

ταλήγομεν νὰ ἔχωμεν πρὸς ἀπόδειξιν γινόμενον δύο συναρτήσεων διὰ τὸ ὅποιον ὁμῶς ἔχομεν ἤδη ἀποδείξει τὴν πρότασιν. Προκειμένου διὰ γινόμενον τεσσάρων συναρτήσεων, θεωροῦμεν τρεῖς συναρτήσεις ὡς ἓνα παράγοντα καὶ καταλήγομεν πάλιν εἰς γινόμενον δύο συναρτήσεων. Καὶ γενικῶς, ὅταν ἔχωμεν γινόμενον  $n + 1$  τὸ πλῆθος συναρτήσεων, θεωροῦμεν ὡς ἓνα παράγοντα  $n$  τὸ πλῆθος συναρτήσεων καὶ καταλήγομεν πάλιν εἰς τὴν ἀπόδειξιν τῆς συνεχείας τοῦ γινομένου δύο συναρτήσεων. Εἶναι φανερὰ ἐκ τῶν ἀνωτέρω ἡ ἀκριβολογία καὶ ἡ γενίκευσις τοῦ ὄρισμοῦ τοῦ ἀναδρομικοῦ συλλογισμοῦ ὑπὸ τοῦ Ἄριστοτέλους, καθ' ὃν μαθηματικὴ πρότασις ἔχει καθόλου ἰσχύν, ἐὰν εἶναι δυνατὸν ν' ἀποδειχθῇ εἰς τὴν πρώτην τυχούσαν περίπτωσιν εἰς ἣν αὕτη ἀναφέρεται.

Ἡ τυχούσα περίπτωσις τοῦ θεωρήματος, ὅτι τὸ πλῆθος τῶν πρώτων ἀριθμῶν εἶναι μεγαλύτερον παντὸς δοθέντος πλῆθους πρώτων ἀριθμῶν εἶναι, ὡς ἀνωτέρω μνημονεύεται, ἡ θεώρησις δοθέντων τριῶν πρώτων ἀριθμῶν, ὁπότε ἀποδεικνύεται ὅτι ὑπάρχει καὶ τέταρτος πρώτος ἀριθμὸς, ἥτοι ὅτι ἀληθεύει ἡ πρότασις γενικῶς.

#### ZUSAMMENFASSUNG

G. Vacca machte 1910 aufmerksam auf die Verwendung des Schlusses der Vollständigen Induktion in den Sätzen 8 und 9 des IX. Buches der Elemente von Euklid. E. Stamatis teilt mit, dass Euklid diese Beweismethode auf viele anderen Sätze der Elemente anwendet. Seine Behauptung stützt er, beispielweise, auf den Beweis des 20. Satzes des IX. Buches der Elemente.

ΑΣΤΡΟΜΕΤΕΩΡΟΛΟΓΙΑ.— **Expression de la radiation solaire en fonction de la longitude du Soleil en 11 stations de l'hémisphère Nord**, par *Jean Xanthakis*\*. Ἀνεκοινώθη ὑπὸ τοῦ κ. Βασ. Αἰγινήτου.

#### SUMMARY

«Let us denote by  $S_i$ ,  $i = 1, 2 \dots 6$  the mean values of the solar radiation for the months January, February, . . . . June and by  $S_{13-i}$ , the corresponding values for the months December, November, . . . . July.

The observations of the solar radiation at 11 stations of the northern hemisphere (see tables I and II) show that:

\* **ΙΩ. ΞΑΝΘΑΚΗΣ**, Ἐκφρασις τῆς ἡλιακῆς ἀκτινοβολίας συναρτήσεως τοῦ μήκους τοῦ Ἡλίου εἰς 11 τόπους τοῦ Βορ. ἡμισφαιρίου.

$$\frac{S_i}{S_{13-i}} = \frac{P}{1 - e \cdot \cos(L_i - W)}$$

$$\frac{1}{2} (S_i + S_{13-i}) = A + C \sin(L_i - V)$$

where,  $L_i$  stands for the longitude of the Sun at the middle of the months January, February, . . . . June and  $P, e, W, A, C, V$  are six constants determined by the observations. If,

$$S_E = \frac{1}{2} (S_6 + S_7), \quad S_H = \frac{1}{2} (S_1 + S_{12}), \quad g = (S_i - S_3) + (S_9 - S_{10})$$

it can be shown that:

$$\frac{S_E - S_H}{g} = C^{te}$$

From the above relations can easily get the developments of  $S_i$  and  $S_{13-i}$  in terms of the longitude of the Sun (see relations 18).

I. Si nous appelons  $S_i, i=1, 2, \dots, 6$  les quantités moyennes mensuelles de la radiation solaire que reçoit la surface de la Terre, supposée sans atmosphère, pendant les mois de Janvier, Février, . . . . Juin et  $S_{13-i}$  les mêmes quantités pour les mois de Décembre, Novembre, . . . . Juillet, on a <sup>1</sup>:

$$(1) \quad \frac{S_i}{S_{13-i}} = \frac{P_o}{1 - e_o \cdot \cos(L_i - 9^\circ)}, \quad i=1, 2, \dots, 6$$

ou,  $L_i$  est la longitude du Soleil pour le milieu des mois de Janvier, Février, . . . . Juin et  $P_o, e_o$  deux constantes.

La présence de l'atmosphère modifie seulement les valeurs de  $P, e$  et de l'angle de phase, c'est-à-dire que dans le cas de l'atmosphère, la relation (1) devient:

$$(2) \quad \frac{S_i}{S_{13-i}} = \frac{P}{1 - e \cos(L_i - W)}, \quad i=1, 2, \dots, 6$$

La relation (2) qui représente le rapport  $\frac{S_i}{S_{13-i}}$  des radiations moyennes mensuelles du Soleil par le rayon vecteur d'une ellipse a été vérifié<sup>2</sup> par

<sup>1</sup> J. XANTHAKIS: «Justification théorique d'une relation empirique entre les valeurs moyennes mensuelles de la température de l'air et de la radiation solaire». *Praktika de l'Académie d'Athènes*, t. 27, p. 168 - 178, 1952.

<sup>2</sup> J. XANTHAKIS: «Sur une relation entre les valeurs moyennes mensuelles de la radiation solaire en 12 stations de l'hémisphère Nord» *Praktika de l'Académie d'Athènes*, t. 26, p. 208 - 218, 1951.

les données numériques des observations de la radiation solaire en 11 stations de l'hémisphère Nord.

La table I donne les noms des stations considérées et les valeurs numériques correspondantes de P, e et W. D'après cette table on constate que les valeurs du paramètre P ne diffèrent pas beaucoup de l'unité tandis-que les valeurs de l'excentricité e et de l'angle de phase W varient sensiblement d'un lieu à l'autre.

**Table I.**

STATION	P	e	W	φ	H
* Locarno - Monti	1,071	0,200	- 20°	46°	380 <sup>m</sup>
* Zurigo . . . . .	1,077	0,170	- 20	47 23	493 <sup>m</sup>
* Davos . . . . .	1,036	0,245	0	46 50	1590 <sup>m</sup>
** Miami . . . . .	0,960	0,150	- 2	25 26	—
** La Jolia . . . . .	0,967	0,230	+ 15	32 52	27 <sup>m</sup>
** Fresno . . . . .	1,022	0,090	- 7	36 43	91 <sup>m</sup>
** Washington . . . . .	1,050	0,095	- 25	38 34	121 <sup>m</sup>
** New-York . . . . .	1,022	0,190	- 12	40 27	48 <sup>m</sup>
** Lincoln . . . . .	1,003	0,190	- 15	40 49	370 <sup>m</sup>
** Madison . . . . .	1,055	0,220	- 30	43 5	297 <sup>m</sup>
** Fairbanks . . . . .	1,263	0,520	- 22	64 51	169 <sup>m</sup>

Soit maintenant la relation déjà montrée <sup>1</sup>

$$S_m = \frac{T}{2\pi^2} \cdot \frac{I_0 b_0}{\alpha^2 \sqrt{1 - e^2}} \left[ 1 + K \cdot \sin L_m \right]$$

$m = 1, 2, \dots, 12$

où,  $S_m$  représente les valeurs moyennes mensuelles de la radiation solaire que reçoit la surface de la Terre supposée sans atmosphère,  $L_m$  la longitude du Soleil pour le milieu de chaque mois,  $T$  l'année sidérale,  $I_0$  la constante solaire,  $\alpha$  et  $e$  le demi-grand axe et l'excentricité de l'orbite terrestre.

\* J. C. THAMS, «La radiazione del Sole + Cielo» Geof. pure et applicata, vol. XIV, Fasc. 1 - 2.

\*\* IRVING F. HAND, «Weekly means of daily totals of solar and sky radiation on a horizontal surface . . .» Monthly Weather Review, t. 65, 1937.

<sup>1</sup> Praktika de l'Académie d'Athènes t. 27, p. 170, 1952.

Quant aux quantités  $b_0$  et  $K$  elles sont définies par les relations suivantes <sup>1</sup>:

$$b_0 = \cos \varphi \left[ 1 + \frac{1}{2^2} \binom{2}{1} \alpha_1 \sin^2 \varepsilon + \frac{1}{2^4} \binom{4}{2} \alpha_2 \sin^4 \varepsilon + \dots \right]$$

$$K = \frac{\pi \sin 15^\circ}{2 \cdot 15 \cdot b_0} \sin \varepsilon \cdot \sin \varphi$$

où  $\varphi$  est la latitude géographique et  $\varepsilon$  l'obliquité de l'équateur sur l'écliptique.

D'après les notations précédentes on a:

$$(3) \quad S_i = \frac{T}{2\pi^2} \frac{I_0 \cdot b_0}{\alpha^2 \sqrt{1-e^2}} \left[ 1 + K \cdot \sin L_i \right]$$

$$S_{13-i} = \frac{T}{2\pi^2} \frac{I_0 \cdot b_0}{\alpha^2 \sqrt{1-e^2}} \left[ 1 + K \sin L_{13-i} \right]$$

$$i = 1, 2, \dots, 6$$

Si l'on pose:

$$(4) \quad Q = \frac{T}{2\pi^2} \frac{I_0 \cdot b_0}{\alpha^2 \sqrt{1-e^2}}$$

on a:

$$S_i + S_{13-i} = Q \left[ 2 + 2 K \sin \frac{1}{2} (L_i + L_{13-i}) \cos \frac{1}{2} (L_i - L_{13-i}) \right]$$

et puisque on a approximativement:

$$\sin \frac{1}{2} (L_i + L_{13-i}) = -\cos 8^\circ, \quad \cos \frac{1}{2} (L_{13-i} - L_i) = -\sin (L_i - 9^\circ), \quad i = 1, 2, 3$$

$$\sin \frac{1}{2} (L_i + L_{13-i}) = \cos 8^\circ, \quad \cos \frac{1}{2} (L_{13-i} - L_i) = \sin (L_i - 9^\circ), \quad i = 4, 5, 6$$

la relation précédente devient:

$$(5) \quad \frac{1}{2} (S_i + S_{13-i}) = Q + \mathcal{H} \sin (L_i - 9^\circ)$$

$$(6) \quad \mathcal{H} = Q \cdot K \cdot \cos 8^\circ$$

la relation (5) donne la demi-somme des radiations  $S_i$  et  $S_{13-i}$  que reçoit la surface de la Terre supposée sans atmosphère. Dans le cas de l'atmosphère, les observations en 11 stations de l'hémisphère Nord (voir table I) montrent que les valeurs numériques de  $S_i$  et  $S_{13-i}$  remplissent une relation de la même forme que (5), c'est-à-dire:

<sup>1</sup> M. MILANKOVITCH, «Théorie mathématique des phénomènes thermiques produits par la radiation solaire», Paris 1920.

$$(7) \quad \frac{1}{2} (S_i + S_{13-i}) = A + C \cdot \sin(L_i - V)$$

avec la seule différence que l'angle de phase  $V$  ne reste pas constant mais varie sensiblement d'un lieu à l'autre.

## 2. Détermination des constantes $A$ , $C$ et $V$ .

Du système des équations (7) on a :

$$(S_2 - S_1) + (S_{11} - S_{12}) = 4 C \cos \frac{1}{2} (L_1 + L_2 - 2V) \sin \frac{1}{2} (L_2 - L_1)$$

$$(S_3 - S_2) + (S_{10} - S_{11}) = 4 C \cos \frac{1}{2} (L_2 + L_3 - 2V) \sin \frac{1}{2} (L_3 - L_2)$$

$$(S_4 - S_3) + (S_9 - S_{10}) = 4 C \cos \frac{1}{2} (L_3 + L_4 - 2V) \sin \frac{1}{2} (L_4 - L_3)$$

$$(S_5 - S_4) + (S_8 - S_9) = 4 C \cos \frac{1}{2} (L_4 + L_5 - 2V) \sin \frac{1}{2} (L_5 - L_4)$$

$$(S_6 - S_5) + (S_7 - S_8) = 4 C \cos \frac{1}{2} (L_5 + L_6 - 2V) \sin \frac{1}{2} (L_6 - L_5)$$

ou, approximativement :

$$(S_2 - S_1) + (S_{11} - S_{12}) = 4 C \sin 15^\circ \cos [(V - 9^\circ) + 60^\circ]$$

$$(S_3 - S_2) + (S_{10} - S_{11}) = 4 C \sin 15^\circ \cos [(V - 9^\circ) + 30^\circ]$$

$$(8) \quad (S_4 - S_3) + (S_9 - S_{10}) = 4 C \sin 15^\circ \cos (V - 9^\circ)$$

$$(S_5 - S_4) + (S_8 - S_9) = 4 C \sin 15^\circ \cos [(V - 9^\circ) - 30^\circ]$$

$$(S_6 - S_5) + (S_7 - S_8) = 4 C \sin 15^\circ \cos [(V - 9^\circ) - 60^\circ]$$

Si l'on pose :

$$(9) \quad f_1 = (S_{10} - S_{11}) + (S_{11} - S_{12}) + (S_2 - S_1) + (S_3 - S_2)$$

$$f_2 = (S_5 - S_4) + (S_8 - S_9) + (S_7 - S_8) + (S_6 - S_5)$$

$$(10) \quad g = (S_4 - S_3) + (S_9 - S_{10})$$

on a :

$$f_2 - f_1 = 4 (1 + \sqrt{3}) \cdot C \cdot \sin 15^\circ \cdot \sin (V - 9^\circ)$$

$$g = 4 \cdot C \sin 15^\circ \cdot \cos (V - 9^\circ)$$

d'où

$$(11) \quad \operatorname{tg} (V - 9^\circ) = \frac{1}{1 + \sqrt{3}} \frac{f_2 - f_1}{g}$$

La relation (11) donne l'angle de phase  $V$  en fonction des différences successives (9) et (10) des radiations moyennes mensuelles.

On trouve aussi facilement que :

$$(12) \quad C = \frac{1}{2(\sqrt{2} + \sqrt{6})} \left\{ \sum_{J=4}^9 S_J - \sum_{J=10}^3 S_J \right\} \sec (V - 9^\circ)$$

$$(13) \quad A = \frac{1}{12} \sum_1^{12} S_J + \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{6} C \cdot \sin (V - 9^\circ)$$

où,  $\sum_{J=4}^9 S_J$  représente la somme des valeurs moyennes mensuelles de la radiation solaire observées pendant les mois Avril, . . . Septembre et  $\sum_{J=10}^3 S_J$  la somme des valeurs des mêmes quantités pour les mois d'Octobre, Novembre, . . . Mars.

De la relation (11) on conclue que :

a) Si  $V = 9^\circ$  on a  $f_1 = f_2$

b) Si  $V < 9^\circ$ ,  $f_1 > f_2$ , puisque  $g$  est toujours positif pour les lieux de l'hémisphère Nord et

c) Si  $V > 9^\circ$ ,  $f_1 < f_2$

On peut mettre ces résultats sous une autre forme plus significative ; en effet, si l'on pose :

$$(14) \quad \begin{aligned} \frac{1}{2} (S_6 + S_7) &= S_E, & \frac{1}{2} (S_1 + S_{12}) &= S_H \\ \frac{1}{2} (S_3 + S_4) &= S_I, & \frac{1}{2} (S_9 + S_{10}) &= S_{II} \end{aligned}$$

on a, en vertu de (9) et (10)

$$f_2 - f_1 = (S_6 + S_7) + (S_1 + S_{12}) - (S_3 + S_4) - (S_9 + S_{10})$$

ou

$$(15) \quad \frac{1}{2} (f_2 - f_1) = (S_E + S_H) - (S_I + S_{II})$$

où,  $S_E$  et  $S_H$ , on peut dire, qu'elles représentent les valeurs moyennes de la radiation solaire au voisinage des solstices (Juin, Juillet et Décembre, Janvier) et  $S_I$ ,  $S_{II}$  les mêmes quantités au voisinage des équinoxes (Mars, Avril et Septembre, Octobre).

D'après (15) la relation (11) s'écrit :

$$(16) \quad \operatorname{tg} (V - 9^\circ) = \frac{2}{1 + \sqrt{3}} \cdot \frac{(S_E + S_H) - (S_I + S_{II})}{g}$$

on conclue donc que :

1) Si  $V = 9^\circ$ ,  $S_E + S_H = S_I + S_{II}$  c'est-à-dire la somme des valeurs moyennes de la radiation solaire au voisinage des Solstices est égal à la

somme des valeurs moyennes de la radiation solaire au voisinage des équinoxes.

2) Si  $V < 9^\circ$ ,  $S_E + S_H < S_I + S_{II}$ . Ainsi, à Washington où  $V = -1^\circ$ , on a:

$$\begin{aligned} S_E + S_H &= 327,2 \\ S_I + S_{II} &= 347,5 \end{aligned}$$

3) Enfin, si  $V > 9^\circ$ , on a:  $S_E + S_H > S_I + S_{II}$ . Ce cas se présente à Madison et à Fairbanks, où on a:

Madison	( $V = 12^\circ$ )	$S_E + S_H = 327,5$
		$S_I + S_{II} = 321,2$
Fairbanks	( $V = 17^\circ$ )	$S_E + S_H = 237,5$
		$S_I + S_{II} = 207,8$

### 3. Le rapport $\frac{S_E - S_H}{g}$

En ajoutant les deux premiers termes et les deux derniers des équations (8), on a:

$$\left[ (S_6 + S_7) + (S_1 + S_{12}) \right] - \left[ (S_4 - S_3) + (S_9 - S_{10}) \right] = 8.C \sin 15^\circ \left[ \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \right] \cdot \cos (V - 9^\circ) \text{ et puisque :}$$

$$(S_4 - S_3) + (S_9 - S_{10}) = 4 C \sin 15^\circ \cdot \cos (V - 9^\circ)$$

on a:

$$\frac{(S_6 + S_7) + (S_1 + S_{12})}{(S_4 - S_3) + (S_9 - S_{10})} = 2 + \sqrt{3}$$

Ou, en vertu de (10) et (14)

$$(17) \quad \frac{S_E - S_H}{g} = \frac{1}{2} (2 + \sqrt{3}) = 1,87$$

D'où, on conclue que, pour tous les lieux pour lesquels la relation (7) est remplie, le rapport.

$$q = \frac{(S_E - S_H)}{g}$$

doit être presque constant<sup>1</sup>

<sup>1</sup> En réalité le rapport précédent dépend des  $\sin \frac{1}{2} (L_1 - L_2), \dots \dots \dots \cos \frac{1}{2} (L_1 + L_2 - 2V), \dots$  que nous prenons approximativement égales à  $\sin 15^\circ$  et à  $\cos (V - 9^\circ)$  que nous prenons égale à l'unité.

Table II.

STATION	$S_E$	$S_H$	$g$	$q$	écart %	Intervalle des observations
Locarno - Monti . . . . .	695,0	182	259	1,94	3,8 %	10 ans
Zurigo . . . . .	698,5	147	305	1,81	3,2 %	10 »
Davos . . . . .	750,5	166	290	2,02	8,0 %	10 »
Miami . . . . .	513,3	297,2	106,4	2,03	8,6 %	6 »
La Jolia . . . . .	451,5	248,6	120	1,69	7,5 %	6 »
Frenso . . . . .	693,8	170,6	278,7	1,88	0,6 %	8 »
Washington . . . . .	500,0	154,6	167	2,07	10,7 %	22 »
New-York . . . . .	438,5	111,7	177	1,85	1,1 %	12 »
Lincoln . . . . .	573,5	184,0	179	2,17	16,2 %	20 »
Madison . . . . .	520,5	139,5	191,5	1,99	6,4 %	26 »
Fairbanks . . . . .	464,6	10,2	306,6 <sup>1</sup>	1,49	15,0 %	5 »
Moyen . . . . .				1,90	7,4 %	

De la table II qui donne les valeurs observées des  $S_E$ ,  $S_H$ ,  $g$  et du rapport  $q = \frac{(S_E - S_H)}{g}$  pour les 11 stations considérées, on constate que l'écart moyen des valeurs de  $q$ , données par les observations, est 7 pour cent à peu près de la valeur «théorique» 1,87.

#### 4. Développement des valeurs moyennes mensuelles de la radiation en fonction de la longitude du Soleil.

A l'aide des équations (2) et (7) on peut avoir aisément le développement des radiations  $S_i$  et  $S_{13-i}$  en fonction de la longitude du Soleil. En effet, des (2) et (7) on a:

$$\left[ 1 + \frac{P}{1 - e \cos(L_i - W)} \right] \cdot S_i = \frac{2P}{1 - e \cdot \cos(L_i - W)} [A + C \sin(L_i - V)]$$

$$\left[ 1 + \frac{P}{1 - e \cdot \cos(L_i - W)} \right] \cdot S_{13-i} = 2 \left[ A + C \cdot \sin(L_i - V) \right]$$

Ou, en négligeant les termes d'ordre supérieur on a avec une approximation satisfaisante:



$$\begin{aligned}
 S_i &= \frac{2P}{P+1} \left[ A + C \sin(L_i - V) \right] \cdot \left| 1 + \frac{e}{P+1} \cos(L_i - W) + \frac{e^2}{(P+1)^2} \cos^2(L_i - W) \right| \\
 (18) \quad S_{13-i} &= \frac{2P}{P+1} \left[ A + C \sin(L_i - V) \right] \cdot \left| \frac{1}{P} - \frac{e}{P+1} \cos(L_i - W) - \frac{e^2}{(P+1)^2} \cos^2(L_i - W) \right|
 \end{aligned}$$

De la table III on constate que l'accord entre les valeurs observées de la radiation solaire aux 11 stations considérées et les valeurs calculées à l'aide du développement (18) est assez satisfaisant.

## Π Ε Ρ Ι Λ Η Ψ Ι Σ

1. Ἐστῶσαν  $S_i$ ,  $i=1, 2, \dots, 6$  αἱ μέσαι μηνιαῖα τιμὰ τῆς ἡλιακῆς ἀκτινοβολίας διὰ τοὺς μῆνας Ἰανουάριον, Φεβρουάριον, . . . Ἰούνιον καὶ  $S_{13-i}$  διὰ τοὺς μῆνας Δεκέμβριον, Νοέμβριον, . . . Ἰούλιον.

Στηριζόμενοι εἰς τὴν μαθηματικὴν θεωρίαν περὶ τῶν θερμοκῶν φαινομένων τῶν προκαλουμένων ὑπὸ τῆς ἡλιακῆς ἀκτινοβολίας ἀποδεικνύομεν ὅτι:

$$\begin{aligned}
 S_i &= \frac{P_0}{1 - e_0 \cos(L_i - 9^\circ)} \\
 S_{13-i} &= \frac{1}{2} (S_i + S_{13-i}) = Q + \frac{1}{2} \sin(L_i - 9^\circ) \\
 i &= 1, 2, \dots, 6
 \end{aligned}$$

Ἄφ' ἑτέρου αἱ σχετικαὶ παρατηρήσεις ἐπὶ τῆς ἡλιακῆς ἀκτινοβολίας εἰς 11 τόπους τοῦ Βορ. ἡμισφαιρίου (ἴδε πίν. I καὶ II) δεικνύουν ὅτι:

$$\begin{aligned}
 S_i &= \frac{P}{1 - e \cos(L_i - W)} \\
 S_{13-i} &= \frac{1}{2} (S_i + S_{13-i}) = A + C \sin(L_i - V) \\
 i &= 1, 2, \dots, 6
 \end{aligned}$$

ὅπου  $L_i$  παριστᾷ τὸ μῆκος τοῦ Ἡλίου τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὸ μέσον ἐκάστου τῶν μηνῶν Ἰανουαρίου—Ἰουνίου καὶ  $P$ ,  $e$ ,  $W$ ,  $A$ ,  $C$  καὶ  $V$  εἰς σταθερὰς προσδιοριζόμενας ἐκ τῶν παρατηρήσεων.

2. Ἐὰν  $S_F = \frac{1}{2} (S_6 + S_7)$ ,  $S_H = \frac{1}{2} (S_1 - S_{12})$ ,  $g = (S_4 - S_3) + (S_9 - S_{10})$  ἀποδεικνύεται ὅτι:

$$S_F - S_H = C^{te} \frac{g}{g}$$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω σχέσεων λαμβάνει τις εὐκόλως τὰ ἀναπτύγματα τῶν  $S_i$  καὶ  $S_{13-i}$ ,  $i = 1, 2, \dots, 6$ , συναρτήσεσι τοῦ μήκους τοῦ Ἡλίου (ἴδε σχέσεις 18).



