δ) *Τὸ κῦρος τῶν ἀγγλικανικῶν χειροτονιῶν* (ἀνάτυπον ἐκ τοῦ περιοδικοῦ «Ἐκκλησία» 1939, Ἀθῆναι 1939, 8^{ον}, σ. 132).

Πρό τινος χρόνου ὁ πριμᾶτος τῆς ἀγγλικανικῆς ἐκκλησίας καὶ ἀρχιεπίσκοπος Κανταουρίας παρεκάλεσε δι᾽ ἐπιστολῆς του τὸν ἀρχιεπίσκοπον Ἀθηνῶν ἀείμνηστον Χρυσόστομον ἵνα ἡ ἱερὰ σύνοδος τῆς ἐκκλησίας τῆς Ἑλλάδος ἀποφανθῇ ἀπὸ δογματικῆς καὶ κανονικῆς ἀπόψεως περὶ τοῦ κύρους τῶν ἀγγλικανικῶν χειροτονιῶν. Ἡ ἱερὰ σύνοδος ἵνα διαφωτισθῇ πλήρως περὶ τοῦ θέματος, πρὶν ἢ προβῇ εἰς συζήτησιν αὐτοῦ, παρεκάλεσε τὴν θεολογικὴν σχολὴν τοῦ πανεπιστημίου Ἀθηνῶν νὰ μελετήσῃ τὸ ζήτημα καὶ ὑποβάλῃ τὸ πόρισμά της. Ἐν τῷ τόμῳ τούτῳ περιέχονται τὰ εἰς τὴν σχολὴν ὑποβληθέντα σχετικὰ ὑπομνήματα τῶν καθηγητῶν κ.κ. Ἀλιβιζάτου, Μπαλάνου καὶ Μπρατσιώτου, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ὁποίων ἡ σχολὴ ὁμοφώνως ἀπεφάνθη ὅτι ἡ ὀρθόδοξος ἐκκλησία μόνον κατ᾽ οἰκονομίαν, ἐφόσον ἤθελε θεωρήσει πρέπον καὶ σκόπιμον, μετ᾽ ἐπισταμένην ἑκάστοτε ἔρευναν τῶν εἰδικῶν συνθηκῶν, δύναται νὰ ἀναγνωρίσῃ τὴν χειροτονίαν προσερχομένου εἰς τὴν ὀρθοδοξίαν Ἀγγλικανοῦ. Ἐν τῷ ὑπομνήματί μου τονίζω ὅτι ἡ κατ᾽ οἰκονομίαν ἀποδοχὴ δύναται νὰ ἐφαρμόζεται διὰ πάντα Χριστιανὸν ἐξ οἱασδήποτε ἐκκλησίας προερχόμενον καὶ ὅτι ὡς πρῶτον βῆμα ἐπισήμου ἀναγνωρίσεως τῶν ἑτεροδόξων ἐκκλησιῶν ὡς χριστιανικῶν θὰ ἦτο νὰ ἐπιτρέπεται ἡ τέλεσις κηδείας ὑπὸ ἀλλοδόξων ἱερέων εἰς μέρη ὅπου ἐλλείπουν ὁμόδοξοι ἱερεῖς.

ΑΝΑΚΟΙΝΩΣΕΙΣ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΩΝ

ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΜΟΥΣΙΚΗ.— **De la gamme tempérée et sur une gamme diatonique équivalente possédant des intervalles rationnels,*** *par* ***Const. Maltézos.***

INTRODUCTION. — On sait que la gamme diatonique naturelle possède, en plus de sept tons et hémitons, les dièses et les bémols correspondants, soit en tout 21 sons (v. le Tableau I). Il est possible de rendre tous ces sons par le chant et les instruments à archet, tel le violon; au contrairre, ceci n'est pas possible par les instruments à sons fixes, tels le piano, l'orgue, la cithare, la mandoline.

Ces difficultés ont amené à considérer la gamme tempérée actuelle, à laquelle l'octave est divisée en douze hémitons, tous égaux à $\sqrt[12]{2} = 1{,}05946$

* ΚΩΝΣΤ. ΜΑΛΤΕΖΟΥ. — Περὶ τῆς συγκεκραμένης κλίμακος καὶ τῆς ἰσοδυνάμου κλίμακος ρητῶν μουσικῶν διαστημάτων.

soit à 25,086 savarts, l'intervalle de l'octave étant acoustiquement égal à 301 savarts. Dans cette gamme la dièse de chaque ton coïncide avec le bémol du son immédiatement supérieur d'un ton, c. à. d. dans cette gamme la dièse est exactement égale à un hémiton.

D'après *P. Blaserna*[1], (p. 117): «La gamme tempérée a été généralement acceptée; elle est même tellement entrée dans les usages journaliers, que nos artistes modernes ne savent plus que c'est une gamme inexacte, née d'une transaction destinée à obvier aux difficultés pratiques de l'exécution musicale».

D'après *M. Emmanuel*[2], (§ 121): «Dans l'orchestre nous avons simultanément des quintes pythagoriciennes (corde à vide des instruments à archet), des quintes tempérées (grande orgue ou piano), des tierces majeures naturelles (cors, trompettes, trombones etc.), des tierces pythagoriciennes (instruments de bois tempérées), des tierces tempérées (un peu partout). Notre oreille réduit à l'unité ces éléments de discord...».

D'après *Renée Schidlof*[3] (p. 36): «Il est à remarquer que, au moins en ce qui concerne la musique chorale et l'enseignement élémentaire du solfège, c'est la gamme tempérée que tendent actuellement à reproduire les chanteurs occidentaux»; et plus loin: «S'il on accorde aujourd'hui les orgues, les pianos et divers autres instruments en gamme tempérée, par contre, parmi les instruments de l'orchestre il en existe plusieurs qui fournissent, de par leur structure même, des intervalles non tempérés... Il faudrait donc admettre qu'au sein de l'orchestre, les musiciens jouent selon au moins trois sortes des gammes différentes: gamme tempérée, gamme naturelle et gamme de Pythagore. Si la rigueur des intervalles devait l'emporter sur toute autre impression musicale, il est bien évident que l'orchestre ne serait qu'une cacophonie insupportable. Heureusement que malgré la précision de notre oreille capable de discerner les écarts d'un comma, nous nous accomodons sans trop de peine d'impressions beaucoup plus importantes».

Enfin, d'après *G. Sklavos*[4]: «Le système musical et avec lui le système de transposition des gammes, apparaît d'une façon définitive après l'adoption de la gamme tempérée égale.»

De tout cela saute aux yeux l'importance qu'a pris dans la musique contemporaine la gamme tempérée.

Temps d'invention de la gamme tempérée. D'après les musicologues contemporains,[4,5] les premiers essais de la création de la gamme tempérée ont été faites durant le 17e siècle, mais son imposition est due au musicien Jean Sebastien Bach, au commencement du 18e siècle.

Suivant *M. Emmanuel* [2] «les avantages pratiques du Tempérament égal avaient été soupçonnés par Aristoxène, et s'ils n'ont été consacrés par l'usage dès les temps anciens, c'est que les Grecs se refusèrent à l'abandon des variations mélodiques».

D'après *P. Blaserna* [1], «un grand théoricien, Aristoxène, pressentit ce tempérament égal, mais les professionnels n'acceptèrent point ces successions vulgaires».

Moi même j'écrivais[6]: «La gamme et le canon de Pythagore étaient d'un emploi courant durant toute l'antiquité chez les Grecs. Mais Aristoxène a observé, paraît-il le premier, que pratiquement, surtout dans la musique instrumentale, les intervalles sont pris égaux; il a donc divisé la gamme en 12 demi-tons égaux, établissant ainsi la gamme tempérée. Cela n'a pas été approuvé par l'École, ni par Euclide; néanmoins dans la période romaine ultérieure la gamme tempérée a, paraît-il, prévalue.»

Sur ce point de l'histoire de la Musique, les éléments, à ma connaissance, sur lesquels s'appuient ces assertions, sont les suivants.

Ch. Em. Ruelle dans sa *Notice et variantes d'un manuscrit de Strasbourg, contenant les éléments harmoniques d'Aristoxène* [7], a lu, en marge, immédiatement après le «δεῖ γὰρ» du texte, la scholie suivante:

«Ἐπειδή περ ὁ τόνος ἐν μὲν χρώματι εἰς τρία διαιρεῖται, τὸ δὲ τριτημόριον καλεῖται χρωματικὴ δίεσις, ἐν ἁρμονίᾳ δὲ εἰς τέσσαρα διαιρεῖται, τὸ δὲ τέταρτον μόριον καλεῖται ἁρμονικὴ δίεσις. Τὸ οὖν τριτημόριον καὶ ἑνὸς τοῦ αὐτοῦ δωδεκάτῳ ὑπερέχει, οἷον ὥς ἐπὶ ιβ· ἂν γὰρ διέλω τὸν ιβ εἰς τρία μόρια καὶ τέσσαρα, γίνονται τέσσαρες τριάδες καὶ τρεῖς τετράδες. Ὑπερέχει οὖν τὸ τριτημόριον τοῦ τεταρτημορίου μονάδι, ὅπερ ἐστὶ τοῦ ὅλου δωδέκατον· ὥστε», et immédiatement après suit dans le texte la phrase «τοῦ ἑνὸς καὶ τοῦ αὐτοῦ τὸ τριτημόριον τοῦ τεταρτημορίου τῷ δωδεκατημορίῳ ὑπερέχειν».

D'autre part, d'après *Th. Reinach* [8] (p. 21) «Aristoxène, non content d'écarter les mensurations des cordes, apporte un tempérament à l'exigence de l'oreille; il postule implicitement un accord de la Lyre identique à celui de notre gamme tempérée... La preuve de ce fait résulte notamment d'un passage célèbre—[Harm. p. 56 Meib.]—où après avoir retranché de la quarte la-ré, d'une part à l'aigu et de l'autre part au grave, une tierce majeure—ce qui détermine nos sons si bémol et ut dièse – Aristoxène affirme que la quarte aiguë du premier de ces sons, soit mi bémol, consonne à la quinte juste avec la quarte grave du second, soit sol dièse. En d'autres termes il identifie, comme nous le faisons nous même sur le piano, les sons sol dièse et la bémol».

De même l'auteur aristoxénique de l'*Introduction Harmonique,* probablement Cléonide[9], voulant montrer les nuances (χρόαι) ou les modalités (τρόποι) par des nombres, suppose le ton partagé en 12 parties égales (μόρια) — des douzièmes (δωδεκατημόρια) du ton—et toute l'octave partagée en 72 parties égales.

Mais il y a plus: Plutarque dans ses *Ἠθικὰ* [10]— *Περὶ τῆς ἐν Τιμαίῳ Ψυχογονίας,* écrit dans le § XII. «Τούτων γὰρ τῶν ἀριθμῶν οἱ Πυθαγορικοί, τὰ μὲν ε´ τροφόν, ὅπερ ἐστὶ φθόγγον, ἐκάλουν οἰόμενοι τῶν τοῦ τόνου διαστημάτων πρῶτον εἶναι φθογγητὸν τὸ πέμπτον· τὰ δὲ τρισκαίδεκα λεῖμμα, καθάπερ Πλάτων, *τὴν εἰς ἴσα τοῦ τόνου διανομὴν ἀπογινώσκοντες*»; et dans le § XVII: «. . τῶν δὲ διαστημάτων ἓν ὁ καλούμενος τόνος, ᾧ τὸ διὰ πέντε μεῖζόν ἐστι τοῦ διὰ τεσσάρων. Τοῦτον οἱ μὲν ἁρμονικοὶ δίχα τεμνόμενον, οἴονται δύο διαστήματα ποιεῖν, ὧν ἑκάτερον ἡμιτόνιον καλοῦσιν· οἱ δὲ Πυθαγορικοί, τὴν μὲν εἰς ἴσα τομὴν ἀπέγνωσαν αὐτοῦ, τῶν δὲ τμημάτων ἀνίσων ὄντων λεῖμμα τὸ ἔλαττον ὀνομάζουσι, ὅτι τοῦ ἡμίσεος ἀπολείπει. Διὸ καὶ τῶν συμφωνιῶν τὴν διὰ τεσσάρων οἱ μὲν δυοῖν τόνων καὶ ἡμιτονίου ποιοῦσιν, οἱ δὲ δυοῖν καὶ λείμματος. *Μαρτυρεῖν δὲ δοκεῖ τοῖς μὲν ἁρμονικοῖς ἡ αἴσθησις, τοῖς δὲ μαθηματικοῖς ἡ ἀπόδειξις, ὡς τοιοῦτος ὁ τρόπος ἐστίν*».

Il résulte de cet important à plusieurs points de vue passage, ainsi que d'autres témoignages des anciens musicologues grecs, que *la gamme tempérée** était en usage dans la pratique courante des temps d'alors.

Il est vrai que les Anciens ne pratiquaient pas les nombres irrationnels, mais en musique pratique, même aujourd'hui, la division en des intervalles irrationnels n'a aucun sens, vu que cette division se fait en des intervalles *acoustiquement égaux.*

But de la présente étude. Ce but consiste à la recherche d'une gamme diatonique possédant des intervalles entre les sons consécutifs et par rapport au son fondamental donnés *par des nombres rationnels, aussi simples que possible* et qui coïncident *acoustiquement* avec les intervalles correspondants de la gamme tempérée actuelle. Pour cela écrivons l'intervalle tonique tempéré T sous forme de fraction continue, soit

* Nous verrons plus loin sous quelle forme on doit supposer constituée cette ancienne gamme tempérée.

$$T = \sqrt[6]{2} = 1{,}12246205 = 1 + \cfrac{1}{8 + \cfrac{1}{6 + \cfrac{1}{31 +}}}$$

et considérons, au lieu de T, ses réduites successives.

On sait que la valeur d'une fraction continue est comprise entre deux réduites consécutives et que la valeur absolue de sa différence à la réduite va en décroissant avec l'augmentation de l'ordre de la réduite. Si donc on désigne par r les réduites, on aura ici $r_1 = 1$, $r_2 = \frac{9}{8}$ et $r_3 = \frac{55}{49}$, les réduites d'ordre supérieur ne devant être utilisées, comme ayant leurs termes de plusieurs chiffres.

Il en résulte que la solution de première approximation, c. à d. la gamme diatonique approchée en premier lieu à la gamme tempérée a pour ton $T = {}^9/_8$ et, *pour la conservation des intervalles harmoniques de la quarte et de la quinte*, pour hémiton $\tau = \frac{256}{243}$; c'est la gamme pythagoricienne.

On peut former d'autres gammes approchées, si, au lieu de l'un de deux tons $\frac{9}{8}$, on prenne une *des fractions intermédiaires*, qui sont: $\varrho_{2,1} = \frac{10}{9}$, $\varrho_{2,2} = \frac{11}{10}$, $\varrho_{2,3} = \frac{12}{11}$ *.

Par conséquent d'autres gammes diatoniques approchées à notre gamme tempérée sont les suivantes:

1. $T = \frac{9}{8}$, $T' = \frac{10}{9}$ et $\tau = \frac{16}{15}$, soit la gamme dite *naturelle*.

2. $T = \frac{9}{8}$, $T' = \frac{11}{10}$ et $\tau = \frac{320}{297}$, soit la gamme byzantine (la gamme n° 2 de Chrysanthe[11]).

et 3. $T = \frac{9}{8}$, $T' = \frac{12}{11}$ et $\tau = \frac{88}{81}$, soit aussi la gamme byzantine (la gamme n° 3, ou d'après nous la vraie gamme de Chrysanthe[11]). De toutes ces gammes diatoniques la plus approchée à la gamme tempérée est la gamme pythagoricienne.

Mais la gamme pythagoricienne ne peut, d'aucune façon, se substituer à la gamme tempérée, soit l'ancienne, soit l'actuelle; par conséquent cette première approximation est insuffisante.

Pour essayer de résoudre notre question il faut imaginer une gamme ayant le ton égal à la troisième réduite de la fraction continue, c.-à.-d.

* Voir la Note à la fin de la présente Communication.

$T = \frac{55}{49} = 1{,}122449$, ou égal à 50,167 savarts à peine inférieur de 5 millièmes de savart du ton tempéré; par contre son hémiton serait égal à $\frac{9600}{9075}$, fraction incommode, d'où il resulte qu'elle est à rejeter. Il y a plus; cette gamme ne contient les intervalles naturels de la quarte et de la quinte. En outre, une autre gamme qui aurait le ton majeur $^{9}/_{8}$, le mineur $^{55}/_{49}$, elle aurait pour hémiton le rapport $\frac{1568}{1485}$ et, pour la même raison de commodité, elle serait rejetable.

Mais, substituons à cette troisième réduite sa première fraction intermédiaire, soit la fraction $\frac{64}{57} = 1{,}1228$ ou 50,305 savarts; elle donne comme hémiton $\tau = \frac{1083}{1024}$ et elle est aussi impraticable; néanmoins, il en résulte une gamme diatonique à trois intervalles toniques, conservant les intervalles consonnants de la quarte, de la quinte et du diapason et ayant $T = \frac{9}{8}$, $T' = \frac{64}{57}$ et $\tau = \frac{19}{18}$. Dans cette gamme, que nous désignerons par la lettre (A), la disjonction de deux tetracordes se fait par le ton $\frac{9}{8}$ et sa coïncidence acoustique avec la gamme tempérée actuelle peut être considérée comme satisfaisante.

En outre, cette gamme théorique satisfait aux conditions, trouvées par moi, de possibilité d'une gamme diatonique[12]; elle possède d'ailleurs la dièse $\frac{384}{361}$, égale à 26.824 σ*, et l'on doit prendre comme des sons intermédiaires des sons toniques leurs bémols, beaucoup plus approchés aux tons intermédiaires tempérés que les dièses des sons plus graves correspondants, comme il apparaît dans le Tableau II.

Ainsi, la suite des sons (avec les bémols intermédiaires) de cette gamme, disposés suivant la gamme naturelle majeure, est

ut	re♭	re	mi♭	mi	fa	sol♭	sol	la♭	la	si♭	si	Ut
1	$\frac{1083}{1024}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{19}{16}$	$\frac{24}{19}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{361}{256}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{19}{12}$	$\frac{32}{19}$	$\frac{57}{12}$	$\frac{36}{19}$	2

Soumettons maintenant au même traitement l'hémiton tempéré $\tau = \sqrt[12]{2} = 25{,}086\,\sigma$, ce qui d'ailleurs est conforme à la division de l'octave en 12 parties égales.

Nous aurons la fraction continue

* La lettre grecque σ désigne le savart.

$$\tau = 1 + \cfrac{1}{16 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{2+}}}}$$

possédant pour deuxième réduite la fraction $\frac{17}{16}$ et pour troisième la fraction $\frac{18}{17}$, dont la valeur la plus approchée de l'hémiton tempéré est $\frac{18}{17}$.

Nous trouvons ainsi, à la place de la gamme tempérée, une autre gamme que nous désignerons par la lettre (B), ayant $T = \frac{9}{8}$, $T' = \frac{272}{243}$ et $\tau = \frac{18}{17}$, satisfaisant aussi aux conditions de possibilité d'une gamme diatonique[12].

Dans cette gamme, on doit prendre pour des sons toniques intermédiaires les dièses des sons graves, comme étant beaucoup plus proches de ceux de la gamme tempérée actuelle que les bémols des sons immédiatement plus aigus; nous aurons donc ici la suite des sons:

ut	ut♯	re	re♯	mi	fa	fa♯	sol	sol♯	la	la♯	si	Ut
1	$\frac{2312}{2187}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{289}{243}$	$\frac{34}{27}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{9248}{6561}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1156}{729}$	$\frac{136}{81}$	$\frac{314.432}{177.147}$	$\frac{17}{9}$	2,

les intervalles entre les sons consécutifs différant de $2{,}874\,\sigma$ et de $0{,}684\,\sigma$.

La dièse dans cette gamme est égale, conformément à la règle de la gamme naturelle majeure, au rapport $\frac{T'}{\tau} = \frac{2312}{2187}$, soit à $24{,}139\,\sigma$; l'hémiton *mineur* ou *diatonique* est égal à $\frac{18}{17}$, et l'hémiton *majeur* ou *chromatique* à $\frac{17}{16}$, conformément à la gamme pythagoricienne. Mais les sons intermédiaires ne s'expriment pas par des fractions *simples*, par conséquent cette gamme est aussi incommode et rejetable.

Finalement, si dans la gamme (B) nous prennons comme dièse son hémiton diatonique, *conformément à ce que a lieu dans la gamme tempérée actuelle,* nous formerons une nouvelle gamme diatonique, que nous désignerons par la lettre (B_1); elle aura les valeurs suivantes des sons fondamentaux, rangés suivant la gamme naturelle majeure, ainsi que des sons intermédiaires, qui seront aussi les dièses des sons graves:

ut	ut♯	re	re♯	mi	fa	fa♯	sol	sol♯	la	la♯	si	Ut
1	$\frac{18}{17}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{81}{68}$	$\frac{34}{27}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{24}{17}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{17}$	$\frac{136}{81}$	$\frac{16}{9}$	$\frac{17}{9}$	2,

TABLEAU I.—Gammes diatoniques majeu

Sons	G. tempérée actuelle (13)		G. naturelle (13)		G. byzantine de la Commission (6), (11)		G. byzantine de Chrysanthe N° 2 (6)		G. byzantine de Chrysanthe N° 3 (6), (11)		G. nouvelle (B)		Sons	G. de Pythag (13)	
	rap.	savarts	rap.	savarts	rap.	savarts	rap.	savarts	rap.	savarts	rap.	savarts		rap.	savar
ut	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	ut	1	0
ut♯	$2^{1}/_{12}$	25,086	$\frac{5^2}{2^3.3}$	17,729							$\frac{2^3.17^2}{3^7}$	24,139	re♭	$\frac{2^8}{3^5}$	22,6
re♭			$\frac{3^3}{5^2}$	33,424							$\frac{3^9}{2^6.17^2}$	27,013	ut♯	$\frac{3^7}{2^{11}}$	28,5
re	$2^{2}/_{12}$	50,172	$\frac{3^2}{2^3}$	51,153	$\frac{3^2}{2^3}$	51,153	$\frac{3^2}{2^3}$	51,153	$\frac{3^2}{2^3}$	51,153	$\frac{3^2}{2^3}$	51,153	re	$\frac{3^2}{2^3}$	51,1
re♯	$2^{3}/_{12}$	75,258	$\frac{3.5^2}{2^6}$	68,881							$\frac{17^2}{3^5}$	75,292	mi♭	$\frac{2^5}{3^3}$	73,7
mi♭			$\frac{2.3}{5}$	79,181							$\frac{2^2.3^4}{17^2}$	75,977	re♯	$\frac{3^9}{2^{14}}$	79,6
mi	$2^{4}/_{12}$	100,344	$\frac{5}{2^2}$	96,910	$\frac{2^2.5^2}{3^4}$	91,515	$\frac{3^2.11}{2^4.5}$	92,545	$\frac{3^3}{2.11}$	88,941	$\frac{2.17}{3^3}$	100,115	fa♭	$\frac{2^{13}}{3^8}$	96,4
fa♭			$\frac{2^5}{5^2}$	107,210							$\frac{3^6}{2.17^2}$	100,800	mi	$\frac{3^4}{2^6}$	102,3
mi♯			$\frac{5^3}{2^5.3}$	114,639							$\frac{2^8.17^2}{3^{10}}$	124,254	fa	$\frac{2^2}{3}$	124,9
fa	$2^{5}/_{12}$	125,430	$\frac{2^2}{3}$	124,939	$\frac{2^2}{3}$	124,939	$\frac{2^2}{3}$	124,939	$\frac{2^2}{3}$	124,939	$\frac{2^2}{3}$	124,939	mi♯	$\frac{3^{11}}{2^{17}}$	130,8
fa♯	$2^{6}/_{12}$	150.515	$\frac{5^2}{2.3^2}$	142,668							$\frac{2^5.17^2}{3^8}$	149,079	sol♭	$\frac{2^{10}}{3^6}$	147,5
sol♭			$\frac{2^5}{5^2}$	158,363							$\frac{3^8}{2^4.17^2}$	151,952	fa♯	$\frac{3^6}{2^9}$	153,4
sol	$2^{7}/_{12}$	175,601	$\frac{3}{2}$	176,091	$\frac{3}{2}$	176,091	$\frac{3}{2}$	176,091	$\frac{3}{2}$	176,091	$\frac{3}{2}$	176,091	sol	$\frac{3}{2}$	176,0
sol♯	$2^{8}/_{12}$	200,687	$\frac{5^2}{2^4}$	193,820							$\frac{2^2.17^2}{3^6}$	200,231	la♭	$\frac{2^7}{3^4}$	198,7
la♭			$\frac{2^3}{5}$	204,120							$\frac{3^3}{17}$	200,915	sol♯	$\frac{3^8}{2^{12}}$	204,6
la	$2^{9}/_{12}$	225,772	$\frac{5}{3}$	221,849	$\frac{2^4.5^2}{3^5}$	216,454	$\frac{3.11}{2^2.5}$	217,484	$\frac{2.3^2}{11}$	213,880	$\frac{2^3.17}{3^4}$	225,054	la	$\frac{3^3}{2^4}$	227,2
la♯	$2^{10}/_{12}$	250,858	$\frac{5^3}{2^3.3^2}$	239,578							$\frac{2^6.17^3}{3^{11}}$	249,194	si♭	$\frac{2^4}{3^2}$	249,8
si♭			$\frac{3^2}{5}$	255,273							$\frac{3^5}{2^3.17}$	252,066	la♯	$\frac{3^{10}}{2^{15}}$	255,7
si	$2^{11}/_{12}$	275,944	$\frac{3.5}{2^3}$	273,001	$\frac{2.5^2}{3^3}$	267,606	$\frac{3^3.11}{5}$	268,636	$\frac{3^4}{2^2.11}$	265,032	$\frac{17}{3^2}$	276,206	Ut♭	$\frac{2^{12}}{3^7}$	272,5
Ut♭			$\frac{2^4.3}{5^2}$	283,301							$\frac{3^7}{2^2.17^2}$	276,891	si	$\frac{3^5}{2^7}$	278,3
si♯			$\frac{5^3}{2^6}$	290,724							$\frac{2^3.17^3}{3^9}$	300,345	Ut	2	301,0
Ut	2	301,030	2	301,030	2	301,030	2	301,030	2	301,030	2	301,030	si♯	$\frac{3^{12}}{2^{18}}$	306,9
	$T=T'=2^{2}/_{12}$ $=50,172\,\sigma$, $\tau=$ dièse $=$ bémol $2^{1}/_{12}=25,086\sigma$.		$T=\frac{9}{8}=51,153\sigma$ $T'=\frac{10}{9}=45,758\sigma$ $\tau=\frac{16}{15}=28,029\,\sigma$ dièse $=\frac{25}{24}$ $=17,729\,\sigma$ comma $=\frac{81}{80}=5,395\,\sigma$		$T=\frac{9}{8}=51,153\sigma$ $T'=\frac{800}{729}$ $=40,363\,\sigma$ $\tau=\frac{27}{25}=33,424\,\sigma$ dièse $\frac{T}{\tau}=\frac{25}{24}$ $=17,729\,\sigma$ (13), (14)		$T=\frac{9}{8}=51,153\,\sigma$ $T'=\frac{11}{10}=41,393\sigma$ $\tau=\frac{320}{297}=32,394\sigma$ dièse $\frac{T}{\tau}=18,759\sigma$		$T=\frac{9}{8}=51,153\,\sigma$ $T'=\frac{12}{11}=37,789\sigma$ $\tau=\frac{88}{81}=35,998\,\sigma$ dièse $\frac{T}{\tau}=\frac{729}{704}$ $=15,155\,\sigma$		$T=\frac{9}{8}=51,153\,\sigma$ $T'=\frac{272}{243}=48,963\sigma$ hémiton diaton. $\tau=\frac{18}{17}=24,824\,\sigma$ hémiton chrom. $=\frac{17}{16}=26,329\,\sigma$ dièse $\frac{T'}{\tau}=24,139\sigma$			$T=T'=\frac{9}{8}$ $=51,1536$ hémiton diato $\tau=\frac{256}{243}=22,6$ hémiton chromatique apotomé $=$di $=\frac{2187}{2048}=28,5$ comma $=5,8$	

N. B. Les nombres entre parenthèse du tableau se rapportent à la bibliographie de la présente Communication.

TABLEAU II. — *Différences des sons des diverses gammes du tableau I de ceux de la gamme actuelle tempérée, en savarts.*

Sons	G. naturelle	G. byzantine de la Commission	G. byzantine de Chrysanthe N° 2	G. byzantine de Chrysanthe N° 3	G. nouvelle (B)	G. de Pythagore	G. des Musiciens	G. nouvelle (A)	**Observations**
ut	0	0	0	0	0	0	0	0	
ut♯	7,357				0,947	–3,433	–3,313	–1,738	
re♭	–8,338				–1,927	2,452	2,367	0,757	
re	–0,981	–0,981	–0,981	–0,981	–0,981	–0,981	–0,946	–0,981	
re♯	6,377				–0,035	–4,413	–4,259	–2,719	
mi♭	–3,923				–0,718	1,472	1,421	0,624	
mi	3,434	8,829	7,803	11,403	0,228	–1,961	–1,893	–1,113	
fa	0,491	0,491	0,491	0,491	0,491	0,491	0,474	0,491	
fa♯	7,847				1,436	–2,943	–2,840	–1,248	
sol♭	–7,847				–1,436	2,943	2,840	1,248	
sol	–0,491	–0,491	–0,491	–0,491	–0,491	–0,491	–0,473	–0,491	
sol♯	6,866				0,456	–3,923	–3,786	–2,228	
la♭	–3,433				–0,228	1,962	1,894	1,115	
la	4,124	11,318	8,288	11,892	0,718	–1,472	–1,420	–0,624	
la♯	11,280				1,664	–4,905	–4,733	–2,362	
si♭	–4,695				–1,208	0,980	0,946	0,133	
si	2,943	8,338	7,307	10,912	–0,262	–2,453	–2,367	–1,605	
Ut	0	0	0	0	0	0	0	0	

comme d'ailleurs on le voit dans le tableau III, d'où nous tirons que la plus grande différence entre ces sons et les sons correspondants de la gamme tempérée s'élève à peine à 0,981 du savart.

A remarquer en plus que ses intervalles hémitoniques sont successivement en savarts: 24,824, 26,329 et 24,138, leurs différences entre eux s'élevant à peine à 1,5 σ et à 0,685 σ, non saisissables acoustiquement.

Il en résulte que *la gamme (B_1), satisfaisant à toutes les conditions de possibilité de gamme diatonique à trois intervalles toniques distincts, possède ses sons ainsi que leurs intermédiaires, ayant des rapports simples avec le son fondamental et coïncide acoustiquement d'une façon complète avec la gamme tempérée actuelle;* par conséquent elle constitue la solution du problème traité dans la présente étude.

La gamme tempérée aristoxénique. Dans ce qui précède j'ai considéré la gamme tempérée que je nommerai *actuelle,* ayant pour hémiton l'intervalle irrationnel $\sqrt[12]{2}$, et j'ai trouvé une gamme — la gamme (B_1) — coïncidant acoustiquement avec la dite gamme tempérée et possédant des intervalles exprimés par des fractions simples.

La gamme tempérée des anciens *Harmoniques (aristoxéniques)* est-elle, au point de vue mathématique, la même gamme tempérée actuelle?

Je pense que la réponse est donnée par le passage de Plutarque cité auparavant. Dans ce passage on lit la phrase: «C'est pourquoi l'accord consonnant, la quarte, les uns—(les aristoxéniques)—le composent de deux tons et d'un hémiton, les autres—(les pythagoriciens)—de deux tons et du limma».

Cela, d'ailleurs, est conforme à ce que nous savons de la Musique Grecque, qui se basait sur le tétracorde, la gamme pythagoricienne se composant de deux tetracordes disjointes par le ton $^9/_8$.

Je crois donc que la valeur arithmétique de l'hémiton tempéré aristoxénique doit être pris égale à $\sqrt[5]{\frac{4}{3}}$, l'intervalle de la quarte se partageant en cinq parties égales. Par conséquent on aurait pour l'hémiton tempéré aristoxénique $\tau_\alpha = \sqrt[5]{\frac{4}{3}} = 1{,}05922$ ou 24,988 savarts, moindre de l'hémiton tempéré actuel près de 0,1 de savart, ou, sous forme de fraction continue

$$\tau_\alpha = 1 + \cfrac{1}{16 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{7 +}}}$$

dont les trois premières réduites sont les mêmes de la fraction continue de l'hémiton tempérée actuel.

Quant à l'intervalle entre la quarte et la quinte, il doit être partagé en deux parties égales, chacune de $\sqrt{\frac{9}{8}}$ ou de 25,576 savarts, supérieure à τ_a de 0,588 σ, différence acoustiquement négligeable.

En pratique donc les deux gammes tempérées sont identiques et la gamme (B_1) représente aussi la gamme tempérée aristoxénique, comme d'ailleurs il apparaît du tableau III, où nous avons aussi inséré les intervalles de la gamme tempérée aristoxénique.

Recherches historiques des nouveaux intervalles toniques. J'ai recherché, en dernier lieu, si les intervalles toniques des nouvelles gammes (A), (B) et (B_1) se rencontrent chez les anciens musicologues.

L'hémiton $^{19}/_{18}$ n'apparaît que dans les modes (τρόποι) d'Eratosthène[2] de la subdivision du tetracorde, dont l'une est constituée de la tierce mineure et de deux hémitons $\frac{19}{18}$ et $\frac{20}{19}$ (voir p. 466); mais cela n'a aucun autre rapport avec la gamme (A).

C'est tout au contraire pour l'hémiton $\frac{18}{17}$; il se rencontre chez Aristide le Quintilien[16] (p. 114): «Ἐβουλήθησαν δὲ καὶ τὸν τῶν ἡμιτονίων κατανοῆσαι λόγον. Μεταξὺ δὴ τοῦ ὀκτὼ καὶ τοῦ ἐννέα μηδενὸς ἀριθμοῦ θεωρουμένου, τοὺς προκειμένους ὅρους διπλασιάσαντες ἐποίησαν μὲν ἑκκαίδεκα καὶ ὀκτωκαίδεκα μεταξὺ δὲ τούτων εὗρον ἐμπεσόντα τὸν ἑπτακαίδεκα. Τοῦτον δὲ εἰρήκασι μερίζεσθαι εἰς τόνον καὶ ἡμιτόνια. Εὑρίσκεται δὲ ταῦτα οὐκ εἰς ἴσα διαιρούμενα, ἀλλ' εἴς τε μεῖζον καὶ ἔλαττον» — c. à d. $\frac{17}{16}$ et $\frac{18}{17}$ — «Δι' ἃ κἂν τῇ καθ' ἡμιτόνιον διαγραφῇ διπλῆ γίνεται τῶν στοιχείων ἔκθεσις».

De même, on lit chez Plutarque, *Περὶ τῆς ἐν Τιμαίῳ Ψυχογονίας,* § XVIII: «... σκοπῶμεν εἰ δίχα τέμνεσθαι πέφυκε τὸ ἐπόγδοον.. Ἐπειδὴ πρῶτα τὸν ἐπόγδοον λόγον ὁ θ' καὶ ὁ η' ποιοῦντες, οὐδὲν διάστημα μέσον ἔχουσι, διπλασιασθέντων δ' ἀμφοτέρων, ὁ παρεμπίπτων μεταξὺ δύο ποιεῖ διαστήματα.. δέχονται δ' οὗτοι μεταξὺ τὰ ιζ' καὶ γίνεται τῶν διαστημάτων τὸ μὲν μεῖζον, τὸ δ' ἔλαττον· ἔστι γὰρ τὸ μὲν πρότερον ἐφεπτακαιδέκατον, τὸ δὲ δεύτερον ἐφεξκαιδέκατον· εἰς ἄνισα τοίνυν τέμνεται τὸ ἐπόγδοον· εἰ δὲ τοῦτο, καὶ ὁ τόνος.» On rencontre encore chez Plutarque *(Περὶ Ἴσιδος καὶ Ὀσίριδος § 42)*, la même division du ton.

Enfin, dans l'*Introduction harmonique* (Ἁρμονικὴ εἰσαγωγὴ) de Gaudentius[17], § 14, nous lisons ce passage très important pour notre question: «Τούτου δὲ θεωρηθέντος πάλιν ῥητέον ὅτι ὁ λόγος ἐλάττων ἡμιτονίου. Ἔστι μὲν

	$2^{\frac{1}{12}}$	25,086						$\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{5}}$	24,988	
re♭			$\frac{17}{2^4}$	26,329	$\frac{17}{2^4}$	26.329	—1,243			—1
re	$2^{\frac{2}{12}}$	50,172	$\frac{3^2}{2^3}$	[51,153]			[—0,981]	$\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{2}{5}}$	49,976	[—1,
					$\frac{2.3^2}{17}$	24,824				
re♯			$\frac{3^4}{2^2.17}$	[75,976]			[—0,718]			[—1,
	$2^{\frac{3}{12}}$	75,258						$\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{3}{5}}$	74,964	
mi♭			$\frac{17^2}{3^5}$	75,292	$\frac{3^3.17^2}{3^7}$	24,138	—0,034			—0
mi	$2^{\frac{4}{12}}$	100,344	$\frac{2.17}{3^3}$	[100,115]			[0,229]	$\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{4}{5}}$	99,952	[—0,
					$\frac{2.3^2}{17}$	24,824				
fa	$2^{\frac{5}{12}}$	125,430	$\frac{2^2}{3}$	[124,939]			[0,491]	$\frac{4}{3}$	124,939	[0
					$\frac{2.3^2}{17}$	24,824				
fa♯			$\frac{2^3.3}{17}$	[149,763]			[0,752]			[0,2
	$2^{\frac{6}{12}}$	150,515						$2^{\frac{6}{12}}$	150,515	
sol♭			$\frac{17}{2^2.3}$	151,268	$\frac{17}{2^4}$	26,329	—0,743			—0,
sol	$2^{\frac{7}{12}}$	175,601	$\frac{3}{2}$	[176,091]			[—0,490]	$\frac{3}{2}$	176,091	[0]
					$\frac{2.3^2}{17}$	24,824				
sol♯			$\frac{3^3}{17}$	[200,915]			[—0,228]			[0,1
	$2^{\frac{8}{12}}$	200,687						$\frac{3}{2}\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{5}}$	201,079	
la♭			$\frac{2^2.17^2}{3^6}$	200,230	$\frac{2^3.17^2}{3^7}$	24,138	0,456			0,8
la	$2^{\frac{9}{12}}$	225,772	$\frac{2^3.17}{3^4}$	[225,054]			[0,718]	$\frac{3}{2}\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{2}{5}}$	226,067	[1,0
					$\frac{2.3^2}{17}$	24,824				
la♯			$\frac{2^4}{3^2}$	[249,878]			[0,980]			[1,1
	$2^{\frac{10}{12}}$	250,858						$\frac{3}{2}\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{3}{5}}$	251,055	
si♭			$\frac{17^2}{2.3^4}$	251,382	$\frac{17}{2^4}$	26,329	—0,524			—0,2
si	$2^{\frac{11}{12}}$	275,944	$\frac{17}{3^2}$	[276,206]			[—0,262]	$\frac{3}{2}\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{4}{5}}$	276,042	[—0,16
					$\frac{2.3^2}{17}$	24,824				
Ut	2	301,030	2	[301,030]			0	2	301,030	0

γὰρ ἐλάττων ἢ ἐφεπτακαιδέκατος ὁ σνς τοῦ σμγ. Δύο δὲ ἐφεπτακαιδέκατοι οὐ συμπληροῦσιν ἐπόγδοον, ὥστε ὁ μὲν ἐφεπτακαιδέκατος λόγος λείπει ἥμισυς εἶναι τοῦ ἐπογδόου· *ὁ δὲ τοῦ σνς πρὸς τὰ σμγ λειπόμενος καὶ τοῦ ἐφεπτακαιδέκατος εἶναι, πολὺ* ἂν μᾶλλον λείποιτο ἥμισυς εἶναι τοῦ ἐπογδόου».

Nous voyons donc que les théoriciens grecs connaissaient que le rapport le plus rapproché, coïncidant acoustiquement à l'hémiton réel est $\frac{18}{17}$. Mais, rien ne nous autorise à penser que quelqu'un de ces théoriciens aurait proposé une gamme diatonique, à trois intervalles toniques, dont l'un le rapport $^9/_8$ et le plus petit (l'hémiton) le rapport $^{18}/_{17}$, c. à. d. une de nos gammes (B) ou (B_1).

NOTE

Nous croyons nécessaire de rappeler aux lecteurs, non versés dans l'Algèbre, quelques notions de la théorie des nombres.

Soit la fraction continue illimitée T, sous la forme canonique

$$T = 1 + \cfrac{1}{\alpha_1 + \cfrac{1}{\alpha_2 + \ddots + \cfrac{1}{\alpha_{2n-1} + \cfrac{1}{\alpha_{2n} + \cdots}}}}$$

où, sous forme abregée

$$(1') \qquad T = [1;\, \alpha_1,\, \alpha_2,\, \cdots \alpha_{2n-1},\, \alpha_{2n},\, \cdots],$$

$\alpha_1, \alpha_2, \cdot \alpha_{2n-1}, \alpha_{2n}, \cdot$ étant des nombres entiers et positifs; ses reduites sont

$$r_1 = \frac{A_1}{B_1} = 1,\; r_2 = \frac{A_2}{B_2} = \frac{\alpha_1 + 1}{\alpha_1}, \cdots r_{2n} = \frac{A_{2n}}{B_{2n}} = \frac{\alpha_{2n-1}A_{2n-1} + A_{2n-2}}{\alpha_{2n-1}B_{2n-1} + B_{2n-2}},\; r_{2n+1} = \frac{A_{2n+1}}{B_{2n+1}} = \frac{\alpha_{2n}A_{2n} + A_{2n-1}}{\alpha_{2n}B_{2n} + B_{2n-1}},$$

Posons la fraction *illimitée* sous la forme suivante

$$(2) \qquad T = [1;\alpha_1,\, \alpha_2,\, \cdots,\, \alpha_{2n-1} + \varepsilon_{2n-1}], \text{ ou encore } = [1;\, \alpha_1,\, \alpha_2,\, \cdots,\, \alpha_{2n} + \varepsilon_{2n}],$$

ε_{2n-1}, ε_{2n} étant les restes completant les termes α_{2n-1} ou α_{2n} de la fraction, et satisfaisant les inegalités

$$0 < (\varepsilon_{2n-1},\, \varepsilon_{2n}) < 1;$$

puis substituons les ε_{2n-1}, ε_{2n} par le nombre positif entier λ $(= 1, 2, 3, \cdot\cdot)$.

Nous obtenons ainsi les fractions continues *limitées*

$$(3) \qquad \begin{cases} \varrho_{2n,\lambda} = [1;\, \alpha_1, \alpha_2, \cdots,\, \alpha_{2n-1} + \lambda] \\ \varrho_{2n+1,\lambda} = [1;\, \alpha_1, \alpha_2, \cdots,\, \alpha_{2n} + \lambda] \end{cases}$$

qui s'appelent *réduites intercalées* (d'après Stern), ou *réduites secondaires*, ou encore *fractions intermédiaires* (d'après Lagrange)[18].

On a les relations

$$(4)\quad \begin{cases} \varrho_{2n,\ \lambda} = \dfrac{(\alpha_{2n-1}+\lambda)A_{2n-1}+A_{2n-2}}{(\alpha_{2n-1}+\lambda)B_{2n-1}+B_{2n-2}} = \dfrac{A_{2n}+\lambda A_{2n-1}}{B_{2n}+\lambda B_{2n-1}} \\ \varrho_{2n+1,\lambda} = \dfrac{(\alpha_{2n}+\lambda)A_{2n}+A_{2n-1}}{(\alpha_{2n}+\lambda)B_{2n}+B_{2n-1}} = \dfrac{A_{2n+1}+\lambda A_{2n}}{B_{2n+1}+\lambda B_{2n}}, \end{cases}$$

et dans le cas spécial où $\lambda = 1$,

$$(5)\quad \begin{cases} \varrho_{2n,\,1} = \dfrac{A_{2n}+A_{2n-1}}{B_{2n}+B_{2n-1}} \\ \varrho_{2n+1,1} = \dfrac{A_{2n+1}+A_{2n}}{B_{2n+1}+B_{2n}} \end{cases}$$

On en déduit aisément les inégalités

$$(6)\quad \begin{cases} r_{2n} > T > \varrho_{2n,\,1} > \varrho_{2n,\,2} \cdot\cdot > r_{2n-1}, \\ r_{2n+1} < T < \varrho_{2n+1,1} < \varrho_{2n+1,2} \cdot\cdot < r_{2n}. \end{cases}$$

Appliquons à la fraction continue qui représente le ton tempéré actuel

$$T = \sqrt[6]{2} = 1{,}12246205 = [1;\ 8,\ 6,\ 31,\ ..]$$

On a $\quad r_1 = \dfrac{A_1}{B_1} = 1,\ r_2 = \dfrac{A_2}{B_2} = \dfrac{9}{8},\ r_3 = \dfrac{A_3}{B_3} = \dfrac{55}{49},$

et ses fractions intermédiaires entre r_1 et r_2

$$\varrho_{2,\,1} = \frac{A_1+A_2}{B_1+B_2} = \frac{10}{9},\quad \varrho_{2,\,2} = \frac{11}{10},\quad \varrho_{2,\,3} = \frac{12}{11}\ ..;$$

et, d'après les premières des inégalités (6)

$$\frac{9}{8} > T > \frac{10}{9} > \frac{11}{10} > \frac{12}{11} .. > 1$$

Les fractions intermédiaires entre la deuxième et la troisième réduite sont

$$\varrho_{3,\,1} = \frac{A_3+A_2}{B_3+B_2} = \frac{64}{57},\quad \varrho_{3,\,2} = \frac{73}{65},\ ..,$$

et, d'après les deuxièmes des inégalités (6)

$$\frac{55}{49} < T < \frac{64}{57} < \frac{73}{65}, \dots < \frac{9}{8},$$

dont la fraction intermédiaire la plus rapprochée au ton tempéré actuel est le rapport $\frac{64}{57}$.

ΠΕΡΙΛΗΨΙΣ

Ὁ κ. Μαλτέζος κατὰ πρῶτον ἀναπτύσσει συντόμως τὴν σημασίαν τῆς συγκεκραμένης κλίμακος διὰ τὴν νεωτέραν Μουσικήν, καθὼς καὶ τὸ ἱστορικὸν τῆς εἰσαγωγῆς αὐτῆς. Ἡ συγκεκραμένη κλῖμαξ, ὑπὸ μορφὴν κατά τι διάφορον τῆς σημερινῆς, εἰσήχθη εἰς τὴν ἀρχαίαν ἑλληνικὴν Μουσικὴν ὑπὸ τοῦ Ἀριστοξένου καὶ τῆς Σχολῆς του (τῶν Ἁρμονικῶν), κατεπολεμήθη δὲ ὑπὸ τῆς Πυθαγορικῆς Σχολῆς.

Σκοπὸς τῆς παρούσης μελέτης εἶναι ἡ ἀναζήτησις διατονικῆς κλίμακος ἐχούσης διαστήματα διδόμενα ὑπὸ ρητῶν ἀριθμῶν, ὡς οἷόντε ἁπλῶν, ἀκουστικῶς συμπίπτοντα μετὰ τῶν ἀντιστοίχων τῆς συγκεκραμένης.

Πρὸς τοῦτο ὁ συγγραφεὺς χρησιμοποιεῖ τὰς ἰδιότητας τῶν συνεχῶν κλασμάτων· ἀναπτύσσει κατ' ἀρχὰς τὸ τονιαῖον συγκεκραμένον διάστημα, ἤτοι τὴν $\sqrt[6]{2}$, καὶ κατόπιν τὸ ἡμιτονιαῖον ἤτοι τὴν $\sqrt[12]{2}$, εἰς συνεχῆ κλάσματα καί, ἐξετάζων τὰς διαδοχικὰς ἀνηγμένας αὐτῶν, ἀνευρίσκει ὡς λύσεις τοῦ τεθέντος προβλήματος διαφόρους διατονικὰς κλίμακας, ἐξ ὧν ἡ ταυτιζομένη ἀκουστικῶς κλῖμαξ μετὰ τῆς συγκεκραμένης καὶ οὖσα συγχρόνως πρακτική, εἶναι ἡ ἑπομένη, τὴν ὁποίαν παριστᾷ διὰ τοῦ συμβόλου (B_1):

ut	ut♯	re	re♯	mi	fa	fa♯	sol	sol♯	la	la♯	si	Ut
1	$\frac{18}{17}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{81}{68}$	$\frac{34}{27}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{24}{17}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{17}$	$\frac{136}{81}$	$\frac{16}{9}$	$\frac{17}{9}$	2,

ἔχουσα τόνους τοὺς $\frac{9}{8}$ καὶ $\frac{272}{243}$, καὶ ἡμιτόνιον τὸν $\frac{18}{17}$.

Μετὰ ταῦτα ἐξετάζει ἐὰν ἡ σημερινὴ συγκεκραμένη κλῖμαξ εἶναι ἡ αὐτὴ τῶν ἀρχαίων ἁρμονικῶν, ἥτις, κατὰ τὸν συγγραφέα, ἦτο εἰς πρακτικὴν χρῆσιν τοὐλάχιστον ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τοῦ Πλουτάρχου· ἀνευρίσκει δὲ ὅτι τὸ ἀριστοξενικὸν ἡμιτόνιον πρέπει νὰ λαμβάνεται θεωρητικῶς ἴσον πρὸς τὴν πέμπτην ρίζαν τοῦ $\frac{4}{3}$, τοῦ διὰ τεσσάρων διαστήματος χωριζομένου εἰς πέντε ἡμιτόνια. Ἀλλὰ πρακτικῶς οὐδεμία ἐπέρχεται μεταβολὴ εἰς τὰ ἄνω ἐξαγόμενα, διότι τὰ δύο συγκεκραμένα ἡμιτόνια, ἤτοι τὸ νεώτερον καὶ τὸ ἀριστοξενικόν, διαφέρουσιν ἀλλήλων μόλις κατὰ ἓν δέκατον τοῦ σαβαρτίου, ἑπομένως ἀκουστικῶς συμπίπτουσι πλήρως. Τέλος ἀνεῦρεν ὅτι τὸ ἡμιτόνιον $\frac{18}{17}$, ὡς διάστημα πλησιέστατον πρὸς τὸ συγκεκραμένον ἡμιτόνιον, ἀναφέρεται ὑπό τινων τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων μουσικολόγων (Ἀριστείδου Κοϊντιλιανοῦ, Γαυδεντίου ὡς καὶ ὑπὸ τοῦ Πλουτάρχου), ἀλλὰ προσθέτει ὅτι οὐδὲν μᾶς ἐπιτρέπει νὰ σκεφθῶμεν ὅτι τις τῶν θεωρητικῶν ἐκείνων μουσικῶν εἶχε προτείνει διατονικὴν κλίμακα τριῶν διατονικῶν διαστημάτων, οἵα ἡ κλῖμαξ (B_1).

BIBLIOGRAPHIE

1. P. BLASERNA, *Le son et la musique*, 1892.
2. MAURICE EMMANUEL, *Grèce* (Art Gréco-romain) ἐν Encyclopédie de la Musique d'ALBERT LAVIGNAC, I.
3. RENÉE SCHIDLOFF, *Structure de la gamme chromatique et le rôle du 7e harmonique*, *Archives des Sciences physiques et naturelles*, **5**, 19, 1937.
4. RIEMANN-ΣΚΛΑΒΟΥ, *Ἐπίτομος Ἱστορία τῆς Μουσικῆς*, 1933.
5. Γ. ΣΚΛΑΒΟΥ, *Συγκεκραμένη κλῖμαξ*, ἐν Μεγάλῃ Ἑλλην. Ἐγκυκλοπαιδείᾳ.
6. CONST. MALTEZOS, *Les gammes diatoniques*, *Πρακτικὰ Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν*, **1**, 1926, p. 104.
7. CH. E. RUELLE, *Notice et variantes d'un manuscrit de Strasbourg, contenant les éléments harmoniqnes d'Aristoxène*, *Revue de Philologie*, 1882.

8. TH. REINACH, *La musique Grecque*, (Collection Payot), 1926.
9. [ΚΛΕΩΝΕΙΔΟΥ], *Εἰσαγωγὴ ἁρμονική* Carlus Janus, Musici scriptores Graeci, 1895.
10. Plutarchi scripta moralia, FR. DÜBNER, ed. *Firmin Didot*, 1856.
11. CONST. MALTEZOS, *Sur les gammes diatoniques de la musique ecclésiastique grecque*, *Πρακτικὰ Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν*, 4, 1929.
12. CONST. MALTEZOS, *Sur la théorie de la génèse des gammes diatoniques*, *Πρακτικὰ Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν*, 1, 1926, p. 145.
13. *Recueil de constantes de la Société française de Physique* (tableau 164) P. VILLARD, *Gammes diatoniques majeures*.
14. Α. ΣΠΑΘΑΡΗ, Στοιχεῖα Πειραματικῆς Φυσικῆς, 1886.
15. *Ἡ καθ' ἡμᾶς ἐκκλησιαστικὴ Μουσική*. Ἔκθεσις τῆς Ἐπιτροπῆς πρὸς τὸν Πατριάρχην Ἰωακείμ. Κωνσταντινούπολις, *Ἐκκλησιαστικὴ Ἀλήθεια*, 1887, 1888.
16. ΑΡΙΣΤΕΙΔΟΥ ΚΟΪΝΤΙΛΙΑΝΟΥ, *Περὶ Μουσικῆς*. Ἔκδοσις Μ. Meibomius.
17. ΓΑΥΔΕΝΤΙΟΥ ΦΙΛΟΣΟΦΟΥ, *Ἁρμονικὴ Εἰσαγωγή*, Carolus Janus, *Musici scriptores Graeci*, 1895.
18. *Encyclopädie der Math. Wissenschaften*, I., 1. *A. Pringsheim*, *Kettenbrüchen*, ὑποσημ. 370.

ΔΙΕΘΝΕΣ ΔΙΚΑΙΟΝ.—**Ἡ ἐπιρροὴ τῶν συγχρόνων γεγονότων ἐπὶ τῆς ἐξελίξεως τοῦ διεθνοῦς δικαίου**, *ὑπὸ **Ν. Πολίτου***. Ἀνεκοινώθη ὑπὸ τοῦ κ. Γεωργίου Π. Οἰκονόμου.

Εἶναι ἀναμφισβήτητον ὅτι τὸ διεθνὲς δίκαιον διέρχεται σήμερον σοβαρὰν κρίσιν. Τοῦτο προκύπτει ἐκ πλείστων ὅσων ἐνδείξεων, οἷαι ἡ ἐξασθένησις τοῦ κύρους τῶν διεθνῶν νομίμων, ἡ ἐλάττωσις τοῦ σεβασμοῦ πρὸς τὸν δοθέντα λόγον, ἡ παρακμὴ τῶν διεθνῶν θεσμῶν καί, ὅπερ ἀνησυχητικώτερον, ἡ σχετικὴ παραλυσία τῆς διεθνοῦς δικαιοσύνης. Ὅτε πρό τινων μηνῶν ἐξερράγη ἡ τόσον ἐπικίνδυνος διὰ τὴν εἰρήνην Γερμανο-τσεχοσλοβακικὴ διαφορά, οὐδεὶς ἐσκέφθη ὅτι ὤφειλεν αὕτη νὰ ὑποβληθῇ εἰς τὰς ὑπὸ τῆς ἐν ἰσχύι μεταξὺ τῶν δύο χωρῶν συμβάσεως τοῦ 1925 προβλεπομένας εἰρηνικὰς διαδικασίας. Ἐπίσης ἐπ' εὐκαιρίᾳ τῆς περὶ τὰ τέλη τοῦ 1938 καταγγελίας ὑπὸ τῆς Ἰταλίας τῆς Γαλλο-ἰταλικῆς συμφωνίας τοῦ 1935, ἡ προσφυγὴ εἰς τὸ Διεθνὲς Διαρκὲς Δικαστήριον τῆς Χάγης, ἥτις ἦτο νομικῶς δυνατή, δὲν ἐπραγματοποιήθη, διότι ὑπὸ τὰς παρούσας ψυχολογικὰς συνθήκας ἐκινδύνευε νὰ ἐκληφθῇ ὡς ἀστειότης.

Τὴν κρίσιν τοῦ διεθνοῦς δικαίου πιστοποιοῦσιν ἐπίσης αἱ ἀμφιβολίαι, οἱ ἐνδοιασμοὶ καὶ ἡ ψυχικὴ ταραχὴ πολυαρίθμων διεθνολόγων, οἵτινες καταβάλλουσι προσπαθείας πρὸς δικαιολογίαν τῶν συγχρόνων παραβιάσεων τῆς διεθνοῦς νομιμότητος καὶ πρὸς ἐπαναφορὰν τοῦ δόγματος τῆς ἀπολύτου κυριαρχίας καὶ οἵτινες θέτουσιν ἐνίοτε ἐν ἀμφιβόλῳ τὴν ὕπαρξιν τοῦ διεθνοῦς δικαίου καὶ ἀκόμη αὐτὸ τὸ δυνατὸν νομικῶν σχέσεων μεταξὺ τῶν κρατῶν.