

# ΠΡΑΚΤΙΚΑ ΤΗΣ ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ ΑΘΗΝΩΝ

ΔΗΜΟΣΙΑ ΣΥΝΕΔΡΙΑ ΤΗΣ 25<sup>ΗΣ</sup> ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2005

## ΥΠΟΔΟΧΗ ΤΟΥ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟΥ κ. ΑΘΑΝΑΣΙΟΥ ΦΩΚΑ

ΠΡΟΣΦΩΝΗΣΗ ΥΠΟ ΤΟΥ ΠΡΟΕΔΡΟΥ κ. EMMANOΥΗΛΑ ΡΟΥΚΟΥΝΑ

Μὲ ιδιαίτερη χαρὰ ὑποδεχόμεθα σήμερα τὸν νέο ἀκαδημαϊκὸ καθηγητὴ κ. Αθανάσιο Φωκᾶ, ὁ ὅποιος ἔξελέγη τὸν Δεκέμβριο 2004 στὴν ἔδρα τῶν Ἐφηρμο-σμένων Μαθηματικῶν.

Ο κ. Φωκᾶς διακρίνεται γιὰ τὴν πολυμάθεια, τὴν εὐρύτητα τῶν ἐνδιαφε-ρόντων του, τὴν προσήλωση στὴν ἐπιστήμη καὶ τὸν ὑπεύθυνο λόγο του. Ἐχει-δὲ τιμηθεῖ μὲ πολλὲς ὑψηλὲς διακρίσεις διεθνῶς.

Αναφέρομαι στὴ διεθνῆ ἀναγνώριση τοῦ ἔργου του στὸν κλάδο τῆς Μαθημα-τικῆς Ἐπιστήμης ὃχι ὡς συμβατικὸ συμπλήρωμα τῶν ὅσων συνήθως λέγονται, ἀλλὰ γιὰ νὰ ἐπιθεωριώσω τὴ θέση ποὺ κατέχει μεταξὺ τῶν ἐν τῇ ἐπιστήμῃ συ-ναδέλφων του σὲ παγκόσμια κλίμακα.

Ο καθηγητὴς Φωκᾶς εἶναι αὐστηρὸς πρὸς τὸν ἔαυτό του, παραγωγικότα-τος, τὸ δὲ ἔργο του ἀκτινοβολεῖ συγχρόνως γνώση καὶ φαντασία.

Τὰ χαρακτηριστικὰ αὐτὰ τοῦ ἐπιτρέπουν νὰ εἶναι ἀφοσιωμένος καὶ δίκαιος πρὸς τοὺς νεωτέρους καὶ νὰ διευθύνει τὴν ἐρευνητική του ὅμαδα κατὰ τέτοιο τρόπο, ὥστε αὐτὴ νὰ εἶναι ἐπίσης ἀποδοτική, ὅπως καὶ ὁ ἴδιος.

Στὴν Ἀκαδημίᾳ Ἀθηνῶν ὁ κ. Φωκᾶς ἔχει ἥδη παράσχει καὶ παρέχει δείγμα-τα αὐτῆς τῆς πολυεπίπεδης ὑπευθυνότητας, διότι ἡ Ακαδημίᾳ διαθέτει ἐρευνη-τικὰ κέντρα, γραφεῖα ἐρευνῶν καὶ ἐρευνητές, οἱ ὅποιοι μὲ χαρὰ προσβλέπουν στὶς κατευθυντήριες ὁδηγίες καὶ τὴν ἀξιολόγηση τοῦ ἔργου τους ἀπὸ τοὺς ἀκαδημαϊ-κοὺς καὶ τὴν κοινωνία γενικότερα.

Φίλε κύριε συνάδελφε,

Σας καλωσορίζω, σας έπιδιδω τὰ διάσημα του ἀκαδημαϊκοῦ, εὔχομαι δὲ κάθε χαρὰ καὶ εἴμαι θέλαιος ὅτι ἡ συμμετοχή σας στὸ ἔργο τῆς Ἀκαδημίας θὰ εἴναι ἀποτελεσματικὴ καὶ ἐπωφελὴς γιὰ ὅλους.

#### ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΥΠΟ ΤΟΥ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟΥ κ. ΝΙΚΟΛΑΟΥ Κ. ΑΡΤΕΜΙΑΔΗ

Ἀγαπητὲ Συνάδελφε Ἀθανάσιε Φωκᾶ,

Μὲ ἔξουσιοδότηση τῆς Τάξεως τῶν Θετικῶν Ἐπιστημῶν τῆς Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν σᾶς ἀπευθύνω ἐγκάρδιο, θερμὸ χαιρετισμὸ ἐξ ὄντων τῶν μελών τῆς Ἀκαδημίας κατὰ τὴ σημερινὴ ἐπίσημη ὑποδοχὴ σας ὡς τακτικοῦ μέλους τοῦ ἀνωτάτου πνευματικοῦ ἰδρύματος τῆς γύρας, στὸ ὅποιο καταλαμβάνετε τὴν ἔδρα τῶν Μαθηματικῶν (Ἐφηρμοσμένων Μαθηματικῶν).

Ἀποδέχθηκα τὴν ἐντολὴν αὐτὴν τῆς Α' Τάξεως, τιμητικὴ γιὰ μένα, καὶ τὴν ἐκτελῶ μὲ ίδιαιτερη χαρά.

Κύριε Πρόεδρε τῆς Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν, Κυρίες καὶ Κύριοι Ἀκαδημαϊκοί, Κυρίες καὶ Κύριοι,

Ο Αθανάσιος Φωκᾶς γεννήθηκε στὴν Κεφαλλονιὰ στὶς 30 Ιουνίου 1952. Εἶναι ἔγγαμος καὶ ἔχει τρία παιδιά.

Ο κύκλος σπουδῶν του εἶναι ὅντως ἐντυπωσιακός. Εἶναι κάτοχος πτυχίου Ἀεροναυπηγικῆς τοῦ Πανεπιστημίου Imperial College τοῦ Λονδίνου (1972-1975), Διδακτορικοῦ Διπλώματος Ἐφαρμοσμένων Μαθηματικῶν τοῦ Τεχνολογικοῦ Ινστιτούτου τῆς Καλιφόρνιας (1975-1979) (Caltech), καὶ πτυχίου Τατρικῆς τοῦ Πανεπιστημίου τοῦ Miami (1983-1986).

Ξεκίνησε τὴ σταδιοδρομία του ἀπὸ τὸ Caltech (1979-1980). Άκολούθως ὑπηρέτησε διαδοχικά (1980-1993) ως ἐπίκουρος, ως ἀναπληρωτὴς καὶ ως τακτικὸς καθηγητὴς καὶ Πρόεδρος τοῦ Μαθηματικοῦ Τμήματος τοῦ Clarkson University τῶν USA. Έπίσης ἐδιδάξει ἐπὶ ἔνα ἔτος ως ἐπισκέπτης καθηγητὴς στὸ Stanford University (USA). Κατὰ τὰ ἔτη 1993-1995 ὑπηρέτησε ως καθηγητὴς στὸ Loughborough University τοῦ U.K.

Ἀπὸ τὸ 1996 ἕως τὸ 2001 διετέλεσε καθηγητὴς στὸ Imperial College,

τὸ δὲ 2002 ἔξελέγη καθηγητὴς στὴν ἔδρᾳ Nonlinear Mathematical Sciences (DAMTP) τοῦ Πανεπιστημίου τοῦ Cambridge (U.K.).

Θὰ προσπαθήσω, μέσα στὰ προβλεπόμενα χρονικὰ ὥρια τῆς προσφωνήσεώς μου, νὰ παρουσιάσω ἐν συντομίᾳ τὸ εύρὺ ἐπιστημονικὸ ἔργο, τὶς πολλαπλές καὶ πολυσχιδεῖς ἐπιστημονικὲς καὶ λοιπὲς δραστηριότητες τοῦ νέου ἀκαδημαϊκοῦ καθηγητοῦ Αθανασίου Φωκᾶ.

### Βραβεῖα - Τιμητικὲς Διακρίσεις.

Θὰ ἀναφέρω μερικὲς ἀπὸ τὶς σημαντικότερες.

1. Τὸ 2000 τοῦ ἀπονεμήθηκε τὸ Naylor Prize τῆς London Mathematical Society. Πρόκειται γιὰ τὸ ἀνώτερο βραβεῖο τὸ ὅποιο ἀπονέμεται γιὰ Ἐφαρμοσμένα Μαθηματικὰ καὶ Θεωρητικὴ Φυσικὴ στὸ Ἡνωμένο Βασίλειο. Τὸ βραβεῖο ἀρχισε νὰ ἀπονέμεται, ἀνὰ διετία, ἀπὸ τὸ 1977 καὶ μέχρι τὸ 2000 ἀπονεμήθηκε 13 φορές. Ο προτελευταῖος βραβευθεὶς ὑπῆρξε ὁ γνωστὸς κοσμολόγος S. W. Hawking (1999). Θὰ ἀναφέρω ἐπίσης τὸν βραβευθέντα τὸ 1991 γνωστὸ καθηγητὴ Sir Roger Penrose. Άς σημειωθεῖ ὅτι τὸ Associated Press καὶ τὸ Imperial College γαρακτήρισαν τὸ βραβεῖο Naylor ὡς τὸ ισοδύναμο τοῦ βραβείου Nobel στὰ Ἐφαρμοσμένα Μαθηματικά.

2. Τὸ Πανεπιστήμιο Clarkson τῶν USA, τιμώντας τὴν ἐπιστημονικὴ προσφορὰ τοῦ Καθηγητῆ Φωκᾶ, καθιέρωσε ἐπήσια σειρὰ διαλέξεων μὲ τίτλο: "The Fokas distinguished Lecture Series". Τὴ σειρὰ αὐτὴ ἐγκαυνίασε τὸν Μάιο 2003 ὁ διαπρεπής καθηγητὴς J. Bona.

3. Τὸ 2004 τοῦ ἀπονεμήθηκε τὸ Αριστεῖο τῶν Θετικῶν Ἐπιστημῶν τῆς Ακαδημίας Αθηνῶν.

4. Τὸ ἔτος 2004 ἀναγορεύθηκε ἐπίτυμος διδάκτωρ τοῦ Ε.Μ.Π., τοῦ Πολυτεχνείου τῆς Κρήτης καὶ τοῦ Πανεπιστημίου Πατρῶν.

5. Υπὸ τοῦ Προέδρου τῆς Ἑλληνικῆς Δημοκρατίας τοῦ ἀπονεμήθηκε (18-1-2005) τὸ παράσημο Ταξιάρχης τοῦ Τάγματος τοῦ Φοίνικος.

6. Ανακοινώθηκε προσφάτως ὅτι τὸ Αριστεῖο τοῦ Τέρρυματος Μποδοσάκη θὰ ἀπονεμηθεῖ τὸ 2006 στοὺς Α. Φωκᾶ καὶ Δ. Χριστοδούλου. Ο τελευταῖος ἔχει τιμηθεῖ μὲ τὸ Αριστεῖο τῶν Θετικῶν Ἐπιστημῶν τῆς Ακαδημίας Αθηνῶν.

Οἱ δραστηριότητες τοῦ κ. Φωκᾶ ὡς μέλους Ἐκδοτικῶν καὶ Συμβουλευτικῶν Ἐπιτροπῶν εἶναι πολλαπλές. Αναφέρω μερικὲς ἐξ αὐτῶν.

1. Μέλος τῆς Διεύθυνσς Συμβουλευτικῆς Ἐπιτροπῆς τοῦ Ινστιτούτου Μαθη-

ματικῶν Ἐπιστημῶν τοῦ Imperial College τοῦ Λονδίνου. Τῆς ἐπιτροπῆς αὐτῆς Πρόεδρος τυγχάνει ὁ Πρόεδρος τῆς Royal Society.

2. Συνεκδότης (co-editor), τοῦ ἔγχριτου ἐπιστημονικοῦ περιοδικοῦ Journal of Nonlinear Science, συνεργάτης τοῦ ἐκδοτικοῦ οίκου Birkhauser, καὶ μέλος τῶν ἐκδοτικῶν ἐπιτροπῶν δεκατεσσάρων ἐπιστημονικῶν περιοδικῶν, στὰ ὅποια περιλαμβάνονται τὰ Proceedings of the Royal Society καθὼς καὶ τὸ περιοδικὸν Journal of Mathematical Physics.

3. Θὰ ἡταν χρονοθόρο νὰ ἀπαριθμήσω τὶς οἰκονομικὲς ἐνισχύσεις, τὶς ὅποιες ἔλαβαν καὶ λαμβάνουν ὁ κ. Φωκᾶς καὶ οἱ συνεργάτες του στὴν ἐκτέλεση τῆς ἐπιστημονικῆς ἔρευνας. Θὰ ἀναφέρω μόνο ὅτι κατὰ τὸ χρονικὸ διάστημα ἀπὸ τὸ 1982 μέχρι καὶ σήμερα διάφοροι ὄργανοι, μεταξὺ τῶν ὅποιων καὶ ἡ National Science Foundation τῶν USA, δὲν ἔπαιναν νὰ χρηματοδοτοῦν τὸ ἐκτελούμενο ἐπιστημονικὸ ἔργο.

4. Ἐδωσε, κατόπιν προσκλήσεως, περισσότερες ἀπὸ 220 ὄμιλίες σὲ συνέδρια καὶ σὲ Ἀνώτατα Ἐκπαιδευτικὰ Ἰδρύματα, ὅπως τὸ Harvard, τὸ Yale καὶ σὲ ἄλλα Πανεπιστήμια τῶν USA, τῆς Εὐρώπης καὶ τῆς Ιαπωνίας.

### Δημοσιεύματα.

1. Ἐδημοσίευσε ἀνω τῶν 150 πρωτοτύπων ἔρευνητικῶν ἔργασιῶν ἐκ τῶν ὅποιων στὶς περισσότερες εἶναι ὁ κύριος ἔρευνητής. Ὁφειλω νὰ τονίσω ὅτι μεταξὺ τῶν συνεργατῶν του κ. Φωκᾶ διακρίνει κανεὶς ἐπιστήμονες διεθνοῦς ἐμβέλειας, ὅπως ὁ εἰς βαθὺ γῆρας εύρισκόμενος σήμερα I. Gelfand.

2. Συνέγραψε μὲ συνεργάτες ἄρθρα (Ἐπισκοπήσεις-Συνθετικὲς Ἐργασίες) σὲ ἔγχριτα περιοδικὰ ὑψηλῆς στάθμης.

3. Εἶναι συγγραφέας (μὲ συνεργάτες) 10 Ἐπιστημονικῶν Συγγραμμάτων, καθὼς καὶ πολλῶν ἀνακοινώσεων σὲ πρακτικὰ συνέδριων.

### Τὸ ἔρευνητικὸ ἔργο τοῦ Ἀδανασίου Φωκᾶ.

Σημαντικὴ ὑπῆρξε ἡ συμβολὴ του Ἀ. Φωκᾶ στὴν Ἐπιστήμη τῶν Μαθηματικῶν καὶ ιδίως τῶν Ἐφαρμοσμένων Μαθηματικῶν. Η συμβολὴ αὐτὴ ἔκεινάει ἀπὸ περιοχὲς ἐφαρμογῶν ὅπως εἶναι ἡ κατασκευὴ προτύπων (models) γιὰ τὴ Λευχαιμία (σὲ συνεργασία μὲ τὸν J. B. Keller) καὶ τὴ λύση τῶν καλούμενων «ἀντίστροφων προβλημάτων» στὴν ἔρευνα ποὺ φέρει τὴν ὄνομασία “imaging of the brain” (ἀπεικόνιση τοῦ τρόπου λειτουργίας τοῦ ἐγκεφάλου) καὶ καταλήγει

σὲ περιοχές τῶν καθαρῶν μαθηματικῶν, ὅπως ἡ Γεωμετρία καὶ ἡ Κβαντικὴ Άλγεβρα.

Σχετικὰ μὲ τὴν ἔρευνα “imaging of the brain” καὶ τὰ «ἀντίστροφα πρόβληματα» ποὺ ἀνέφερα προηγουμένως, θὰ ἥθελα νὰ σημειώσω τὰ ἀκόλουθα: Μιὰ ἡλεκτρικὴ πηγή, ἡ ὁποίᾳ διεγείρεται μὲ χημικὰ μέσα, παράγει στὰ νευρικὰ κύτταρα ἀνθρωπίνου σώματος ἡλεκτρικὸ ρεῦμα τὸ ὅποιο ἐν συνεχείᾳ παράγει ἀσθενὲς μαγνητικὸ πεδίο. Έδῶ τίθενται τὰ ἔξης δύο πρόβληματα: Εύθυ πρόβλημα: Υπολογισμὸς τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου. Ἀντίστροφο πρόβλημα: Αναζήτηση τοῦ ἡλεκτρικοῦ ρεύματος ὅταν είναι γνωστὸ τὸ μαγνητικὸ πεδίο.

Ο τρόπος μὲ τὸν ὅποιο ὁ κ. Φωκᾶς προσεγγίζει τὴν ἔρευνα στὰ Μαθηματικὰ καὶ σὲ κάποιο μέτρο στὴ Φυσική, μποροῦμε νὰ ποῦμε ὅτι δικαιολογεῖ τὴν ἀποψῆ τοῦ I. Gelfand ὅτι ὁ κ. Φωκᾶς ἀποτελεῖ παραδειγματικὸ ἐπιστήμονος στὴν ἐποχή μας τοῦ τύπου ἐκείνων ποὺ ὑπῆρξαν στὴν Αναγέννηση. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι ἡ ἔρευνά του στρέφεται συγχρόνως πρὸς πολλὲς κατευθύνσεις. Π.χ. πρόσφατα δημοσίευσε μὲ συνεργάτες τὶς ἔξης τρεῖς ἐργασίες ἀναφερόμενες σὲ τρεῖς διαφορετικὲς περιοχές:

1. Έργασία σχετικὴ μὲ τὴ Γενικευμένη Μετασχηματισμένη Fourier καὶ τὴ μὴ-γραμμικοποίησή της (Notices-AMS).
2. Έργασία ἀναφερόμενη στὸ SPECT (Single Photon Emission Computerized Tomography) (Proc. Royal Society).
3. Έργασία ἀναφερόμενη στὴν τεταρτογενῆ δομὴ τῶν πρωτεΐνῶν (Proc. of the National Academy of Sciences).

Θὰ ἀναφερθῶ πολὺ συνοπτικὰ σὲ μερικὰ παραδείγματα τῆς συμβολῆς τοῦ κ. Φωκᾶ στὴν πρόσδοτο τῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης.

1. Εἰσήγαγε μέθοδο ἀναλύσεως μιᾶς εὐρείας κλάσεως διαφορικῶν ἔξισώσεων στὸν δισδιάστατο χώρο, ἡ ὁποίᾳ ἀναγνωρίσθηκε ως ἔνα πολὺ σπουδαῖο ἐπίτευγμα στὴν περιοχὴ τῶν Διαφορικῶν Ἐξισώσεων μὲ μερικὲς παραγώγους. Γιὰ τὴν ἐργασία αὐτὴ τοῦ ἀπονεμήθηκε τὸ προαναφερθὲν Naylor βραβεῖο ἀπὸ τὴ Μαθηματικὴ Έταιρεία τοῦ Λονδίνου. Ἡ ἐν λόγῳ μέθοδος ἀναφέρεται στὴ διεθνούς φήμης «Μέθοδος Φωκᾶ». Τὸν Μάιο 2005 ὄργανώθηκε συνέδριο στὸ Πανεπιστήμιο τοῦ Τέξας, ὅπου ἐκλήθη ὁ κ. Φωκᾶς νὰ δώσει 10 ὁμιλίες ἐπὶ τῆς συγκεκριμένης μεθόδου.

2. Σὲ συνεργασία μὲ τὸν καθηγητὴ M. Ablowitz δημοσίευσε μέθοδο λύσεως προβλήματος «ἀρχικῶν τιμῶν» (initial value problem) γιὰ μὴ γραμμικὲς δια-

φορικές έξισώσεις μὲ μερικές παραγώγους στὸν χῶρο τῶν τριῶν διαστάσεων. Η μέθοδος θοήθησε στὴ λύση μεγάλου ἀριθμοῦ έξισώσεων ποὺ ἀφοροῦν ποικιλὰ φυσικὰ φαινόμενα.

3. Ό κ. Φωκᾶς μὲ συνεργάτες του ἐργάσθηκε στὴν περιοχὴ τῶν συνήθων διαφορικῶν έξισώσεων τοῦ τύπου Painleve. Συνέγραψε σχετικὸ σύγγραμμα, τὸ ὅποιο θεωρήθηκε ὅτι εἶναι τὸ ἀνάλογο ἐνὸς κλασσικοῦ συγγράμματος σὲ παρόμοια περιοχὴ. Άς σημειωθεῖ ὅτι στὴν παρουσίαση ποὺ κάμνω παραμένω σκοπίμως σὲ γενικότητες διότι θὰ ἔταν δύσκολο καὶ χρονοθόρο νὰ ἐπεκταθῇ σὲ λεπτομέρειες ἀναφέρομενες στὸ περιεχόμενο αὐτοῦ τοῦ συγγράμματος.

4. Στὴν Τατρικὴ Ἐπιστήμη ἡ συμβολὴ τοῦ κ. Φωκᾶ καὶ τῶν συνεργατῶν του εἶναι, ὅπως ἀνέφερα προηγουμένως, στὴν «ἀπεικόνιση τοῦ ἔγκεφάλου» (imaging of the brain).

5. Ορισμένες έξισώσεις καὶ τύποι, ποὺ ἀναφέρονται στὴ θεωρία γραφία, ἔχουν πάρει τὸ ὄνομα τοῦ κ. Φωκᾶ καὶ τῶν ἑκάστοτε συνεργατῶν του. Ἀναφέρω δύο μόνο παραδείγματα: α) Τύπος: Fokas - Gelfand (Comm. Math. Phys., 1996), 6) Κατηγορία έξισώσεων Fokas - Liu (Phys. Rev. Lett., 1996), καὶ ὑπάρχουν τουλάχιστον ἀλλα πέντε τέτοια παραδείγματα.

6. Τὸ ISI (Institute for Scientific Information) Web Science, καταχωρεῖ τὸν Ά. Φωκᾶ ὡς ἔνα ἐκ τῶν πλέον ὑψηλὰ ισταμένων (μνημονευομένων στὴ θεωρία γραφία) ἔρευνητῶν τῶν Ἐφαρμοσμένων Μαθηματικῶν.

Ἄγαπητὲ Συνάδελφε,

Ἀπὸ ὅσα πολὺ σύντομα ἔξέθεσα, προσθάλλεται, σὲ γενικὲς γραμμές, ἡ ἔκταση καὶ ἡ σημασία τῆς προσφορᾶς σας στὰ Ἐφαρμοσμένα Μαθηματικά.

Τὸ ἔργο σας, στὸ ὅποιο διακρίνει κανεὶς δξεδέρκεια, διαίσθηση καὶ διορατικότητα, ἐμπλούτισε τὶς γνώσεις τῶν ἐπιστημόνων καὶ τοὺς θοήθησε νὰ ἀντιληφθοῦν, μεταξὺ ἀλλων, μεθόδους καὶ ἀτραπούς, οἱ ὅποιες ὀδηγοῦν θεωρήσεις στὰ ἀδυτα τῆς ἐπιστήμης.

Δημιουργήσατε, ἐσεῖς καὶ οἱ συνεργάτες σας, ἔνα νέο πλαίσιο ἔρευνας στὴν ἐπιστήμη τῶν Ἐφαρμοσμένων Μαθηματικῶν.

Γιὰ τοὺς παραπάνω λόγους σᾶς ὑποδεχόμαστε μὲ ἀγάπη στοὺς κόλπους τῆς Ακαδημίας Αθηνῶν, τοῦ Ἰδρύματος αὐτοῦ, τὸ ὅποιο, ἃς μὴν ἔχγονμε, ἀποτελεῖ στὴ σκέψη καὶ στὴ συνείδηση ὅλων μας «συνέγιση» τῆς θρυλικῆς Ακαδημίας τοῦ Πλάτωνος.

Σᾶς εύχόμαστε ὅλοι, καὶ ἐγὼ ἴδιαιτέρως ὡς ὁμότεχνός σας, νὰ ἐνισχύσετε καὶ ἀπὸ τὴν θέση σας αὐτὴ τὴν ἐπιστήμην μὲ γνώμονα τὴν ἐπιτυχία καὶ φυσικὰ τὴν ἀρετή.

## ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ Ο ΕΓΚΕΦΑΛΟΣ

ΕΙΣΙΤΗΡΙΟΣ ΛΟΓΟΣ ΤΟΥ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟΥ κ. ΑΘΑΝΑΣΙΟΥ ΦΩΚΑ

Ἐξοχότατε τ. Πρόεδρε τῆς Ἑλληνικῆς Δημοκρατίας,  
Κύριε Κ. Στεφανόπουλε,

Εὐχαριστῶ τὸν φίλτατο Πρόεδρο τῆς Ἀκαδημίας Κύριο Ρούκουνα γιὰ τὰ φιλόφρονα λόγια του καὶ τὴν ἐκδήλωση τῶν φιλικῶν του συναισθημάτων. Ίδιαίτερα εὐχαριστῶ τὸν φίλτατο Ἀκαδημαϊκὸ Κύριο Ἀρτεμιάδη γιὰ τὴν ἐμπιστοσύνη του πρὸς ἐμένα καὶ γιὰ τὸν χρόνο ποὺ ἀφιέρωσε, ὥστε νὰ παρουσιάσει τὸ ἔργο μου συνοπτικὰ καὶ κατανοητά.

Θεωρῶ τιμή μου, ὅτι εἴμαι ὁ θεός Μαθηματικὸς ποὺ ἐκλέγεται στὴν Ἀκαδημία Ἀθηνῶν, μετὰ ἀπὸ τοὺς καθηγητὲς Καραθεοδωρῆ, Ζερβό, Βασιλείου, Πυλαρινὸ καὶ Ἀρτεμιάδη. Εἴμαι έαυτατα συγκινημένος ποὺ μιλῶ ἀπὸ τὸ 6ῆμα ἀπὸ τὸ ὅποιο κάποτε μιλοῦσε ὁ Κωνσταντῖνος Καραθεοδωρῆ, ὁ μεγαλύτερος Ἑλληνας ἐπιστήμων ἀπὸ τὴν ἐποχὴ τῆς ἀρχαιότητος. Νομίζω ὅτι εἶναι σημαντικὸ ποὺ ἡ Ἀκαδημία δημιουργήσει γιὰ πρώτη φορὰ στὴν Ἰστορία τῆς Ἐδρα Ἐφηρμοσμένων Μαθηματικῶν, ἀναγνωρίζοντας μὲ αὐτὸ τὸν τρόπο τὴ σπουδαιότητα αὐτοῦ τοῦ κλάδου. Λαμβάνοντας ὑπόψη ὅτι ὑπάρχουν ἔξαιρετοι Ἑλληνες Μαθηματικοὶ καὶ στὴν Ἐλλάδα καὶ στὸ ἐξωτερικό, θὰ ηθελα νὰ εὐχαριστήσω θερμότατα τοὺς σεβαστοὺς Ἀκαδημαϊκοὺς ποὺ διάλεξαν ἐμένα νὰ ἐκπροσωπήσω τὰ Ἐφαρμοσμένα Μαθηματικά. Μὲ τὴν εὐκαιρία αὐτὴ θὰ ηθελα ἐπίσης νὰ εὐχαριστήσω τοὺς συναδέλφους μου γιὰ τὸ Ἀριστεῖο τῆς Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν καὶ ιδιαίτερα τὸν Γεν. Γραμματέα τῆς Ἀκαδημίας κ. Ματσανιώτη γιὰ τὴν παρουσίαση τῆς εἰσήγησης κατὰ τὴν τελετὴ τῆς ἀπονομῆς.

Στὸ ἐπιστημονικὸ μου ἔργο σημαντικὸ ρόλο ἔχουν παίξει ἀφενὸς μὲν δάσκαλοι καὶ καθηγητές μου, ἀφετέρου δὲ οἱ πολυάριθμοι συνεργάτες μου, στοὺς

όποιοίους δέδαια ανήκει μεγάλο μέρος αύτης της τιμής. "Οσον όφορά συνεργάτες, έπιτρέψτε μου στὸ σημεῖο αὐτὸν νὰ ἀνοίξω μία παρένθεση καὶ νὰ ἀναφερθῶ στὸν John Enders ποὺ πρὶν ἀπὸ 51 χρόνια, αὐτὸν τὸν μήνα, τοῦ ἀνακοινώθηκε ὅτι θὰ ἐλάμβανε τὸ βραβεῖο Nobel στὴν Ἱατρικὴ γιὰ τὴν ἀνακάλυψη ὡς ἵὸς τῆς πολυομελίτιδας μπορεῖ νὰ καλλιεργηθεῖ σὲ μὴ νευρικὰ κύτταρα (αὐτὸν ὁδήγησε τοὺς Salk καὶ Sabin στὴν κατασκευὴ ἐμβολίου καὶ τελικὰ στὴν παγκόσμια ἔξαλειψη τῆς πολυομελίτιδας). Ο John Enders ἀρνήθηκε νὰ δεχθεῖ τὸ βραβεῖο μόνος του, τὸ ὅποιο τελικὰ ἀπονεμήθηκε σὲ αὐτὸν καὶ στοὺς δύο συνεργάτες του. Κλείνοντας αὐτὴ τὴν παρένθεση τονίζω ὅτι τὸ περιστατικὸ αὐτὸν μᾶς ὑπενθυμίζει ὅτι κάθε μεγάλη ἀνακάλυψη, ὅσο καὶ ἂν φαίνεται ἐκ πρώτης ὅψεως ὅτι εἶναι προὶὸν κάποιας θαυμαστῆς μεγαλοφυίας, στὴν ούσια εἶναι ἀποτέλεσμα συλλογικότητας. Ιδιαίτερα, τὸ μεγαλειώδες οἰκοδόμημα τῶν Μαθηματικῶν χτίζεται πάνω ἀπὸ δύο χιλιάδες χρόνια, μὲ τὶς ἐπίπονες προσπάθειες ἐνὸς τεράστιου ἀριθμοῦ ἐρευνητῶν.

Πρὶν ἀρχίσω τὸ κυρίως θέμα τῆς ὁμιλίας μου, θὰ ηθελα νὰ ἀναφερθῶ σύντομα στὴν Ἀκαδημία Αθηνῶν. Η Ἀκαδημία μπορεῖ νὰ θεωρηθεῖ ἡ συνέχεια τῆς Ἀκαδημίας τοῦ Πλάτωνος, δηλαδὴ τῆς ἀρχαιότερης Ἀκαδημίας καὶ ὡς ἐκ τούτου, ἐκ τῶν πραγμάτων εἶναι μία ἀπὸ τὶς πιὸ φημισμένες Ἀκαδημίες τοῦ κόσμου. Ἀναφέρω ὡς παράδειγμα ὅτι στὸ μήνυμά του γιὰ τὴν ἐκλογή μου, ὁ Peter Lax, μέλος πολλῶν Ἀκαδημιῶν, ποὺ πρόσφατα τιμήθηκε μὲ τὸ βραβεῖο Abel, ἔγραψε: «Θερμότατα συγχαρητήρια γιὰ τὴν ἐκλογή σας στὴν Ἀκαδημία» (to the Academy). Η διεθνὴς ἀναγνώριση τῆς Ἀκαδημίας εἶναι συνεπής μὲ τὸ ὑψηλὸ ἐπίπεδο τῶν μελῶν τῆς καὶ τὸ σημαντικὸ ἔργο ποὺ παράγει. Δυστυχῶς, αὐτὸν τὸ ἔργο δὲν εἶναι γνωστὸ στὸ εὐρύτερο κοινόν. Αὐτὸς εἶναι ἴσως ὁ κυριότερος λόγος ποὺ η Ἀκαδημία δὲν ἀπολαμβάνει στὴν Ἐλληνικὴ κοινωνία τὴν εὐρύτερη καταξίωση ποὺ τῆς ἀρμόζει. Ως παράδειγμα ἀναντιστοιχίας μεταξὺ ἔργου καὶ ἐνημέρωσης, ἀναφέρω τὸ Ἱατροβιολογικὸ Κέντρο. Τὸ πρωτοποριακὸ καὶ ἄκρως ἐντυπωσιακὸ αὐτὸν δημιούργημα τῆς Ἀκαδημίας Αθηνῶν καὶ ιδιαίτερα τοῦ ἐξαίρετου Ἀκαδημαϊκοῦ κυρίου Σκαλκέα, παραμένει σχεδὸν ἀγνωστὸ ἀκόμη καὶ στὸν Ἱατρικὸ χῶρο. Η Ἀκαδημία πρέπει νὰ κάνει μεγαλύτερη προσπάθεια διαφώτισης τῆς κοινωνίας, ὅχι μόνο γιὰ τὸ ἔργο της, ἀλλὰ καὶ γενικότερα τόσο γιὰ τὰ μεγάλα ἐπιτεύγματα τῆς ἀνθρώπινης διάνοιας, ὅσο καὶ γιὰ τὰ μεγάλα σύγχρονα προβλήματα καὶ τὶς πιθανὲς λύσεις τους.

Η κυρίως ὁμιλία μου ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο μέρη. Στὸ πρῶτο μέρος θὰ δείξω

ὅτι τὰ Μαθηματικὰ παιζουν ὅλο καὶ έκαλυπτερό ρόλο στὴ μελέτη τῆς λειτουργίας τοῦ ἐγκεφάλου. Στὸ δεύτερο μέρος θὰ παρουσιάσω τὴ θέση (χωρὶς ὅμως νὰ τὴν ἀποδεῖξω) ὅτι, ἀπὸ τὴν ἀλλή μεριά, ἡ μελέτη τῆς λειτουργίας τοῦ ἐγκεφάλου εἶναι ἀπαραίτητη γιὰ τὴν κατανόηση τῆς οὐσίας τῶν Μαθηματικῶν.

#### Μέρος Α'

Πρὶν ἀρχίσει ἡ μελέτη τῆς λειτουργίας τοῦ ἐγκεφάλου ἦταν ἀπαραίτητη ἡ μελέτη τῶν περιφερειακῶν νευρικῶν κυττάρων. Σὲ αὐτὴ τὴ μελέτη ἡ συγκεκριμένα ὁ μεγάλος μαθηματικὸς Helmholtz μέτρησε γιὰ πρώτη φορὰ νευρικοὺς παλμοὺς τὸ 1875. Τὸ 1963 ὁ Huxley καὶ Hodgkin ἀπὸ τὸ Cambridge, πήραν τὸ βραβεῖο Nobel στὴν Ἱατρικὴ γιὰ τὴν ἀκρωταρισματική τους μελέτη τοῦ μηχανισμοῦ διάδοσης παλμῶν στοὺς περιφερειακοὺς νευρῶνες. Τὸ μαθηματικό τους μοντέλο στηρίχθηκε στὴν ὑπόθεση ὑπαρξης ιοντικῶν διαιώλων, γεγονὸς ποὺ ἐπαληθεύθηκε πολὺ ἀργότερα πειραματικὰ μὲ τὴ μέτρηση ἀπειροελάχιστων ιοντικῶν ρευμάτων ἀπὸ τοὺς Sakmann καὶ Neher (βραβεῖο Nobel 1991).

Όσον ἀφορᾶ τὸν ἐγκέφαλο, τὰ ἐκπληκτικὰ ἐπιτεύγματα στὴ γενετική, στὴ μοριακὴ βιολογία, στὶς ὑπολογιστικὲς προσομοιώσεις καὶ στὶς ἀπεικονιστικὲς τεχνικὲς, ὁδήγησαν στὴν ἀνακήρυξη τῆς δεκαετίας τοῦ 1990 ώς τὴ «Δεκαετία τοῦ Ἐγκεφάλου». Ό ρόλος τῶν μαθηματικῶν στὶς ὑπολογιστικὲς προσομοιώσεις εἶναι πρωτοφανής. Κατὰ συνέπεια θὰ ἔστιαστῷ στὴ σπουδαιότητα τῶν μαθηματικῶν στὶς ἀπεικονιστικὲς τεχνικὲς, ἀρχίζοντας ἀπὸ τὴν ἀξονικὴ τομογραφία. Αὐτὴ εἶναι ἡ ὑπολογιστικὴ ἀνακατασκευὴ μιᾶς συγκεκριμένης μαθηματικῆς συνάρτησης, ποὺ λέγεται «συντελεστὴς ἀπόσθεσης ἀκτίνων X», καὶ ποὺ ἀντανακλᾷ τὴν πυκνότητα τῶν ίστων. Ο Allan Cormack, ποὺ ἀνακάλυψε τὸν ἀξονικὸ τομογράφο, στὴν ὄμιλίᾳ του κατὰ τὴν ἀπονομὴ τοῦ Nobel τὸ 1979, ἀναφέρει: «<sup>3</sup>Ηταν προφανὲς ὅτι τὸ πρόβλημα τῆς ἀξονικῆς τομογραφίας εἶναι καθαρὰ ἔνα μαθηματικὸ πρόβλημα». Καὶ στὴ συνέχεια ἔξηγει ὅτι αὐτὸ τὸ μαθηματικὸ πρόβλημα συνίσταται στὴν εὑρεση μιᾶς συνάρτησης ἀπὸ τὴ γνώση τοῦ ὀλοκληρώματος κατὰ μῆκος μιᾶς εὐθείας. Αὐτὸ τὸ ὀλοκλήρωμα ὀνομάζεται μετασχηματισμὸς Radon. Κατὰ συνέπεια τὸ βασικὸ μαθηματικὸ πρόβλημα τῆς ἀξονικῆς τομογραφίας εἶναι ἡ εὑρεση μιᾶς συνάρτησης ἀπὸ τὴ γνώση τοῦ ἀντίστοιχου μετασχηματισμοῦ Radon. Παρόλο ποὺ ἡ λύση αὐτοῦ τοῦ μαθηματικοῦ προβλήματος, δηλαδὴ ἡ κατασκευὴ τοῦ ἀντίστροφου μετασχηματισμοῦ Radon,

ήταν γνωστή από το 1917, δια Cormack τὸ ἔμαθε μόλις τὸ 1970. Η ἀνακάλυψη τοῦ ἀξονικοῦ τομογράφου καὶ ἀργότερα τοῦ μαγνητικοῦ τομογράφου, γιὰ τὴν ἀνακάλυψη τοῦ ὁποίου ἀπενεμήθη τὸ Nobel στὸν Sir Peter Mansfield τὸ 2003, ἐπέτρεψαν γιὰ πρώτη φορά τὴν ἀπεικόνιση τῆς ἀνατομίας τοῦ ἐγκεφάλου. Η ἀπεικόνιση τῆς λειτουργίας τοῦ ἐγκεφάλου ἀρχισε νὰ γίνεται δυνατὴ πολὺ ἀργότερα μὲ τὴν ἀνακάλυψη τριῶν καινούργιων ἀπεικονιστικῶν τεχνικῶν: τοῦ λειτουργικοῦ μαγνητικοῦ τομογράφου, τοῦ PET καὶ τοῦ SPECT. Εἶναι καταπληκτικὸ ὅτι σήμερα μποροῦμε νὰ παρατηροῦμε τὸν ἐγκέφαλο ἐν λειτουργίᾳ μὲ ὄλοινα καὶ μεγαλύτερη ἀκρίβεια. Γιὰ παράδειγμα μποροῦμε νὰ βλέπουμε ποιὸ ἀκριβῶς κομμάτι τοῦ ἐγκεφάλου ἐνεργοποιεῖται ὅταν λύνουμε μία μαθηματικὴ ἔξισωση.

Τὸ PET καὶ τὸ SPECT στηρίζονται στὸ γεγονὸς ὅτι ὁ ἐγκέφαλος ὡς πηγὴ ἐνέργειας χρησιμοποιεῖ μόνο γλυκόζη καὶ ὅχι λίπη καὶ πρωτεΐνες, κατὰ συνέπεια, ἀν ἔχουμε τρόπο νὰ παρακολουθοῦμε τὴν τοπικὴ κατανάλωση γλυκόζης, τότε μποροῦμε νὰ ξέρουμε ποιὲς περιοχὲς τοῦ ἐγκεφάλου εἶναι πιὸ ἐνεργοποιημένες. Αὐτὸ ἐπιτυγχάνεται ὡς ἔξης: στὸ PET δίνεται ἐνδοφλεβίως FDG, τὸ ὁποῖο εἶναι γλυκόζη συνδεδεμένη μὲ ραδιοενεργὸ φθόριο. Τὸ φθόριο ὑπόκειται σὲ ραδιενεργὸ διάσπαση, ἐκπέμπει ἔνα πρωτόνιο, τὸ ὁποῖο συγκρουόμενο μὲ ἔνα ἡλεκτρόνιο ἀπελευθερώνει ἐνέργεια σὲ μορφὴ δύο ἀκτίνων γ, τὶς ὁποῖες καταγράφει τὸ PET scanner. Τὸ SPECT χρησιμοποιεῖ οὐσίες ποὺ ἐκπέμπουν φωτόνια ἀντὶ πρωτόνια.

Ποιὸς εἶναι ὁ ρόλος τῶν Μαθηματικῶν στὸ PET καὶ στὸ SPECT; Καθοριστικός. Λόγω κάποιας τυχαίας ἀπλοποιήσεως, τὰ μαθηματικὰ τοῦ PET εἶναι ἀκριβῶς τὰ ἕδια μὲ αὐτὰ τοῦ ἀξονικοῦ τομογράφου. Τὰ μαθηματικὰ ὅμως τοῦ SPECT εἶναι πολὺ πιὸ δύσκολα. Συγκεκριμένα τὸ SPECT στηρίζεται στὸν ἔξασθνεούμενο μετασχηματισμὸ Radon, γιὰ τὸν ὁποῖο τὸ πρόβλημα τῆς ἀντιστροφῆς παρέμεινε μέχρι προσφάτως ἀλυτο. Συνέπεια αὐτῆς τῆς μαθηματικῆς δυσκολίας εἶναι ὅτι ἡ ύψηλὴ ἀνάλυση (ἀκρίβεια) τοῦ SPECT δὲν εἶναι τόσο καλὴ ὡστὸ τοῦ PET. Ὄπως ἀνέφερε ὁ Ἀκαδημαϊκὸς κος Ἀρτεμιάδης, τὸ μαθηματικὸ αὐτὸ πρόβλημα ἔχει τώρα λυθεῖ. Έλπιζουμε ὅτι αὐτὸ θὰ δόηγήσει στὴ βελτίωση τῆς ἀκρίβειας τοῦ SPECT. Πράγματι, ὁ ἀλγόριθμος ποὺ ἀναπτύξαμε στὸ Cambridge δοκιμάζεται στὸ Πανεπιστημιακὸ Νοσοκομεῖο UCL τοῦ Λονδίνου μὲ ἐνδιαφρυντικὰ ἀποτελέσματα. Η βελτίωση τοῦ SPECT θὰ εἶναι πολὺ χρήσιμη, γιατὶ τὸ SPECT, σὲ ἀντίθεση μὲ τὸ PET, δὲν ἀπαιτεῖ τὴν κοντινὴ ὑπαρξη κυκλότρου καὶ

κατὰ συνέπεια μπορεῖ νὰ ὑπάρχει σὲ κάθε ἐπαρχιακὸ νοσοκομεῖο. Ἀνοίγοντας ἐδῶ μιὰ παρένθεση ἀναφέρω ὅτι αὐτὴ ἡ λύση ἥταν μία ἀπλὴ ἐφαρμογὴ μιᾶς και- νούργιας μεθόδου ἀναλυτικῆς ἀντιστροφῆς μιᾶς μεγάλης κατηγορίας ὀλοκληρω- ματικῶν μετασχηματισμῶν. Αὐτὴ ἡ μέθοδος, ποὺ παρουσιάστηκε σὲ μία κοινή μιας δημοσίευση μὲ τὸν Gelfand (ἴσως τὸν μεγαλύτερο ἐν ζωῇ μαθηματικό), ἥταν μὲ τὴ σειρά της ἡ ἐφαρμογὴ σὲ γραμμικὰ προβλήματα μιᾶς γενικότερης με- θόδου ποὺ εἶχαμε ἀναπτύξει μὲ ἄλλους ἔρευνητές γιὰ μὴ-γραμμικὰ προβλήματα. Αὐτὸ τὸ ἀναφέρω γιὰ νὰ τονίσω ὅτι ὁρισμένες φορές στὰ μαθηματικὰ ἡ γνώση δὲν ἀναπτύσσεται ἀπὸ τὸ εὐκολότερο στὸ δυσκολότερο, ἀλλὰ ἀνάποδα ἀπὸ τὸ δυσκολότερο (τὸ μὴ-γραμμικὸ) στὸ εὐκολότερο (τὸ γραμμικό).

Οι ἐφαρμογὲς τῶν PET καὶ SPECT εἰναι τόσο πολυάριθμες, ποὺ θὰ χρει- αζόμουν ἀρκετὲς διαλέξεις γιὰ νὰ ἀναφέρω μόνο μερικὲς ἀπὸ αὐτές. Υπάρχουν σημαντικές ἐφαρμογὲς ἀπὸ τὴ διάγνωση τῆς σχιζοφρένειας καὶ τῆς νόσου Ἀλ- τσχάιμερ, μέχρι τὴ διαλεύκανση τῆς ἡμικρανίας καὶ τῆς ἐπιληψίας. Ενδεικτικὰ ἀναφέρω ὅτι σημαντικότατο ρόλο στὴ λειτουργία τοῦ ἐγκεφάλου παίζουν ὁρισμέ- νες οὐσίες ποὺ ὀνομάζονται νευροδιαβίαστές, γιὰ παράδειγμα ἡ ντοπαμίνη καὶ ἡ σεροτονίνη. Ὁπως τὸ φθόριο ἐνώνεται μὲ τὴ γλυκόζη, ἀνάλογα ὑπάρχουν σεση- μασμένες οὐσίες ποὺ ἐνώνονται μὲ τὴν ντοπαμίνη καὶ τὴ σεροτονίνη. Κατὰ συνέ- πεια εἰναι δυνατὴ ἡ μελέτη διαφόρων νευροδιαβίαστῶν *in vivo* μὲ ἐκπληκτικὰ ἀποτελέσματα στὴ νευροφαρμακολογία. Γιὰ παράδειγμα, τώρα γνωρίζουμε ὅτι στὴ σχιζοφρένεια ὑπάρχει χαμηλότερη δράση ντοπαμίνης στὸν πρὸ-μετοπικὸ φλοιό (ποὺ ὀδηγεῖ στὰ λεγόμενα ἀρνητικὰ συμπτώματα ὅπως ἐπιπεδότητα συ- ναισθημάτων) καὶ ὑψηλότερη δράση στὶς ὑποφλοιώδεις καὶ θαδύτερες περιοχές (ποὺ ὀδηγεῖ στὰ θετικὰ συμπτώματα ὅπως ψευδαισθήσεις καὶ ἀνωμαλίες κινή- σεως).

Πρέπει νὰ τονισθεῖ ὅτι αὐτὲς οἱ καινούργιες καταπληκτικὲς τεχνικὲς ὅχι μό- νο διοηθοῦν στὴν κατανόηση τῆς λειτουργίας τοῦ ἐγκεφάλου, ἀλλὰ εἰναι ἐπίσης ἔξαιρετικὰ χρήσιμες σὲ πολλὲς περιοχὲς τῆς Ιατρικῆς, ἀπὸ τὴ Νευρολογία καὶ τὴν Ψυχιατρικὴ μέχρι τὴν Ὄγκολογία καὶ τὴν Καρδιολογία. Γιὰ παράδειγμα, μιὰ μελέτη στὴν Ἀγγλία ποὺ δημοσιεύθηκε πρὸ μηνῶν, ἔδειξε ὅτι μία στὶς ¼ ἐγχειρίσεις γιὰ καρκίνο τοῦ πνεύμονος ἀντενδείκνυτο, γιατὶ ὑπῆρχαν ἥδη μετα- στάσεις πού, ἐνῷ δὲν τὶς ἔθλεπε ὁ ἀξονικὸς τομογράφος, τὶς ἔθλεπε τὸ PET. Νο- μίζω ὅτι, ὅπως σήμερα δὲν μποροῦμε νὰ διανοηθοῦμε τὴν ιατρικὴ χωρὶς ἀξονικὸ

και μαργνητικό τομογράφο, σε δέκα χρόνια δὲν θὰ μποροῦμε νὰ διανοηθοῦμε τὴν ιατρική χωρὶς PET καὶ SPECT.

Ο ἀνθρώπινος ἐγκέφαλος, ἀπὸ πλευρᾶς λειτουργικότητας εἶναι ἡ πολυπλοκότερη δομὴ στὸ γνωστὸ σύμπαν. Τὸ μεγαλύτερο ἐπίτευγμα τοῦ ἐγκεφάλου εἶναι τὸ ὅτι δημιουργεῖ συνείδηση. Άλλὰ μὲ ποιὸ τρόπο ἡ ἐνεργοποίηση τῶν νευρικῶν κυττάρων γεννᾷ ὑποκειμενικές αἰσθήσεις, σκέψεις, μνῆμες; Γιὰ τὴ μελέτη τῆς δυναμικῆς τοῦ ἐγκεφάλου, οἱ παραπάνω τεχνικὲς δὲν εἶναι κατάλληλες γιατὶ εἶναι σχετικὰ ἀργές (δὲν δίνουν ἀποτελέσματα σὲ πραγματικὸ χρόνο). Η μόνη ὑπάρχουσα κατάλληλη τεχνικὴ εἶναι ἡ μαργνητοεγκεφαλογραφία. Άνοιγοντας μία παρένθεση ἀναφέρω ὅτι δρισμένοι Νομπελίστες, ὅπως ὁ Crick καὶ ὁ Edelman, μόλις πῆραν τὸ Νόμπελ ἐγκατέλειψαν τὴν περιοχή τους καὶ ἀσχολήθηκαν μὲ τὸ θεμελιώδες πρόβλημα τῆς συνείδησης. Ο Edelman στὸ περίφημο βιβλίο του «Πῶς ἡ ψλη γίνεται ἐνόραση» καθὼς καὶ στὸ τελευταῖο του βιβλίο, χρησιμοποιεῖ πειραματικὰ δεδομένα μόνο ἀπὸ μαργνητοεγκεφαλογραφία. Σχετικὰ μὲ τὰ μαθηματικὰ αὐτῆς τῆς τεχνικῆς ἥταν ἡδη γνωστὸ ἀπὸ τὸ Helmholtz ὅτι τὸ συγκεκριμένο μαθηματικὸ πρόβλημα ὑπολογισμοῦ τοῦ ρεύματος ἀπὸ τὴ μέτρηση τοῦ μαργνητικοῦ πεδίου ποὺ δημιουργεῖ, δὲν ἔχει μοναδικὴ λύση. Ο ἀκριβὴς ὅμως ἀναλυτικὸς προσδιορισμὸς αὐτῆς τῆς μὴ μοναδικότητος παρέμενε ἀλυτος ἀπὸ τὸ 1860. Πρόσφατα, πάλι σὲ συνεργασία μὲ τὸν Gelfand, ἀφενὸς μὲν λύσαμε αὐτὸ τὸ πρόβλημα, ἀφετέρου δὲ δειξαμε ὅτι, ἀν ὑποθέσουμε ὅτι τὸ ρεῦμα στὸν ἐγκέφαλο εἶναι τέτοιο ὥστε νὰ ἐλαχιστοποιεῖ τὴν ἐνέργεια, τότε ἡ λύση εἶναι μοναδικὴ καὶ ἐπίσης ἀναλυτική. Ή μελέτη γιὰ τὴν ἐπέκταση αὐτῆς τῆς ἀνάλυσης σὲ πιὸ ρεαλιστικὸ μοντέλο τοῦ ἐγκεφάλου καὶ ἡ ἐπαλήθευση τοῦ ἀλγορίθμου, ποὺ θὰ προκύψει χρησιμοποιώντας πραγματικὰ δεδομένα ἀπὸ τὸ τμῆμα Νευροχειρουργικῆς τοῦ Πανεπιστημιακοῦ Νοσοκομείου τοῦ Texas, ἥταν ἔνα ἀπὸ τὰ δέκα μόνο ἔρευνητικὰ προγράμματα σὲ ὅλες τὶς περιοχὲς ἐπιστήμης καὶ τεχνολογίας ἀπὸ ὅλη τὴν Εὐρώπη ποὺ μόλις χρηματοδοτήθηκε ἀπὸ τὴν Εὐρωπαϊκὴ Ένωση.

#### Μέρος Β'

Τὸ δεύτερο μέρος τῆς ὁμιλίας μου θὰ εἶναι συντομότερο ἀπὸ τὸ πρώτο. Ἐπειδὴ αὐτὸ τὸ μέρος ἔχει καὶ φιλοσοφικὴ διάσταση, τίθεται ἀμέσως τὸ ἐρώτημα κατὰ πόσον ἔχει νόημα γιὰ ἔναν μαθηματικὸ νὰ φιλοσοφεῖ, ίδιαίτερα ἐνώπιον

τῶν ἔξαρσετων Φιλοσόφων Ἀκαδημαϊκῶν. Σχετικὰ μὲ τὸ ἐρώτημα αὐτὸ ἐπιτρέψυτε μου νὰ κάνω δύο παρατηρήσεις: α) Ὁ Πλάτωνας, ποὺ τόνισε τὴ σχέση μεταξὺ Μαθηματικῶν καὶ Φιλοσοφίας, θεωροῦσε τὰ Μαθηματικὰ σὰν προπαρασκευαστικὸ μάθημα γιὰ τὴ Φιλοσοφία. Εἶναι ἔξαλλου γνωστὸ ὅτι ὑπάρχουν πολλὲς δόμοιότητες μεταξὺ Φιλοσοφίας καὶ Μαθηματικῶν. Γιὰ παράδειγμα, εἶναι οἱ δύο πιὸ ἀφηρημένες ἐπιστῆμες, καθὼς ἐπίσης καὶ στὶς δύο αὐτές ἐπιστῆμες ἡ ὄρθολογικότητα παῖζει κυρίαρχο ρόλο: β) Ἡ ἀναζήτηση τῆς ἀλήθειας διὰ μέσου τῆς ἐπιστημονικῆς ἔρευνας ἀναπόφευκτα γεννᾶ ὅλο καὶ πιὸ έναθια καὶ πολυσύνθετα ἔρωτήματα, ποὺ μὲ τὴ σειρά τους ὁδηγοῦν στὴν τάση γιὰ μίᾳ ἐνοποιημένη ἀντιμετώπισή τους καὶ κατὰ συνέπεια στὴ φιλοσοφία.

Ἐν πάσῃ περιπτώσει οἱ δικές μου φιλοσοφικὲς τοποθετήσεις ἀφοροῦν μόνο στὴ σχέση μαθηματικῶν καὶ ἐγκεφάλου.

Δὲν ὑπάρχει ἀμφιβολίᾳ ὅτι οἱ πιὸ πολλοὶ ἀπὸ τοὺς μεγάλους μαθηματικοὺς εἶναι Πλατωνιστές. Ὄπως εἶναι εὐρύτατα γνωστό, ὁ Πλάτωνας μιλοῦσε γιὰ ἔνα κόσμο ἵδεων ὃ δποτὸς ὑπάρχει ἀνεξάρτητα ἀπὸ ἔμας σὲ μιὰ ἄλλη πραγματικότητα. Οἱ Πλατωνιστὲς Μαθηματικοὶ πιστεύουν ὅτι σὲ αὐτὸν ἀκριβῶς τὸν κόσμο κατοικοῦν καὶ θεμελιώδεις μαθηματικὲς σχέσεις, τὶς ὁποῖες ἔμεις ἀπλῶς προσπαθοῦμε νὰ ἀνακαλύψουμε. Δηλαδή, δὲν δημιουργοῦμε ἄλλὰ ἀνακαλύπτουμε Μαθηματικά. Θὰ ἥθελα νὰ παρουσιάσω δύο ἐπιχειρήματα ὑπὲρ αὐτῆς τῆς ἀπόψεως: α) Υπάρχει πειραματικὴ ἐπιθετική σχέση στὶς οἰ θεωρίες τῆς φύσεως ἐκφράζονται μὲ μαθηματικὲς ἔξισώσεις. Γιὰ παράδειγμα οἱ νόμοι τῆς Κβαντομηχανικῆς ἐκφράζονται μὲ τὴν περίφημη ἔξισωση τοῦ Schrödinger καὶ οἱ νόμοι τῆς Θεωρίας τῆς Γενικῆς Σχετικότητος μὲ τὶς ἔξισώσεις τοῦ Einstein. Εἶναι ἐπίσης γνωστὸ ὅτι, ἐπειδὴ οἱ δύο παραπάνω θεωρίες εἶναι ἀσυμβίβαστες, ἡ μεγάλη πρόκληση σήμερα τῶν θεωρητικῶν φυσικῶν εἶναι νὰ ἀνακαλύψουν μίᾳ καινούργιᾳ θεωρίᾳ. Κατὰ συνέπεια ὃ συνάδελφός μου Steven Hawking στὸ Cambridge καὶ ἄλλοι μεγάλοι θεωρητικοὶ φυσικοὶ προσπαθοῦν νὰ ἀνακαλύψουν ἔνα καινούργιο μαθηματικὸ φορμαλισμὸ ποὺ θὰ ἐνοποιεῖ ὅλες τὶς φυσικὲς ἀλληλοεπιδράσεις. Προφανῶς αὐτὸς ὁ μαθηματικὸς φορμαλισμὸς ἡδη κατοικεῖ στὸν κόσμο τοῦ Πλάτωνα. Ἐδῶ πρέπει νὰ τονίσω ὅτι ὅσο πιὸ πολὺ θαθαίνει ἡ σχέση Μαθηματικῶν καὶ Θεωρητικῆς Φυσικῆς τόσο καὶ φαίνεται πιὸ καθαρὰ ὅτι σὲ μεγάλο βαθμὸ ἀποτελοῦν ἔνα ἐνιαίο σύνολο. Κατὰ συνέπεια τόσο πιὸ πολὺ ἀποκτοῦν Πλατωνικὴ ὑπόσταση μεγάλες κατηγορίες ἀφηρημένων Μαθηματικῶν, ὅπως ἡ μὴ Riemannian Γεωμετρία, ἡ Τοπολογία, ἡ Αλγεβρικὴ Γεωμετρία καὶ ἡ Θεωρία Άριθμων. Γιὰ παράδειγμα, ὅπως τονίζει ὁ A. Connes, ἡ Κβαντομηχα-

νική οδηγεῖ ἀναπόφευκτα στὴ μὴ-ἀντιμεταθετικὴ Γεωμετρία καὶ μὲ αὐτὸ τὸν τρόπο τῆς δίνει ἀντικειμενικὴ ὑπόσταση. 6) Γνωρίζουμε ηδη ἀπὸ τὸ 1931, έάσει τοῦ περίφημου θεωρήματος τοῦ Gödel πὼς καμία μαθηματικὴ λογικὴ δὲν εἶναι πλήρης. Δηλαδὴ, δὲν ὑπάρχει κανένα σύστημα, στὸ ὅποιο ἀρχίζοντας ἀπὸ ἕνα πεπερασμένο ἀριθμὸ ἀξιωμάτων τὰ ὅποια ἔχουμε ἐπινοήσει (τοὺς κανόνες λογικῆς αὐτοῦ τοῦ συστήματος), νὰ μποροῦμε νὰ ἀπαντήσουμε ἀν ὅποιαδήποτε πρόταση σὲ αὐτὸ τὸ σύστημα εἶναι ἀληθινὴ ἢ οὔχι. Αὐτὸ συνήθως χρησιμοποιεῖται ὡς τεκμηρίωση τῆς ἀδυναμίας τῶν Μαθηματικῶν. Κατὰ τὴ γνώμη μου ὅμως τὸ θεώρημα τοῦ Gödel ἐκφράζει ἀκριβῶς καὶ τὸ ἀντίθετο, ὅτι δηλαδὴ μέσα στὰ Μαθηματικὰ συστήματα ὑπάρχει περισσότερη πληροφορία, περισσότερη «ἀληθεια», ἢν θέλετε, ἀπὸ αὐτὴ ποὺ ἐμεῖς μποροῦμε νὰ ἀποδεῖξουμε. Γιὰ παράδειγμα, ἀφοῦ ἀληθεῖς προτάσεις γιὰ τοὺς θετικοὺς ἀκέραιους ἀριθμοὺς δὲν μποροῦν νὰ ἀποδειχθοῦν μὲ κανένα πεπερασμένο ἀριθμὸ ἀξιωμάτων, αὐτὸ σημαίνει ὅτι αὐτὸ τὸ σύστημα περιέχει ἀπειρη πληροφορία. Μὰ αὐτὸ ἀκριβῶς εἶναι ἕνα ἀπὸ τὰ βασικὰ χαρακτηριστικὰ τῆς ἀντικειμενικῆς πραγματικότητας, ἢ ἀδυναμία μᾶς δηλαδὴ νὰ τὴν περιγράψουμε μὲ πεπερασμένο ἀριθμὸ προτάσεων.

Πολλοὶ διανοούμενοι ἔχουν ἀσχοληθεῖ μὲ τὴ γνωστὴ θέση τοῦ Noμπελίστα Wigner γιὰ τὴν «Παράλογη ἀποτελεσματικότητα τῶν Μαθηματικῶν», μὲ τὸ γεγονὸς δηλαδὴ ὅτι τὰ Μαθηματικὰ εἶναι πολὺ πιὸ ἀποτελεσματικὰ ἀπὸ ὅτι θὰ περιμέναμε. Λαμβάνοντας ὅμως ὑπόψη, ἀφενὸς μὲν ὅτι οἱ βασικοὶ νόμοι τῆς φύσης παίρνουν τὴ μορφὴ μαθηματικῶν ἔξισώσεων, ἀφετέρου δὲ ὅτι, ὅπως παρατήρησα παραπάνω, θεμελιώδη μαθηματικὰ συστήματα περιέχουν ἀπειρη πληροφορία, τότε νομίζω ὅτι ἡ παράλογη ἀποτελεσματικότητα τῶν Μαθηματικῶν γίνεται λογικότατη.

Κατὰ τὴ γνώμη μου τὸ κύριο ἐρώτημα δὲν εἶναι οὕτε γιατί τὰ μαθηματικὰ εἶναι τόσο ἀποτελεσματικὰ οὕτε τὸ ἀν ἐμεῖς ἀνακαλύπτουμε μαθηματικά, ἀλλὰ τὸ πῶς τὰ ἀνακαλύπτουμε. Μόνο ἡ μελέτη τοῦ ἐγκεφάλου μπορεῖ νὰ ἀπαντήσει σὲ αὐτὸ τὸ βασικὸ ἐρώτημα. Πιστεύω ὅτι ὁ ἐγκεφάλος ἔχει ὄρισμένους βασικοὺς μηχανισμοὺς μὲ τοὺς ὅποιοὺς προσεγγίζει τὴν πραγματικότητα. Αὐτοὶ οἱ μηχανισμοὶ, ἐκδηλώνονται καὶ συγκεκριμενοποιοῦνται ἀνάλογα μὲ τὸ ἀντικείμενο μὲ τὸ ὅποιο ἀσχολεῖται. Ή ἐκφραση αὐτῶν τῶν μηχανισμῶν στὸν χῶρο τῆς γλωσσολογίας οδηγοῦν στὴν Universal Language τοῦ Chomsky.

Σὲ αὐτὴ τὴν πρώτη μου ὄμιλίᾳ ἀπὸ τὸ 6ημα τῆς Ακαδημίας Ήὰ Ηελα νὰ θέσω τὸ ἔξης ἐρώτημα: Ποιοὶ εἶναι οἱ συγκεκριμένοι μηχανισμοὶ τοῦ ἐγκεφάλου ποὺ μᾶς οδηγοῦν στὸ μαθηματικὸ φορμαλισμό; Πιστεύω ὅτι, ὅπως ὁ ἐγκεφάλος

έχει έμφυτη ίκανότητα νὰ παράγει γραμματική, δηλαδὴ δομὴ γλώσσας, ἀνάλογα ἔχει καὶ έμφυτη ίκανότητα νὰ παράγει μαθηματικὴ δομὴ. Είναι γιὰ μένα πολὺ παράξενο ὅτι, ἐνῷ ὑπάρχει μεγάλη κατηγορία ἐρευνητῶν ποὺ ἀσχολοῦνται ἀκριβῶς μὲ αὐτὸ τὸ ἐρώτημα γιὰ τὴ Γλωσσολογία, τὸ ἀνάλογο ἐρώτημα γιὰ τὰ Μαθηματικὰ εἶναι τελείως ἀνεξερεύνητο. Νομίζω ὅτι αὐτὴ ἡ ἐρευνα εἶναι ἀπαραίτητη γιὰ πολλοὺς λόγους: Ἐκτὸς ἀπὸ τοὺς προφανεῖς, τοὺς παιδαγωγικούς, ἵσως νὰ ἔχει σημαντικὸ ἀντίκτυπο στὴν ίκανότητά μας νὰ ἀνακαλύπτουμε μαθηματικὲς δομές, μὲ ἀνυπολόγιστες συνέπειες στὴν προσπάθειά μας νὰ κατανοήσουμε τὸ σύμπαν. Ἐπίσης, ἐπειδὴ ὁ μηχανισμὸς λειτουργίας τοῦ ἐγκεφάλου εἶναι κοινός, ἀνεξάρτητος ἀπὸ τοὺς τομεῖς εἰδίκευσης, ἐγκεφαλικοὶ κώδικες, ποὺ θὰ ἀνακαλυφθοῦν γιὰ τὰ Μαθηματικά, θὰ μπορεῖ νὰ ἐπεκταθοῦν καὶ νὰ γρηστιμοποιηθοῦν καὶ σὲ ἄλλες περιοχές. Τέλος, ἡ μελέτη τοῦ παραπάνω ἐρωτήματος, ἵσως διαφωτίσει δύο σημαντικότατες πτυχὲς τῆς λειτουργίας τοῦ ἐγκεφάλου: Τὴν ίκανότητά του νὰ κάνει υπερβολικὰ γρήγορα συσχετισμοὺς πολὺ ἀπομακρυσμένους ἀπὸ τὸ ἀρχικὸ ἐρέθισμα, καὶ τὴν ίκανότητά του νὰ προσεγγίζει τὴν ἀλήθεια καὶ μὲ μὴ ἀλγορίθμικὸ τρόπο. Θὰ ἥταν πραγματικὰ ὑπέροχο ἂν τελικὰ κατορθώναμε νὰ ἐμπλουτίσουμε τὰ Μαθηματικὰ μὲ τὸ ἀντίθετό τους, δηλαδὴ μὲ μὴ ἀλγορίθμικὰ στοιχεῖα.

Σεβαστοὶ Ακαδημαϊκοί,  
Κυρίες καὶ Κύριοι,

Μὲ τὴν ἐκλογή μου στὴν Ακαδημία Αθηνῶν μοῦ ἀπενεμήθη ἡ Ψίστη τῶν τιμῶν. Αὐτὸς δέδαια μοῦ δημιουργεῖ βαθύτατη συγκίνηση. Οἱ συγκινήσεις ὅμως εἶναι παροδικές. Αὐτὸς ποὺ θὰ παραμείνει γιὰ πάντα εἶναι τὸ βαθύτατο αἰσθημα εὐθύνης. Τὰ τελευταῖα χρόνια μοῦ ἔχουν ἀποδοθεῖ μεγάλες τιμές, καὶ στὴν Ἐλλάδα καὶ στὸ ἔξωτερικό, κατὰ τὴ γνώμη μου δυσανάλογες μὲ τὴ μέχρι τώρα προσφορά μου. Γιὰ κάθε τιμώμενο οἱ τιμὲς ποὺ τοῦ ἀπονέμονται ἔχουν διαφορετικὴ σημασία. Γιὰ μένα αὐτὴ ἡ σημασία εἶναι ἀπλή. Αποτελοῦν κατάθεση προσδοκιῶν γιὰ τὴ συνέχιστη τῆς πορείας μου. Αὐτὸς εἶναι ὁ λόγος ποὺ μὲ κάθε καινούργια τιμὴ μεγαλώνει ἀκόμα περισσότερο τὸ αἰσθημα εὐθύνης. Εἶμαι αἰσιόδοξος ὅτι αὐτὴ ἡ πορεία θὰ συνεχιστεῖ. Αὐτὴ ἡ αἰσιοδοξία στηρίζεται ὅχι μόνο στὸ γεγονός ὅτι τὸ πάθος μου γιὰ τὴν ἐρευνα παραμένει μέγιστο, ἀλλὰ ἐπίσης στὸ ὅτι αὐτὴ τὴν περίοδο ἀσχολοῦμαι μὲ πάνω ἀπὸ 40 ἐρευνητικὰ προγράμματα μὲ ἔξαιρετικοὺς συνεργάτες. Πάνω ἀπὸ ὅλα ὅμως, ἡ αἰσιοδοξία μου πηγάζει ἀπὸ

τὸ γεγονός ὅτι ἔχω μία ὑπέροχη οἰκογένεια ποὺ μὲ στηρίζει πραγματικὰ καὶ ποὺ τὴν λατρεύω, τὴν Ρεγγίνα, τὸν Ἀλέξανδρο, τὴν Ἀναστασία καὶ τὴν Ιωάννα.

Ἡ παρουσία ὅλων ἐσᾶς ἔδω, ὅχι μόνο μὲ τιμᾶ καὶ μὲ συγκινεῖ, ἀλλὰ καὶ δίδει καινούργια ὕθηση στὴ δημιουργική μου προσπάθεια. Κυρίως γιὰ τὸ λόγο αὐτό, ἀλλὰ καὶ γιὰ τὴν ὑπομονή σας, σᾶς εἴμαι εὔγνώμων.

---