁρισμένων φαινομένων, ὅπου οἱ ταχύτητες τῶν κινουμένων σωμάτων πλησίαζαν τὴν ταχύτητα τοῦ φωτός, τὰ δὲ μεγέθη τους ἐκεῖνα τῶν ἀτόμων ἢ τῶν ἠλεκτρονίων. Τὴ Δυναμικὴ τοῦ Newton ἀντικατέστησαν οἱ ἀρχὲς πού ἐκφράζουν οἱ Θεωρίες τῆς Σχετικότητας τοῦ Albert Einstein καὶ ἡ Θεωρία τῶν Quanta.

Ἡ μηχανιστικὴ ὄψη τοῦ Σύμπαντος, τὴν ὁποία ὑπαινίσσεται ἡ Δυναμικὴ τοῦ Newton ἐπηρέασε τὰ διάφορα φιλοσοφικὰ ρεύματα κατὰ τοὺς αἰῶνες πού ἀκολούθησαν.

Ἡ συμβολὴ τοῦ Newton στὸ «φιλοσοφικὸ» πρόγραμμα πού εἶχε ξεκινήσει ὁ Galileo καὶ τὸ ὁποῖο συνίστατο στὸ νὰ ἀπαλλαγοῦν οἱ Θετικὲς Ἐπιστῆμες ἀπὸ μεταφυσικὲς θεωρήσεις καὶ ἐπιχειρήματα, ὑπῆρξε τεραστία. Οἱ σύγχρονοι μαθηματικοὶ στοὺς ὁποίους ἀπαρέσκει κάθε εἶδος μεταφυσικῆς σκέψης σὲ σχέση μὲ τὰ Μαθηματικά, ἴσως δὲν εἶναι ἐνήμεροι πόσο πολλὰ ὀφείλουν ἀπὸ τῆς ἀπόψεως αὐτῆς στοὺς Galileo καὶ Newton. Χάρις στὶς προσπάθειες αὐτῶν, οἱ μαθηματικοὶ εἶναι ἐλεύθεροι σήμερα νὰ προχωροῦν στὰ Μαθηματικὰ ἀφήνοντας σὲ ἄλλους νὰ νοιάζονται γιὰ τὴ Μεταφυσική. Οἱ δύο αὐτοὶ κολοσσοὶ τῆς Ἐπιστήμης ἐργάσθηκαν σκληρὰ γιὰ τὴν ἑδραίωση δύο βασικῶν ἀρχῶν τῆς ἐπιστημονικῆς μεθοδολογίας καὶ τὶς ὁποῖες σήμερα θεωροῦμε ὡς δεδομένες: α) Τὰ μαθηματικὰ συμπεράσματα στὰ ὁποῖα μᾶς ὁδηγεῖ ἕνας μαθηματικὰ διατυπωμένος ἐπιστημονικὸς νόμος, ἔχουν τὴν ἴδια ἐπιστημονικὴ ἰσχὺ πού ἔχει ὁ νόμος. β) Ο τρόπος αὐτὸς εἶναι ὁ καλύτερος, ὁ πιὸ ἐνδεδειγμένος πού πρέπει νὰ ἀκολουθοῦν οἱ θεωρητικὲς ἐπιστῆμες.

Βεβαίως τὸ ἐπάγγελμα τοῦ μαθηματικοῦ πού βάζει σὲ πλαίσιο ὁρισμένες μαθηματικὲς ὑποθέσεις καὶ συνάγει ἀπὸ αὐτὲς διάφορα μαθηματικὰ συμπεράσματα, δὲν εἶναι πάντα καὶ πολὺ ἄνετο! Τὰ βέλη πού ἐκτοξεύθηκαν κατὰ τοῦ Galileo δὲν ἦταν καθαρῶς «πνευματικά». Εἶναι γνωστὸ ὅτι ἡ δημοσίευση τοῦ συγγράμματός του «Διάλογος ἀφορῶν τὰ δύο κύρια κοσμικὰ συστήματα» εἶχε ὡς ἀποτέλεσμα *νὰ βασανισθεῖ ὁ Newton καὶ νὰ καταδικασθεῖ ἀπὸ τὴν Ἱερὰ Ἐξέταση σὲ ἰσόβια κάθειρξη (1633). Ἀπέθανε στὴ φυλακὴ τὸ 1642.*

Ἂς ἐπανέλθομε ὅμως στὴ Δυναμικὴ τοῦ Newton. Ὁ ἴδιος ὁ Newton στὸ Principia γράφει: Δὲν ὁρίζω τὶς ἔννοιες χρόνος, χῶρος καὶ κίνησις, διότι τὶς γνωρίζουν καλὰ ὅλοι. Ὁ ἀπόλυτος, ἀληθὴς μαθηματικὸς χρόνος, ρέει συνεχῶς ἀφ' ἑαυτοῦ καὶ ἐξ αὐτῆς ταύτης τῆς φύσεώς του, χωρὶς νὰ σχετίζεται μὲ τίποτα τὸ ἐξωτερικό, καὶ τοῦ ὁποίου μιὰ ἄλλη ὀνομασία εἶναι «διάρκεια».

Οἱ ἔννοιες «ἀπόλυτος χῶρος», «ἀπόλυτος χρόνος» καθὼς καὶ ἡ ἔννοια τῆς δυνάμεως ποὺ δρᾶ ἐξ ἀποστάσεως, ἀποτελοῦν, κατὰ κάποιον τρόπο, τὴν ἀχίλλειο πτέρνα τῆς Δυναμικῆς τοῦ Newton. Ἡ διὰ τῶν Θεωριῶν τῆς Σχετικότητας τοῦ Einstein παρεχομένη ὄψη τοῦ Σύμπαντος εἶναι ἀπαλλαγμένη τῶν ἐννοιῶν αὐτῶν.

Στὴ Δυναμικὴ τοῦ Newton τὰ φυσικὰ φαινόμενα περιγράφονται ὡς λαμβάνοντα χῶρον σὲ ἕνα Τριδιάστατο Εὐκλείδειο Χῶρο (τὸ γνωστό μας φυσικὸ χῶρο ποὺ μᾶς περιβάλλει) ὁ ὁποῖος θεωρεῖται ἀνεξάρτητος τοῦ χρόνου. Ἀντιθέτως, στὴν Εἰδικὴ Θεωρία τῆς Σχετικότητας γίνεται δεκτὸ τὸ ἀξίωμα ὅτι ὁ χῶρος καὶ ὁ χρόνος δὲν μποροῦν νὰ διαχωρισθοῦν καὶ ὅτι συνδέονται, ἀνήκοντες σὲ ἕνα τετραδιάστατο Εὐκλείδειο χῶρο ὅπου ὁ θεμελιώδης τύπος ὁ ὁποῖος παρέχει τὸ τετράγωνο τῆς στοιχειώδους (νέας) ἀποστάσεως ds *εἶναι:* $ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$.

Ἐδῶ, στὸ νέο αὐτὸ χῶρο, οἱ τέσσερις συντεταγμένες ἑνὸς σημείου εἶνα (ct, x, y, z) *ὅπου* x, y, z *εἶναι οἱ κοινὲς καρτεσιανὲς συντεταγμένες στὸν τριδιάστατο χῶρο,* t, *εἶναι ὁ χρόνος καὶ* c, *εἶναι ἡ ταχυτητα τοῦ φωτός. Ὁ τετραδιάστατος αὐτὸς χῶρος καλεῖται χωρόχρονος τοῦ Minkowski, εἶναι δὲ κατορθωτή, διὰ τῆς ἐννοίας αὐτῆς τοῦ χωροχρόνου, μιὰ εὐφυεστάτη γεωμετρικὴ ἑρμηνεία τῆς Εἰδικῆς Θεωρίας τῆς Σχετικότητας. Σχεδὸν ὅλα τὰ συμπεράσματα στὰ ὁποῖα καταλήγει ἡ Εἰδικὴ Θεωρία τῆς Σχετικότητας ἐπαληθεύθηκαν πειραματικά, ἀπέβη δὲ ἡ θεωρία αὐτὴ ἡ βάση γιὰ τὴν ἀνάπτυξη νέων θεωριῶν στὴ Φυσική.*

Ἐπεκτείνοντας τὴν Εἰδικὴ Θεωρία τῆς Σχετικότητας ὁ Einstein ἐπενόησε (1915) τὴ Γενικὴ Θεωρία τῆς Σχετικότητας. Τὸ κύριο μέρος τῆς νέας αὐτῆς θεωρίας ἀποτελεῖ μιὰ νέα Θεωρία τῆς Βαρύτητας ἡ ὁποία περιλαμβάνει ἐκείνην τοῦ Newton ὡς εἰδικὴ περίπτωση. Τὰ συμπεράσματα τῆς Γενικῆς Θεωρίας τῆς Σχετικότητας συμφωνοῦν μὲ τὰ πειραματικὰ δεδομένα, πράγμα ποὺ ἐνισχύει τὴ θεωρία αὐτή. Ὅμως ἀποτελέσματα ποὺ προβλέπει ἡ Γενικὴ Θεωρία τῆς Σχετικότητας, ἐκτὸς ἀπ' αὐτὰ ποὺ ἀναφέραμε προηγουμένως, ἂν καὶ ἔχουν μελετηθεῖ σὲ μεγάλη ἔκταση, εἶναι δύσκολο, πρὸς τὸ παρόν, (τὰ θεωρητικὰ αὐτὰ ἀποτελέσματα) νὰ ἐπαληθευθοῦν πειραματικά. Ἐξάλλου ὑπάρχουν καὶ μερικὲς ἀμφιβολίες ὡς πρὸς τὸ μέχρι ποίου ὁρίου μπορεῖ ἡ θεωρία αὐτὴ νὰ ἐφαρμοσθεῖ.

Παρὰ ταῦτα, ἂν καὶ σήμερα εἶναι παραδεκτὲς οἱ ἀπόψεις τοῦ Einstein καὶ μὲ αὐτὲς ἑρμηνεύομε τὶς βασικὲς φυσικὲς ἀρχές, ἡ Δυναμικὴ τοῦ Newton προσφέρεται ἀκόμα, προκειμένου νὰ προβλέψομε, μὲ ἀρκετὴ μάλιστα ἀκρίβεια, φυσικὰ φαινόμενα, νὰ στείλομε ἀνθρώπους στὴ Σελήνη ἢ νὰ λύσομε πρακτικὰ προβλήματα τῆς Φυσικῆς, ὑπὸ τὴν γενικὴ προϋπόθεση βέβαια ὅτι οἱ παρατηρούμενες ταχύτητες νὰ μὴν εἶναι πολὺ μεγάλες, νὰ μὴν πλησιάζουν δηλαδὴ τὴν ταχύτητα τοῦ φωτός.

Ἡ περαιτέρω ἀναφορὰ στὸ ἔργο τοῦ Einstein δὲν ἐμπίπτει στὰ πλαίσια τῆς παρούσας ὁμιλίας. Ἐπ' αὐτοῦ ὁ ἀκροατὴς παραπέμπεται στὴν ἀπὸ τοῦ βήματος αὐτοῦ ὁμιλία τοῦ ἀκαδημαϊκοῦ κ. Ὄθωνος Πυλαρινοῦ, κατὰ τὴν ἔκτακτο Συνεδρία τῆς 27-11-1979, μὲ τὴν εὐκαιρία τῆς συμπληρώσεως 100 ἐτῶν ἀπὸ τῆς γεννήσεως τοῦ Einstein. Ἡ ὁμιλία αὐτὴ δημοσιεύθηκε στὰ Πρακτικὰ τῆς Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν, Τόμος 54 (1979) ὑπὸ τὸν τίτλο ««Albert Einstein ὁ Ἄνθρωπος καὶ τὸ Ἔργον του». Ὁ Einstein διετέλεσε ξένος ἑταῖρος τῆς Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν ἀπὸ τοῦ ἔτους 1933 μέχρι τοῦ θανάτου του τὸ 1955.

Ἂς προχωρήσομε τώρα καὶ σὲ ἄλλες περιοχὲς τοῦ ἐρευνητικοῦ ἔργου τοῦ Newton. Ὅπως ὁ ἴδιος ἀναφέρει στὸ Principia, τὸ ἀντικείμενο τοῦ ὅλου ἔργου εἶναι ἡ ἐφαρμογὴ τῶν Μαθηματικῶν στὰ φαινόμενα τῆς Φυσικῆς, ἢ ἂν θέλετε ἡ διὰ τῶν Μαθηματικῶν ἑρμηνεία τῶν φυσικῶν φαινομένων. Ὡς ἕνα τεράστιο ἐπίτευγμα πρὸς τὴν κατεύθυνση αὐτὴ θὰ ἀναφέρομε τὴν ἀνακάλυψη τοῦ Ἀπειροστικοῦ Λογισμοῦ. Ὁ τρόπος μὲ τὸν ὁποῖο ὁ Newton προσεγγίζει τὸ ὅλο θέμα εἶναι, σὲ γενικὲς γραμμές, ὁ ἀκόλουθος. Θεωρεῖ ὅτι μία καμπύλη παράγεται ἀπὸ τὴν συνεχῆ κίνηση ἑνὸς σημείου. Συνεπῶς οἱ συντεταγμένες τοῦ σημείου (ἡ τετμημένη δηλαδὴ καὶ ἡ τεταγμένη) εἶναι, ἐν γένει, μεταβλητὲς ποσότητες. Καλεῖ «fluent» κάθε μεταβλητὴ ποσότητα (ποσότητα «ρέουσα»), τὴν δὲ ταχύτητα μεταβολῆς της καλεῖ «fluxion». Ἂν π.χ. ὑποθέσομε ὅτι ἡ τεταγμένη, ψ, ἑνὸς σημείου εἶναι συνάρτηση τοῦ χρόνου t, τότε ἡ fluxion της, ψ, ὡς πρὸς τὸ χρόνο, εἶναι αὐτὸ ποὺ στὴ σύγχρονη ὁρολογία καλοῦμε παράγωγο τῆς ψ, ὡς πρὸς t, δηλαδὴ ἡ γνωστή μας ποσότητα dy/dt.

Ὁ Newton στὴ θεωρία του αὐτὴ θεώρησε δύο εἴδη προβλημάτων. Στὸ πρῶτο εἶδος δίδεται κάποια σχέση ποὺ συνδέει μερικὰ fluents καὶ ζητεῖται νὰ προσδιορισθεῖ ἡ σχέση ἐκείνη ποὺ συνδέει αὐτὰ μὲ τὶς ἀντίστοιχες fluxions, κάτι δηλαδὴ ποὺ ἰσοδυναμεῖ μὲ αὐτὸ ποὺ σήμερα καλοῦμε παραγώγιση ἢ διαφόριση. Στὸ δεύτερο εἶδος προβλημάτων, ποὺ ἀποτελεῖ τὸ ἀντίστροφο τοῦ πρώτου, μᾶς δίδεται μιὰ σχέση μεταξὺ μερικῶν fluents καὶ τῶν ἀντιστοίχων fluxions καὶ ζητεῖται νὰ εὑρεθεῖ μιὰ σχέση ποὺ νὰ συνδέει τὰ fluents μόνο μεταξύ τους, αὐτὸ δηλαδὴ ποὺ σήμερα καλοῦμε λύση διαφορικῶν ἐξισώσεων.

Ὁ Newton ἔδωσε πολλὲς καὶ ἀξιόλογες ἐφαρμογὲς τῆς μεθόδου τῶν flu-

xions. Ὑπελόγισε μέγιστα, ἐλάχιστα, ἐφαπτόμενες καμπύλων, καμπυλότητες καμπύλων, σημεῖα καμπῆς, μελέτησε κοῖλες καὶ κυρτὲς καμπύλες, ἐφήρμοσε τὴ θεωρία του στὴν ὁλοκλήρωση καμπύλων, καθὼς καὶ στὴ λύση ὁρισμένων διαφορικῶν ἐξισώσεων.

Ἡ ἀνακάλυψη (ἢ ἡ ἐπινόηση) τοῦ Ἀπειροστικοῦ Λογισμοῦ ἀποδίδεται ἐπίσης καὶ στὸν μεγάλο Γερμανὸ μαθηματικὸ καὶ φιλόσοφο Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) ὁ ὁποῖος τὸ 1684 δημοσίευσε τὸ ἔργο του ἐπὶ τοῦ Ἀπειροστικοῦ Λογισμοῦ στὸ περιοδικὸ Acta eruditorum.

Ἡ ἀνακάλυψη τοῦ Ἀπειροστικοῦ Λογισμοῦ ἀπ' τὸν Newton, ἂν καὶ ἔγινε πρὶν ἀπὸ τὴ δημοσίευση τῆς ἐργασίας τοῦ Leibniz, δημοσιεύθηκε ὅμως ἀργότερα, τὸ 1687. Ἡ καθυστέρηση αὐτὴ τῆς δημοσιεύσεως ἀπ' τὸν Newton ὁδήγησε στὴ μεγαλύτερη ἀντιδικία ποὺ ποτὲ γνώρισε ἡ Ἱστορία τῶν Μαθηματικῶν, μὲ ἀφορμὴ θέματα προτεραιότητας ὡς πρὸς κάποια ἐπιστημονικὴ ἀνακάλυψη. Τὰ γεγονότα ἔχουν ὡς ἑξῆς:

Ὁ Newton ἀνέπτυξε τὸν fluxional calculus (τὸν Ἀπειροστικὸ Λογισμὸ) τὸ 1665, ἡ δὲ ἀρχική του πρόθεση ἦταν νὰ τὸν ἐφαρμόσει σὲ προβλήματα Φυσικῆς. Μόνο μερικοὶ στενοὶ συνεργάτες του ἐγνώριζαν τὴν ἀνακάλυψή του αὐτή. Ἀρκετὰ χρόνια ἀργότερα, σὲ ἕνα γράμμα του πρὸς τὸν Leibniz, τὸ ὁποῖο ἔστειλε διὰ τοῦ γραμματέως τῆς British Royal Society, περιέγραφε τὴ μέθοδό του περιληπτικὰ καὶ ἀόριστα. Ὁ Leibniz, ὁ ὁποῖος εἶχε ἤδη ἀνακαλύψει τὸν Ἀπειροστικὸ Λογισμό, ἀπάντησε στὸν Newton περιγράφοντας τὸν δικό του Ἀπειροστικὸ Λογισμό. Στὸ σημεῖο αὐτὸ ἡ ἀλληλογραφία διεκόπη. Στὰ ἑπόμενα χρόνια ὁ Ἀπειροστικὸς Λογισμὸς τοῦ Leibniz διαδόθηκε διὰ τοῦ προφορικοῦ λόγου στὶς ἡγετικὲς μαθηματικὲς φυσιογνωμίες τῆς Ἠπειρωτικῆς Εὐρώπης, οἱ ὁποῖες τὸν ἐφάρμοσαν σὲ πολλὰ προβλήματα καὶ μάλιστα μὲ μεγάλη ἐπιτυχία. Ὅταν τὸ 1684 ὁ Leibniz δημοσίευσε ἐντύπως πιὰ τὸν Ἀπειροστικό του Λογισμό, παρέλειψε νὰ ἀναφέρει στὸ βιβλίο του τὴν ἀλληλογραφία ποὺ εἶχε προηγηθεῖ μὲ τὸν Newton. Ἡ παράλειψη αὐτὴ ἀνάγκασε τὸν Newton νὰ προβεῖ σὲ σχόλιο τὸ ὁποῖο καὶ περιέλαβε στὸ σύγγραμμά του Principia ὅπου φέρεται εἰς φῶς ἡ ἀλληλογραφία ποὺ εἶχε μὲ τὸν Leibniz ἐπὶ τοῦ θέματος. Αὐτὸ ἔγινε ἡ αἰτία νὰ ἀρχίσει μιὰ ἀντιδικία μεταξὺ τοῦ Newton καὶ τοῦ Leibniz, μεταξὺ τῶν συγχρόνων των, καθὼς καὶ τῶν διαδόχων τῶν δύο αὐτῶν μαθηματικῶν, ὡς πρὸς τὴν προτεραιότητα περὶ τὴν ἀνακάλυψη τοῦ Ἀπειροστικοῦ Λογισμοῦ.

Οἱ κατηγορίες γιὰ ἰδιοποίηση πνευματικῆς περιουσίας ποὺ ἀπηύθυναν, ἡ μία πρὸς τὴν ἄλλη, οἱ δύο ἀντιμαχόμενες μερίδες, κατέληξαν πολλὲς φορὲς σὲ πολὺ χαμηλὸ ἐπίπεδο καὶ πῆραν διαστάσεις πολιτικῆς διαμάχης μεταξὺ Ἀγγλίας καὶ

Γερμανίας! Τόσο μεγάλη ὑπῆρξε ἡ ἐθνικὴ ὑπερηφάνεια (ὁ σωβινισμὸς θὰ μπορούσαμε νὰ ποῦμε) τῶν Ἄγγλων, ὥστε ἐπὶ 100 χρόνια περίπου οἱ Ἄγγλοι μαθηματικοὶ χρησιμοποίησαν πιστά, χωρὶς καθόλου νὰ παρεκκλίνουν, τὸ συμβολισμὸ ποὺ εἶχε εἰσαγάγει ὁ Newton στὸν Ἀπειροστικό του Λογισμό, πράγμα ποὺ ἔβλαψε πάρα πολὺ τὰ Μαθηματικὰ στὴν Ἀγγλία, καθόσον ὁ συμβολισμὸς ποὺ χρησιμοποιοῦσε ὁ Leibniz ἦταν ὁμολογουμένως πολὺ καλύτερος καὶ πιὸ εὔχρηστος ἀπὸ ἐκεῖνον τοῦ Newton.

Σήμερα ἡ ἱστορικὴ ἔρευνα κατέληξε στὸ συμπέρασμα ὅτι οἱ Newton καὶ Leibniz, ἀκολουθώντας διαφορετικοὺς δρόμους, κατέληξαν ἀνεξάρτητα ὁ ἕνας ἀπ' τὸν ἄλλον στὸ ἴδιο ἀποτέλεσμα, καὶ ὡς ἐκ τούτου θεωροῦνται καὶ οἱ δύο ὅτι εἶναι οἱ δημιουργοὶ τοῦ Ἀπειροστικοῦ Λογισμοῦ.

Ἡ ἀνακάλυψη τοῦ Ἀπειροστικοῦ Λογισμοῦ ἀποτελεῖ ἕνα κρίσιμο σημεῖο καμπῆς στὴν Ἱστορία τῶν Μαθηματικῶν. Τὰ «νέα» Μαθηματικὰ ποὺ ἔφερε σὲ φῶς ἡ μεγάλη αὐτὴ ἀνακάλυψη διαφέρουν ἀπ' τὰ μέχρι τότε «παλιὰ» Μαθηματικά. Τὰ παλιὰ Μαθηματικὰ ἔχουν στατικὴ μορφή, σὲ ἀντίθεση μὲ τὰ νεότερα ποὺ ἔχουν δυναμικὴ μορφή. Συγκρινόμενα, διαφέρουν μεταξύ τους ὅπως ἡ ἀκίνητη φωτογραφία, ἀπὸ τὴν κινούμενη κινηματογραφικὴ εἰκόνα, ὅπως ἡ μελέτη ἑνὸς ἄψυχου σώματος διαφέρει ἀπ' τὴ μελέτη ἑνὸς ζωντανοῦ σώματος. Τὰ παλιὰ Μαθηματικὰ ἀσχολοῦνται μὲ τὸ σταθερὸ καὶ τὸ πεπερασμένο, ἐνῶ τὰ νέα περιλαμβάνουν στὴ μελέτη τους τὸ μεταβλητὸ καὶ τὸ ἄπειρο. Ἡ ἀνακάλυψη τοῦ Ἀπειροστικοῦ Λογισμοῦ ἀποτελεῖ μιὰ ἀκόμα κορυφαία στιγμὴ στὰ Μαθηματικά.

Προτοῦ σχολιάσομε κάπως λεπτομερέστερα τὸ ἔργο Principia, θὰ ἀναφέρομε, ἐν σπουδῇ καὶ σποραδικά, μερικὰ ἄλλα ἔργα τοῦ Newton: Ἀνέπτυξε τὴ θεωρία τῶν ἀλγεβρικῶν ἐξισώσεων. Ἀπέδειξε τὸ γνωστὸ σήμερα ὑπὸ τὴν ὀνομασία «Θεώρημα τοῦ διωνύμου» (Binomial theorem). Στὴν Ὀπτική, χρησιμοποιώντας πρίσματα τοποθετημένα σὲ κατάλληλη διάταξη, ἀπέδειξε ὅτι τὸ ἡλιακὸ φῶς ἀποτελεῖται ἀπὸ τὰ γνωστά μας χρώματα τοῦ ἡλιακοῦ φάσματος. Τὸ λανθασμένο συμπέρασμα στὸ ὁποῖο εἶχε καταλήξει, ὅτι δηλαδὴ ἡ διάχυση καὶ ἀνάλυση τοῦ φωτὸς σὲ διάφορα χρώματα διὰ τῶν φακῶν ἑνὸς τηλεσκοπίου ἦταν ἀδύνατον νὰ ἀποφευχθεῖ, ὥστε ἡ λαμβανομένη εἰκόνα νὰ εἶναι ἀκριβὴς καὶ ἀχρωματική, τὸν ὁδήγησε, τὸ 1668, στὴν ἐπινόηση ἑνὸς νέου τηλεσκοπίου, τοῦ λεγομένου «ἀνακλαστικοῦ τηλεσκοπίου». Ἀνέπτυξε τοὺς νόμους τῆς διαθλάσεως καὶ ἀνακλάσεως τοῦ φωτὸς καὶ πρότεινε μιὰ θεωρία ἡ ὁποία ὑπεστήριζε ὅτι τὸ φῶς ἀποτελεῖται ἀπὸ σωματίδια τὰ ὁποῖα ἐκπέμπει ἡ φωτεινὴ πηγή.

Καὶ τώρα ἂς ἔρθουμε σὲ μιὰ συμπληρωματική, πιὸ ἐμπεριστατωμένη καὶ πιὸ μεθοδικὴ παρουσίαση τοῦ κύριου ἔργου τοῦ Newton, τοῦ «Philosophiae Natura-

lis Principia Mathematica», τοῦ ὁποίου τὴν 300ὴ ἐπέτειο ἀπὸ τῆς πρώτης δημοσιεύσεώς του τιμοῦμε σήμερα. Πρῶτ' ἀπ' ὅλα θὰ ποῦμε μερικὰ λόγια γιὰ τὴ μορφὴ ὑπὸ τὴν ὁποία παρουσιάσθηκε τὸ ἔργο. Ἡ παροχὴ τῶν κατωτέρω στοιχείων ἀπαίτησε μιὰ ἰδιαίτερη προσπάθεια, πέραν ἐκείνης ποὺ ἀπαιτεῖ μιὰ ἁπλὴ βιβλιογραφικὴ ἔρευνα.

Οἱ ἀποδείξεις τῶν διαφόρων θεωρημάτων ποὺ περιλαμβάνονται στὸ Principia, εἶναι ὅλες γεωμετρικές, δὲν γίνεται δὲ πουθενὰ κάποια νύξη ἢ σχόλιο ποὺ νὰ δικαιολογεῖ τὴ μέθοδο ποὺ χρησιμοποιήθηκε σ' αὐτές. Τὸ γεγονὸς αὐτὸ δημιουργεῖ δυσκολίες στὴν κατανόηση τῶν ἀποδείξεων, δυσκολίες ποὺ γίνονται ἀκόμα μεγαλύτερες ἂν λάβομε ὑπόψη τὸ ἄκρως λακωνικὸ ὕφος τοῦ συγγραφέα καθὼς καὶ τὴν παράλειψη, στὶς ἀποδείξεις, ἐνδιαμέσων συλλογισμῶν οἱ ὁποῖοι κάθε ἄλλο παρὰ εὐνόητοι ἢ προφανεῖς εἶναι γιὰ τὸ μέσο ἀναγνώστη. Τὸ γεγονὸς ὅτι λαμπροὶ μαθηματικοὶ ὅπως ὁ Clairaut καὶ ὁ Lagrange μᾶς βεβαιώνουν ὅτι, γιὰ νὰ παρακολουθήσει κανεὶς τοὺς συλλογισμοὺς στὶς ἀποδείξεις αὐτές, ἀπαιτεῖται μεγάλη, συνεχὴς καὶ συγκεντρωτικὴ προσπάθεια, εἶναι ἐνδεικτικὸ τῶν δυσκολιῶν ποὺ συνάντησαν οἱ σύγχρονοι τοῦ Newton στὴν κατανόηση τοῦ ἔργου του.

Ὁ λόγος γιὰ τὸν ὁποῖο ὁ Newton προτίμησε νὰ παρουσιάσει τὸ ἔργο του ὑπὸ γεωμετρικὴ μορφή, φαίνεται νὰ ὀφείλεται στὸ ὅτι ὁ Ἀπειροστικὸς Λογισμὸς (Fluxional Calculus) ἦταν ἄγνωστος στὴν πλειονότητα τῶν συγχρόνων του. Ἐξάλλου ἂν εἶχε χρησιμοποιήσει τὸν Ἀπειροστικό του Λογισμό, ἐπειδὴ τὰ παρουσιαζόμενα ἀποτελέσματα ἦταν σὲ ἀντίθεση μὲ τὴν ἐπικρατοῦσα φιλοσοφία τῆς ἐποχῆς του, ὑπῆρχε πρῶτ' ἀπ' ὅλα κίνδυνος νὰ ἀμφισβητηθεῖ ἡ νέα χρησιμοποιούμενη μέθοδος, ἐκείνη δηλαδὴ τοῦ Ἀπειροστικοῦ Λογισμοῦ. Ἔτσι ὁ Newton προτίμησε νὰ δώσει στὸ ἔργο του τὴ γεωμετρικὴ μορφή, ἡ ὁποία, ἂν καὶ ἐκτενέστερη, ἦταν ὅμως ἀντιληπτὴ καὶ ἀνωτέρα πάσης «ὑποψίας» ἀπ' τοὺς ἀναγνῶστες του ὡς πρὸς τὴν ὀρθότητα τῆς γεωμετρικῆς μεθόδου.

Τὸ στὺλ τῆς συγγραφῆς εἶναι πανομοιότυπο μὲ ἐκεῖνο ποὺ ἀκολουθεῖ ὁ Εὐκλείδης στὸ μνημειῶδες σύγγραμμά του ΣΤΟΙΧΕΙΑ. Ἡ ἐπιμονὴ τοῦ Newton νὰ χρησιμοποιεῖ μόνο τὴν κλασσικὴ Γεωμετρία καὶ ἡ ἄρνησή του νὰ κάνει χρήση ἀκόμα καὶ τῆς Ἀναλυτικῆς Γεωμετρίας καὶ τῆς Τριγωνομετρίας εἶναι ἡ αἰτία ποὺ τὸ Principia εἶναι γραμμένο σὲ γλώσσα ἀρχαϊκὴ καὶ πολὺ λίγο γνωστὴ στὶς ἐπερχόμενες γενεές.

Ἡ χρήση γεωμετρικῶν μόνο μεθόδων στὸ Principia γιὰ τὴν ἀπόδειξη τῶν διαφόρων προτάσεων, δὲν σημαίνει ὅτι ὁ Newton προτιμοῦσε ὡς μέσο ἔρευνας τὴ Γεωμετρία ἀπὸ τὴν Ἀνάλυση. Ἀντιθέτως, ἡ ἀνακάλυψη τῶν θεωρημάτων του ἐπὶ τῆς Δυναμικῆς πρέπει νὰ ὀφείλονται στὴ χρήση τοῦ Ἀπειροστικοῦ Λογισμοῦ. Εἶναι *ἀναμφισβήτητο ὅτι χρησιμοποίησε τὸν 'Απειροστικὸ Λογισμὸ γιὰ πρώτη φορὰ στὴν ἀνακάλυψη μερικῶν θεωρημάτων ποὺ ἀναγράφονται στὸ τέλος τοῦ Βιβλίου I, καὶ στὸ Βιβλίο II τοῦ Principia. Εἰδικότερα, μιὰ ἀπ' τὶς σπουδαιότερες χρήσεις τοῦ 'Απειροστικοῦ Λογισμοῦ ἀναφέρεται στὸ Βιβλίο II, λῆμμα 2. Ἂς σημειωθεῖ ἐδῶ ὅτι τὴν ἐποχὴ ποὺ δημοσιεύθηκε τὸ Principia καθὼς καὶ στὰ ἑπόμενα ἑκατὸ χρόνια ὁ 'Απειροστικὸς Λογισμὸς δὲν ὑπερεῖχε, ὅπως σήμερα, τῆς γεωμετρικῆς μεθόδου. Παρὰ ταῦτα, ὅταν ὁ Newton χρησιμοποιοῦσε τὸν 'Απειροστικὸ Λογισμό, τὰ ἀποτελέσματα ἦταν ὄντως ἐντυπωσιακά.*

Ἡ διατύπωση τοῦ μεγάλου ἀριθμοῦ πολυπλόκων θεωρημάτων τοῦ Principia στὴ γεωμετρικὴ γλώσσα τοῦ 'Αρχιμήδη καὶ τοῦ 'Απολλωνίου, ἀποτελεῖ ἕνα ἀπὸ τὰ πιὸ ὑπέροχα καὶ μεγαλύτερα πνευματικὰ κατορθώματα ὅλων τῶν ἐποχῶν.

Ὅπως ἀνέφερα καὶ προηγουμένως, τὸ Principia δημοσιεύθηκε τὸ 1687. Τὸ σύγγραμμα ἀρχίζει μὲ μιὰ Εἰσαγωγὴ στὴ Δυναμική, ὅπου δίνονται ὀκτὼ ὁρισμοὶ ποὺ ἀφοροῦν ἔννοιες, ὅπως εἶναι ἡ «μάζα» ἡ «ποσότης κινήσεως» κλπ. Στὴ συνέχεια δίνονται οἱ τρεῖς νόμοι τῆς Δυναμικῆς τοὺς ὁποίους σχολιάσαμε προηγουμένως. Γενικά, παρατηροῦμε ὅτι οἱ νόμοι αὐτοὶ ἑνοποιοῦν (περιλαμβάνουν) τοὺς νόμους τοῦ Kepler, τὴν Κινητικὴ Θεωρία τοῦ Galileo Galilei καὶ τὴ «Θεωρία Αἰωρήσεως» τοῦ Huggens. Οἱ τρεῖς νόμοι τοῦ Newton ἀποτελοῦν τὴν πραγμάτωση τῆς διερευνήσεως τῆς μαθηματικῆς δομῆς τῆς φύσεως, ἀρχῆς ποὺ εἶχε ἐκφράσει ὁ Descartes, καὶ ὅπως τονίσαμε παραπάνω, ἐπηρέασαν οἱ νόμοι αὐτοὶ τὴν μετέπειτα ἀνάπτυξη τῶν φυσικῶν ἐπιστημῶν. 'Αναλυτικότερα τὸ Principia παρουσιάζει τὴν ἀκόλουθη εἰκόνα:

Τὴν Εἰσαγωγὴ στὴ Δυναμικὴ ἀκολουθοῦν τρία βιβλία:

Στὸ 1ο Βιβλίο, τὸ ὁποῖο θὰ μπορούσαμε νὰ ποῦμε ὅτι ἀποτελεῖ τὴν κορωνίδα τοῦ Principia, μελετᾶται ἡ κίνηση τῶν σωμάτων στὸν ἐλεύθερο χῶρο. Μερικὰ ἀπ' τὰ ἀποτελέσματα ποὺ προκύπτουν εἶναι τὰ ἑξῆς:

'Αποδεικνύεται ὅτι ἂν ἕνα σῶμα (π.χ. ἕνας πλανήτης) κινεῖται ἐπὶ μιᾶς τροχιᾶς ὑπὸ τὴν ἐπίδραση δυνάμεως ἀσκουμένης ἀπὸ σταθεροῦ σημείου (π.χ. ἀπ' τὸν Ἥλιο), τότε τὰ χωρία ποὺ διαγράφει ἡ ἀκτίνα ποὺ ἑνώνει τὸ σταθερὸ σημεῖο μὲ τὸ κινούμενο σῶμα παραμένουν πάντοτε ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου, τὰ δὲ ἐμβαδά τους εἶναι ἀνάλογα πρὸς τοὺς χρόνους κατὰ τοὺς ὁποίους διεγράφησαν. 'Επίσης ἀποδεικνύεται ὅτι καὶ τὸ ἀντίστροφο ἀληθεύει: ἂν τὰ ἐμβαδὰ εἶναι ἀνάλογα πρὸς τοὺς χρόνους, τότε ἡ ἐπενεργοῦσα ἐπὶ τοῦ κινουμένου σώματος δύναμη ἀσκεῖται πάντα ἀπὸ ἕνα σταθερὸ σημεῖο.

Ἕνα ἄλλο ἀποτέλεσμα εἶναι ὅτι: ἂν ἡ τροχιὰ ποὺ διαγράφει τὸ σῶμα εἶναι γνωστή, τὸ δὲ κέντρο ἀπὸ τὸ ὁποῖο ἐνεργεῖ ἡ δύναμη εἶναι δεδομένο, τότε ὅλα τὰ στοιχεῖα τῆς δυνάμεως μποροῦν νὰ ὑπολογισθοῦν. Παρέχονται παραδείγματα προσδιορισμοῦ δυνάμεων οἱ ὁποῖες ἀντιστοιχοῦν σὲ δοθεῖσες συγκεκριμένες τροχιές.

Ἐφαρμόζοντας τὰ ἀνωτέρω ἀποτελέσματα στὴν περίπτωση ποὺ ἕνα σῶμα διαγράφει μία κωνικὴ τομή, κινούμενο περὶ μίαν τῶν ἑστιῶν της, ἀποδεικνύεται ὅτι τὸ μέγεθος τῆς ἐπενεργούσας δύναμης εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογο τῆς ἀποστάσεως τοῦ σώματος ἀπὸ τὴν ἑστία, ποὺ σημαίνει ὅτι ὁ 3ος νόμος τοῦ Kepler ἀληθεύει γιὰ ἕνα τέτοιο σύστημα. Ἀντιστρόφως, ἀποδεικνύεται ὅτι, ἂν ἕνα σῶμα ἐκτοξευθεῖ καθ' οἱονδήποτε τρόπον καὶ ἂν αὐτὸ ὑπόκειται στὴν ἐπίδραση δυνάμεως ποὺ ὑπακούει στὸ νόμο αὐτό, τότε ἡ τροχιὰ τοῦ σώματος εἶναι κωνικὴ τομὴ τῆς ὁποίας ἡ μία ἑστία εἶναι τὸ κέντρο τῆς ἐν λόγω δύναμης.

Ἕνα ἄλλο θέμα ποὺ μελετᾶται στὸ 1ο Βιβλίο εἶναι ἡ κατασκευὴ κωνικῆς τομῆς ποὺ ἱκανοποιεῖ πέντε δοθεῖσες συνθῆκες. Διακρίνει κανεὶς καὶ ἐδῶ τὴν ἄκρως ἐφευρετικὴ ἰδιοφυΐα τοῦ Newton, ἀλλὰ καὶ τὸ ὑπερβολικὰ λακωνικὸ ὕφος του. Εἰδικότερα, ὁ Newton ἐπιλαμβάνεται τοῦ προβλήματος κατασκευῆς κωνικῆς τομῆς ὅταν μία ἀπὸ τὶς συνθῆκες ποὺ δίδονται εἶναι μία ἀπὸ τὶς ἑστίες της. Μιὰ τέτοια κατασκευὴ χρησιμεύει εἰδικότερα γιὰ τὴν εὕρεση τῆς τροχιᾶς ἑνὸς κομήτη ἀπὸ τρεῖς μόνο παρατηρήσεις. Τὸ τελευταῖο αὐτὸ πρόβλημα, ὅπως ὁ ἴδιος ὁ Newton ἀναφέρει, ὑπῆρξε ἕνα ἀπὸ τὰ πιὸ δύσκολα ποὺ ἐπέλυσε.

Ἕνα ἄλλο πρόβλημα ποὺ ἐξετάζεται, εἶναι ἡ εὕρεση τῆς ταχύτητας ἀνὰ πᾶσαν στιγμήν, καθὼς καὶ ἡ θέση ἑνὸς σώματος κινουμένου ἐπὶ κωνικῆς τομῆς, ὅταν ἡ ἐπενεργοῦσα δύναμη ἔχει τὸ κέντρο της σὲ μιὰ ἀπὸ τὶς ἑστίες τῆς κωνικῆς τομῆς. Ἐπίσης ἐξετάζονται καὶ τὰ ἀντίστροφα προβλήματα τοῦ προβλήματος αὐτοῦ.

Συντομεύοντας τὴν παρουσίαση τοῦ 1ου Βιβλίου θὰ ἀναφέρω μόνο, ὅτι ἐπιλύονται ποικίλα ἄλλα προβλήματα ἀναφερόμενα στὴν κίνηση σωμάτων ὑπὸ διάφορες συνθῆκες.

Τὸ 2ο Βιβλίο ἀσχολεῖται μὲ τὴν κίνηση τῶν σωμάτων ἐντὸς μέσου ποὺ παρουσιάζει ἀντίσταση. Σχετικὸ παράδειγμα ἀποτελεῖ ἡ Ὑδρομηχανική. Τὸ βιβλίο αὐτὸ παρὰ τὸ γεγονὸς ὅτι διακρίνεται καὶ αὐτὸ γιὰ τὴν ἴδια ἰδιοφυὴ διαισθητικὴ ἐφευρετικότητα ποὺ παρουσιάζει τὸ 1ο Βιβλίο, καὶ παρὰ τὸ γεγονὸς ὅτι ἀπετέλεσε τὴ βάση γιὰ τὶς ἐργασίες τῶν Daniel Bernouilli, Clairaut, D'Alembert, Euler καὶ Laplace, δὲν μπορεῖ νὰ θεωρηθεῖ ὅτι ἔχει τὴν ἴδια πληρότητα καὶ μοναδικότητα ποὺ ἔχει τὸ πρῶτο.

Τὸ 3ο Βιβλίο ἀσχολεῖται κυρίως μὲ τὴν ἐφαρμογὴ τῶν ἀποτελεσμάτων τοῦ 1ου Βιβλίου στὸ ἡλιακὸ σύστημα. Ἐδῶ εἰσάγονται κατ' ἀρχὴν οἱ «κανόνες τοῦ φιλοσοφεῖν» θὰ λέγαμε, ποὺ ἀκολουθοῦνται σ' αὐτὸ καὶ οἱ ὁποῖοι εἶναι οἱ ἑξῆς:

1. Ὑποθέτομε ὅτι αἰτίες ποὺ δύνανται νὰ προκαλέσουν ἕνα φαινόμενο εἶναι

ἐκεῖνες μόνο οἱ αἰτίες οἱ ὁποῖες γενόμενες δεκτές, (α) ἑρμηνεύουν τὸ φαινόμενο καὶ (β) ἡ σχέση ποὺ ὑπάρχει μεταξὺ αὐτῶν καὶ τοῦ φαινομένου ἀποδεικνύεται διὰ τρόπου ὁ ὁποῖος εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ φαινομένου.

2. Τὰ αὐτὰ ἀποτελέσματα ὀφείλονται στὶς αὐτὲς αἰτίες.

3. Οἱ ἰδιότητες τῶν σωμάτων οἱ ὁποῖες διαπιστώνονται πειραματικὰ ὅτι εἶναι ἀμετάβλητες, ὑποτίθεται ὅτι παραμένουν ἐπίσης ἀμετάβλητες καὶ σὲ χώρους ὅπου δὲν μποροῦμε νὰ πειραματισθοῦμε.

Στὴ συνέχεια ὁ Newton ἐπεξηγεῖ τὸν καθολικὸ χαρακτήρα τοῦ Νόμου τῆς Βαρύτητας καὶ περιγράφει ἐν συντομίᾳ τὶς ἀρχὲς ποὺ τὸν ὁδήγησαν στὴ σκέψη ὅτι τὸ ἡλιακὸ σύστημα εἶναι εὐσταθές. Ὑπολογίζει τὴ μάζα τῆς Σελήνης, τὶς μάζες τῶν πλανητῶν καθὼς καὶ τὶς ἀποστάσεις αὐτῶν ἀπὸ τὸν Ἥλιο. Ἂν ἐξαιρέσομε τὴν περίπτωση τῆς Σελήνης, οἱ ὑπόλοιποι ὑπολογισμοὶ εἶναι πολὺ ἀκριβεῖς. Στὴν 1η ἔκδοση τοῦ Principia, ὁ λόγος τῆς μάζας τῆς Σελήνης πρὸς ἐκείνην τῆς Γῆς ἀναφέρεται ὅτι ἰσοῦται μὲ 1:26, ἐνῶ στὴ 2η καὶ 3η ἔκδοση ὁ λόγος αὐτὸς εὑρίσκεται ὅτι εἶναι πολὺ κοντὰ στὸ 1:40.

Ἐπιπλέον στὸ βιβλίο αὐτὸ ὁ Newton παρέχει μέθοδο εὑρέσεως τῶν στοιχείων τῶν κομητῶν ἂν ἔχουν προηγηθεῖ τρεῖς μόνο παρατηρήσεις, ἐφαρμόζει δὲ τὴ μέθοδό του σὲ διαφόρους συγκεκριμένους κομῆτες. Ἂς σημειωθεῖ ὅτι μέχρι τὴν ἐποχὴ ἐκείνη ἐπικρατοῦσε ἡ ἀντίληψη ὅτι οἱ κομῆτες δὲν εἶχαν καμιὰ σχέση μὲ τὸ ἡλιακὸ σύστημα.

Τέλος στὸ Principia, ὁ Newton καταλήγει σὲ ἕνα γενικὸ σχόλιο, ὅπου ἀναφέρεται στὴ δομὴ καὶ στὴ δημιουργία τοῦ Σύμπαντος καθὼς καὶ στὸ αἰώνιο, ἄπειρο καὶ τέλειο ΟΝ τὸ ὁποῖο τὸ κυβερνᾷ.

Τὴν 1η ἔκδοση τοῦ Principia ἀκολούθησαν δύο ἀκόμη ἐκδόσεις πρὶν ἀπὸ τὸ θάνατο τοῦ Newton, ἐκεῖνες τοῦ 1713 καὶ τοῦ 1726.

Θὰ κλείσομε τὴν ὁμιλία αὐτὴ μὲ μερικὲς ἀκόμα ἀναφορὲς στὸ ἔργο καὶ στὴν προσωπικότητα τοῦ γίγαντος αὐτοῦ τοῦ πνεύματος.

Ὁ Newton συνέγραψε τὰ δύο πρῶτα βιβλία τοῦ Principia σὲ ἑπτὰ μόνο μῆνες.

Ἕνα ἄλλο παράδειγμα, ποὺ πραγματικὰ καταπλήσσει πολλούς, εἶναι ἡ λύση ποὺ ἔδωσε σὲ ἕνα πρόβλημα ποὺ εἶχε θέσει ὁ Ἕλληνας μαθηματικὸς Πάππος τῆς Ἀλεξανδρείας (ἀρχὲς τοῦ 4ου αἰώνα), στὸ ὁποῖο ζητεῖται νὰ εὑρεθεῖ ὁ γεωμετρικὸς τόπος τῶν σημείων τὰ ὁποῖα ἔχουν τὴν ἑξῆς ἰδιότητα: Ἂν Α εἶναι ἕνα σημεῖο τοῦ τόπου, τότε ὁ λόγος τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ ὀρθογωνίου μὲ διαστάσεις τὶς ἀποστάσεις τοῦ Α ἀπὸ δοθὲν ζεῦγος εὐθειῶν, πρὸς τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ὀρθογωνίου μὲ διαστάσεις τὶς ἀποστάσεις τοῦ Α ἀπὸ ἕνα ἄλλο δοθὲν ζεῦγος εὐθειῶν, εἶναι σταθερός.

Ὅλοι σχεδὸν οἱ μεγάλοι γεωμέτρες, ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τοῦ Ἀπολλωνίου, ποὺ εἶχαν ἐπιχειρήσει νὰ δώσουν γεωμετρικὴ λύση στὸ πρόβλημα αὐτὸ εἶχαν ἀποτύχει. Ὁ Descartes στὴν προσπάθειά του νὰ λύσει τὸ πρόβλημα τοῦ Πάππου, ὁδηγήθηκε στὴν ἀνακάλυψη τῆς Ἀναλυτικῆς Γεωμετρίας. Ὁ Newton, ἀντίθετα μὲ τοὺς προηγούμενους, ἀπέδειξε, χωρὶς νὰ δυσκολευθεῖ πολύ, ὅτι ὁ ζητούμενος γεωμετρικὸς τόπος ἦταν μιὰ κωνικὴ τομή.

Ὁ Lagrange ὅταν προέτρεπε τοὺς φοιτητές του νὰ ἐπιδοθοῦν στὴ μελέτη τῆς Μαθηματικῆς Ἀναλύσεως ἔλεγε: Ἡ Γεωμετρία εἶναι ἕνα πολὺ ἰσχυρὸ τόξο τὸ ὁποῖο μόνο ὁ Newton μπορεῖ νὰ χρησιμοποιήσει τέλεια.

Τὸ 1697 ὁ Ἑλβετὸς μαθηματικὸς Jean Bernouilli (1667-1748) ἔθεσε πρὸς λύση στὸν μαθηματικὸ κόσμο τῆς ἐποχῆς ἐκείνης τὸ ἑξῆς πρόβλημα: Δίδονται δύο σταθερὰ σημεῖα Α καὶ Β, καὶ ζητεῖται νὰ προσδιορισθεῖ ἡ καμπύλη τὴν ὁποία θὰ ἀκολουθήσει ἕνα σωματίδιο γιὰ νὰ μεταβεῖ, ὑπὸ τὴν ἐπίδραση ἑνὸς πεδίου βαρύτητας, ἀπὸ τὸ Α στὸ Β, στὸν ἐλάχιστο δυνατὸ χρόνο. (Πρόβλημα τοῦ Βραχυστοχρόνου).

Ὁ Leibniz, ὁ ὁποῖος ἔλυσε τὸ πρόβλημα σὲ διάστημα μεγαλύτερο τῶν ἕξι μηνῶν, πρότεινε ὅπως τεθεῖ αὐτὸ ὑπόψη τοῦ Newton καθὼς καὶ ἄλλων μαθηματικῶν. Ὁ Newton ἔλαβε τὸ πρόβλημα στὶς 29 Ἰανουαρίου 1697 καὶ ἔδωσε πλήρη λύση τὴν ἑπομένη ἡμέρα. Ἔστειλε τὴ λύση ἀνωνύμως στὸν Bernouilli, ὁ ὁποῖος ὅμως ἀνεγνώρισε τὸν λύτη ὅπως ἀναγνωρίζει κανεὶς «ἐξ ὄνυχος τὸν λέοντα».

Τὸ 1716 ζητήθηκε ἀπ' τὸν Newton νὰ προσδιορίσει τὶς ὀρθογώνιες τροχιὲς μιᾶς συγκεκριμένης οἰκογενείας καμπύλων. Ἡ ἀπάντηση δόθηκε ἐντὸς πέντε ὡρῶν, καὶ μαζὶ μ' αὐτὴν δόθηκαν οἱ γενικὲς ἀρχὲς προσδιορισμοῦ τροχιῶν.

Εἶναι σχεδὸν ἀδύνατον νὰ περιγράψει κανεὶς τὸν ἀντίκτυπο ποὺ εἶχαν οἱ ἐργασίες τοῦ Newton στὰ Μαθηματικὰ καθὼς καὶ στὶς ἄλλες ἐπιστῆμες, χωρὶς νὰ κατηγορηθεῖ ὅτι καταφεύγει σὲ ὑπερβολές. Ὅμως πρέπει νὰ τονίσομε ὅτι ἂν τὸ ἐπίπεδο τῆς μαθηματικῆς γνώσης τὸ 1669 (περίπου δηλαδὴ μετὰ τὸ θάνατο τῶν Fermat καὶ Pascal) συγκριθεῖ μὲ ἐκεῖνο τοῦ 1687, ὅταν δημοσιεύθηκε τὸ Principia, θὰ παρατηρήσομε ὅτι ἡ πρόοδος ὑπῆρξε τεραστία. Πράγματι μποροῦμε νὰ ποῦμε, χωρὶς νὰ ὑπερβάλλομε, ὅτι χρειάσθηκαν περισσότερα ἀπὸ πενήντα χρόνια γιὰ νὰ μπορέσουν οἱ μαθηματικοὶ νὰ ἀφομοιώσουν τὸ ἔργο ποὺ παρήγαγε ὁ Newton μέσα σὲ εἴκοσι χρόνια, τὸ ἔργο τὸ ὁποῖο χαρακτηρίσθηκε ἀπὸ τοὺς μεγάλους μαθηματικοὺς τῶν μετέπειτα χρόνων ὡς ἕνα ἀπ' τὰ πιὸ ὑπέροχα δημιουργήματα ποὺ ποτὲ παρήγαγε ὁ ἀνθρώπινος νοῦς.

Ὁ Largange μελετώντας τὸ Principia ὁμολογεῖ ὅτι παρέμεινε ἔκθαμβος μπροστὰ στὶς ἱκανότητες ποὺ ἔχει ἡ ἀνθρωπίνη διάνοια. Ὁ Newton, συνεχίζει ὁ Lagrange, ἦταν καὶ τυχερὸς καθόσον, ἀφοῦ ὑπάρχει ἕνα μόνο Σύμπαν, δὲν μπορεῖ *παρὰ ἕνας νὰ εἶναι ὁ τυχερὸς ὁ ὁποῖος θὰ ἑρμηνεύσει τοὺς νόμους του.*

Ὁ Laplace ποὺ ἦταν πάντα φειδωλὸς στοὺς ἐπαίνους του, συνήθιζε συχνὰ νὰ ἀπαριθμεῖ τοὺς λόγους γιὰ τοὺς ὁποίους τὸ Principia θὰ κατέχει πάντα μιὰ ἀπὸ τὶς πρῶτες θέσεις μεταξὺ τῶν δημιουργημάτων τῆς ἀνθρώπινης διάνοιας.

Ὁ Gauss, ὁ ὁποῖος γιὰ ὅλους τοὺς ἄλλους μεγάλους μαθηματικοὺς ἢ φιλοσόφους μεταχειριζόταν τὰ ἐπίθετα magnus ἢ clarus ἢ clarissimus, γιὰ τὸν Newton μόνο χρησιμοποιοῦσε τὴ λέξη summus.

Τέλος ὁ Γάλλος φυσικὸς καὶ ἀστρονόμος Jean-Baptiste Biot (1774-1862) γράφοντας κάποτε, μὲ πρόθεση μᾶλλον νὰ ὑποβαθμίσει ἴσως τὶς ἔρευνες τοῦ Newton στὸν Ἀπειροστικὸ Λογισμό, καταλήγει, σχεδὸν ἀκούσια, στὴν ἀκόλουθη δήλωση:

«Comme géomètre et comme expérimentateur, Newton est sans égal; par la réunion de ces deux genres de génies à leur plus haut degré il est sans exemple».

Αὐτὸς σὲ πολὺ γενικὲς καὶ ἁδρὲς γραμμὲς ἦταν ὁ Sir Isaac Newton.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. *D. T. Whiteside (ed.): Sir Isaac Newton, Mathematical works, Jhonson Reprint, I,* 1964; *II.* 1969.
2. *D. T. (ed.): Sir Isaac Newton, Mathematical papers. Cambridge Univ. Press, I,* 1967; *II,* 1968; *III,* 1969; *IV,* 1971; *V,* 1972; *VI,* 1974; *VII,* 1976; *VIII,* 1981.
3. *I. Newton, Philosophiae Naturalis Principia Mathematica, London,* 1687; *English translation, Mathematical principles of natural philosophy trans. by A. Motte in* 1729, *Univ. of California Press,* 1934.
4. *D. Brewster, Memoirs of the life, Writings, and Discoveries of Sir Isaac Newton, Constable,* 1855.