

πῶν ἐρευνητῶν ἐδημιούργησαν τὴν «γεωμετρικὴν» θεωρίαν τῶν συναρτήσεων μιᾶς μιγαδικῆς μεταβλητῆς. Εἰς τὴν ἀνάπτυξιν τῆς θεωρίας ταύτης συνέβαλεν οὐσιωδῶς καὶ ὁ ἀείμνηστος Κωνσταντῖνος Καραθεοδωρῆ. Εἰς τὰ κλασσικὰ αὐτὰ θέματα ὑφίσταται εἰσέτι σημαντικὰ ἄλλα προβλήματα. Τοῦτο ὅμως δὲν ἤμπόδισε τὴν δημιουργίαν εὐρύτερων θεωριῶν ἀποσκοπουσῶν εἰς τὴν γενίκευσιν τῆς ἐννοίας τῆς συμμόρφου ἀπεικονίσεως, τῆς ἀναλυτικῆς ἀπεικονίσεως, τῆς μερομόρφου ἀπεικονίσεως, τῆς ἀλγεβρικῆς ἀπεικονίσεως κτλ. Τὰς ἐργασίας ἐπὶ τῶν κατευθύνσεων αὐτῶν δυνάμεθα νὰ κατατάξωμεν εἰς δύο κατηγορίας, ἧτοι: 1ον. εἰς ἐκείνας, αἱ ὁποῖαι ἐνεπνεύσθησαν κυρίως ἀπὸ τὴν κλασσικὴν μαθηματικὴν ἀνάλυσιν εἰς τὴν κατηγορίαν αὐτὴν ἀνήκουν καὶ αἱ ἐργασίαι τοῦ ἀειμνήστου Γεωργίου Ρεμούνδου, καὶ 2ον. εἰς τὰς ἐργασίας, αἱ ὁποῖαι, ἐν συνδυασμῶ ἐνίοτε καὶ μὲ τὰς πρώτας, τοποθετοῦνται εἰς τὰ πλαίσια τῶν λεγομένων νεωτέρων μαθηματικῶν.

Εἰς τὰς τελευταίας ἀνήκει καὶ ἡ παροῦσα ἐργασία τοῦ κ. Νικολάου Πετρίδη, εἰς τὴν ὁποίαν ἐπιτυγχάνεται κατὰ γονιμώτατον τρόπον ἡ σύνδεσις ζητημάτων τῆς κλασσικῆς ἀναλύσεως μὲ ζητήματα νεωτέρων μαθηματικῶν. Εἰς τὴν ἐργασίαν αὐτὴν ἐπεκτείνεται ἡ ἐννοια τῆς *Quasiconformal* ἀπεικονίσεως εἰς τὴν περίπτωσιν ψευδοαναλυτικῶν ἀπεικονίσεων μιᾶς ἐπιφανείας R τοῦ *Riemann* ἐντὸς μιᾶς μιγαδικῆς ἀναλυτικῆς πολλαπλότητος MN μιγαδικῆς διαστάσεως $N > 1$. Ὁ νέος ὄρισμός τῆς *Quasiconformal* ἀπεικονίσεως, τὸν ὁποῖον δίδει ὁ κ. Πετρίδης ἀφ' ἐνὸς μὲν παραμένει ἀναλλοίωτος εἰς τοὺς διαφόρους μετασχηματισμούς, ἀφ' ἑτέρου δὲ προσφέρεται διὰ τὴν γενίκευσιν γνωστῶν ἐννοιῶν τῆς θεωρίας τῶν Ἀναλυτικῶν συναρτήσεων.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ.—Une méthode nouvelle pour la majoration et pour la minoration des valeurs absolues des zéros des polynômes; extension au cas des zéros des Series de Taylor, par Jeanne Ferentinou - Nicolacopoulou*. Ἀνεκοινώθη ὑπὸ τοῦ Ἀκαδημαϊκοῦ κ. Κωνστ. Παπαϊωάννου.

I. INTRODUCTION

Soit

$$a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n \quad (1)$$

où $a_0 \neq 0$, un polynôme à coefficients dans le corps complexe C . D'après un

* ΙΩΑΝΝΑΣ ΦΕΡΕΝΤΙΝΟΥ - ΝΙΚΟΛΑΚΟΠΟΥΛΟΥ, Νέα μέθοδος διὰ τὴν ἀνεύρεσιν ἀνωτέρων καὶ κατωτέρων φραγμάτων τῶν ἀπολύτων τιμῶν τῶν ριζῶν τῶν πολυωνύμων. Ἐπέκτασις εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν σειρῶν τοῦ Taylor.

résultat classique de Cauchy¹ tous les n zéros du polynôme (1) sont en valeur absolue, au plus égaux à la racine positive de l'équation

$$|a_0|x^n = |a_1|x^{n-1} + \dots + |a_n| \quad (2)$$

Réciproquement, il est clair que toute fonction de la forme $f(|a_0|, |a_1|, \dots, |a_n|)$ qui, quels que soient les nombres complexes a_0, a_1, \dots, a_n majore en valeur absolue tous les zéros de (1), majore, en particulier, les valeurs absolues des racines de (2), donc, en particulier, la racine positive de (2).

Ainsi, la recherche des majorantes générales de la forme $f(|a_0|, |a_1|, \dots, |a_n|)$ revient, essentiellement à la recherche des majorantes de la même forme de la racine positive de (2) dans laquelle on peut, sans restreindre la généralité, supposer que $|a_0|=1$.

D'où l'intérêt que souleva la recherche des fonctions « explicites » $\varphi(1, |a_1|, \dots, |a_n|)$, inaugurée par Cauchy et Gauss et continuée par plusieurs mathématiciens dont, en particulier, Paul Montel [1], [2]. Aux inégalités simples ou avec des paramètres positifs arbitraires qu'étaient les résultats classiques ce sont ajoutées enfin plusieurs inégalités générales avec des paramètres par la méthode de D. Markovitch [3], [4] et, à date récente, par la méthode de S. P. Zervos [5], [6], [7]. Chacune de ces méthodes permet d'obtenir plusieurs inégalités générales, de sorte que beaucoup des résultats classiques deviennent des cas particuliers de chacune d'elles.

A chacune de ces inégalités générales correspond une classe des fonctions majorantes φ et, par passage à l'équation ayant pour racines les inverses des racines de (2), une classe des fonctions minorantes des valeurs absolues des racines de l'équation aux inverses.

Nous partons ci-dessous de la même inégalité de la moyenne que Markovitch, mais nous utilisons ensuite un argument qui ne nous semble pas avoir été utilisé par cet auteur; cet argument nous permet de déduire une inégalité générale et par conséquent, une classe de fonctions φ qui nous semble distincte des fonctions φ de Markovitch.

II. RECHERCHE DES FONCTIONS MAJORANTES φ

On utilise ci-dessous les inégalités connues suivantes: Quels que soient les nombres positifs C_1, C_2, \dots, C_n et les nombres strictement positifs K_1, K_2, \dots, K_n on a:

¹ M. MARDEN, The Geometry of the Zeros, Math. Surveys III, New York, 1949, p. 95.

$$\text{M i n } \left\{ \begin{array}{l} C_i \\ (i=1, \dots, n) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} K_i \\ (i=1, \dots, n) \end{array} \right\} \leq \frac{\sum_{i=1}^n C_i}{\sum_{i=1}^n K_i} \leq \text{M a x } \left\{ \begin{array}{l} C_i \\ (i=1, \dots, n) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} K_i \\ (i=1, \dots, n) \end{array} \right\} \quad (3)$$

Soit maintenant ϱ la racine positive de (2), où on suppose $|a_0| = 1$.

On a alors

$$\varrho^n = |a_1| \varrho^{n-1} + \dots + |a_n|. \quad (4)$$

En appliquant l'inégalité (3) de droite au second membre de (4) avec $C_i = |a_i| \varrho^{n-i}$ et avec des paramètres strictement positifs arbitraires K_i , on obtient

$$\sum_{i=1}^n |a_i| \varrho^{n-i} \leq \left(\sum_{i=1}^n K_i \right) \cdot \text{M a x } \left\{ \begin{array}{l} |a_i| \varrho^{n-i} \\ K_i \end{array} \right\} \quad (5)$$

Les relations (4) et (5) donnent

$$\varrho^n \leq \left(\sum_{i=1}^n K_i \right) \cdot \text{M a x } \left\{ \begin{array}{l} |a_i| \varrho^{n-i} \\ K_i \end{array} \right\}$$

Deux sont alors les seuls cas possibles :

$$1. \text{ M a x } \left\{ \begin{array}{l} |a_i| \varrho^{n-i} \\ K_i \end{array} \right\} = \frac{|a_1| \varrho^{n-1}}{K_1};$$

$$\text{alors, } \varrho^n \leq \left(\sum_{i=1}^n K_i \right) \frac{|a_1| \varrho^{n-1}}{K_1},$$

$$\text{donc } \varrho \leq \left(\frac{\sum_{i=1}^n K_i}{K_1} \right) |a_1|.$$

$$2. \text{ M a x } \left\{ \begin{array}{l} |a_\lambda| \varrho^{n-\lambda} \\ K_\lambda \end{array} \right\} > \frac{|a_1| \varrho^{n-1}}{K_1},$$

donc il existe un indice $\mu > 1$ et $\leq n$ tel que

$$\frac{|a_1| \varrho^{n-1}}{K_1} < \frac{|a_\mu| \varrho^{n-\mu}}{K_\mu};$$

Si $a_1 \neq 0$, on a alors

$$\varrho < \left(\frac{K_1}{K_\mu} \cdot \frac{|a_\mu|}{|a_1|} \right)^{\frac{1}{\mu-1}}.$$

Il résulte donc que si ξ est un zéro du polynôme (1), où $|a_0| = 1$ et $a_1 \neq 0$, on a toujours

$$|\xi| \leq \text{Max} \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n K_i}{K_1} |a_1|, \frac{K_1}{K_2} \left| \frac{a_2}{a_1} \right|, \left(\frac{K_1}{K_3} \left| \frac{a_3}{a_1} \right| \right)^{\frac{1}{2}}, \dots, \left(\frac{K_1}{K_n} \left| \frac{a_n}{a_1} \right| \right)^{\frac{1}{n-1}} \right\}$$

Si on pose $A_i = \frac{K_1}{K_i}$ ($i=2, \dots, n$), on obtient la relation

$$|\xi| \leq \text{Max} \left\{ (1 + A_2^{-1} + \dots + A_n^{-1}) |a_1|, A_2 \left| \frac{a_2}{a_1} \right|, \left(A_3 \left| \frac{a_3}{a_1} \right| \right)^{\frac{1}{2}}, \dots, \left(A_n \left| \frac{a_n}{a_1} \right| \right)^{\frac{1}{n-1}} \right\}, \tag{6}$$

avec des paramètres strictement positifs arbitraires A_2, \dots, A_n .

Nous pouvons pourtant obtenir une inégalité correspondant à (6) mais plus générale que celle-ci, en considérant le polynôme

$$Z^{n_n} + a_1 Z^{n_{n-1}} + \dots + a_{n-1} Z^{n_1} + a_n Z^{n_0} \tag{7}$$

à coefficients différents de zéro dans le corps complexe C, où on suppose que $n_n > n_{n-1} > \dots > n_0 \geq 0$.

En appliquant notre méthode on conclue que si ξ est un zéro du polynôme (7), on a

$$|\xi| \leq \text{Max} \left\{ \left[(1 + A_2^{-1} + \dots + A_n^{-1}) |a_1| \right]^{\frac{1}{n_n - n_{n-1}}}, \left(A_2 \left| \frac{a_2}{a_1} \right| \right)^{\frac{1}{n_{n-1} - n_{n-2}}}, \dots, \left(A_n \left| \frac{a_n}{a_1} \right| \right)^{\frac{1}{n_{n-1} - n_0}} \right\} \tag{8}$$

avec des paramètres strictement positifs arbitraires A_2, \dots, A_n .

Dans le cas particulier où $n_\mu = \mu$ ($\mu=0, 1, \dots, n$), les inégalités (6) et (8) coïncident.

La formule (6) ainsi que la formule plus générale (8) permettent de construire des fonctions explicites φ très générales; nous donnons ci-dessous quelques exemples.

III. APPLICATIONS DE L'INÉGALITÉ (8)

1. Le choix $A_i = \frac{|a_i|}{|a_1|} M_i^{n_{n-1} - n_{n-i}}$ ($i=2, \dots, n$), où M_i sont des nombres strictement positifs arbitraires, donne

$$|\xi| \leq \text{Max} \left\{ \left(|a_1| + \frac{|a_2|}{M_2^{n_{n-1} - n_{n-2}}} + \dots + \frac{|a_n|}{M_n^{n_{n-1} - n_0}} \right)^{\frac{1}{n_{n-1} - n_{n-1}}}, M_2, \dots, M_n \right\}.$$

Dans le cas particulier où $n_\mu = \mu$ ($\mu=0, 1, \dots, n$), notre relation donne

$$|\xi| \leq \text{Max} \left\{ |a_1| + \frac{|a_2|}{M_2} + \dots + \frac{|a_n|}{M_n^{n-1}}, M_2, \dots, M_n \right\}.$$

C'est à dire une des inégalités de S. P. Zervos.

2. le choix $A_i = \frac{|a_i|}{|a_1|} M^{n_{n-1} - n_{n-i}}$ ($i=2, \dots, n$), où M est un nombre strictement positif arbitraire, donne

$$|\xi| \leq \text{Max} \left\{ \left(|a_1| + \frac{|a_2|}{M^{n_{n-1} - n_{n-2}}} + \dots + \frac{|a_n|}{M^{n_{n-1} - n_0}} \right)^{\frac{1}{n_{n-1} - n_{n-1}}}, M \right\}.$$

Dans le cas particulier où $n_\mu = \mu$ ($\mu=0, 1, \dots, n$), notre relation donne

$$|\xi| \leq \text{Max} \left\{ |a_1| + \frac{|a_2|}{M} + \dots + \frac{|a_n|}{M^{n-1}}, M \right\},$$

inégalité connue.

3. Le choix $A_i = \frac{|a_i|}{|a_1|}$ ($i=2, \dots, n$), donne

$$|\xi| \leq \text{Max} \left\{ \left(|a_1| + |a_2| + \dots + |a_n| \right)^{\frac{1}{n_{n-1} - n_{n-1}}}, 1 \right\}.$$

Dans le cas particulier où $n_\mu = \mu$ ($\mu=0, 1, \dots, n$) notre relation donne

$$|\xi| \leq \text{Max} \left\{ |a_1| + |a_2| + \dots + |a_n|, 1 \right\},$$

résultat dû à Paul Montel.

4. Le choix $A_i = |a_i| |a_1|^{\frac{n_n - n_{n-1}}{n_n - n_{n-i}}}$ ($i=2, \dots, n$), donne

$$|\xi| \leq \text{Max} \left\{ \left(|a_1| + |a_2|^{\frac{n_n - n_{n-1}}{n_n - n_{n-2}}} + \dots + |a_n|^{\frac{n_n - n_{n-1}}{n_n - n_0}} \right)^{\frac{1}{n_n - n_{n-1}}}, \right. \\ \left. |a_2|^{\frac{1}{n_n - n_{n-2}}}, \dots, |a_n|^{\frac{1}{n_n - n_0}} \right\} = \left(|a_1| + |a_2|^{\frac{n_n - n_{n-1}}{n_n - n_{n-2}}} + \dots + \right. \\ \left. + |a_n|^{\frac{n_n - n_{n-1}}{n_n - n_0}} \right)^{\frac{1}{n_n - n_{n-1}}}$$

Dans le cas particulier où $n_\mu = \mu$ ($\mu = 0, 1, \dots, n$) notre relation donne

$$|\xi| \leq |a_1| + |a_2|^{\frac{1}{2}} + \dots + |a_n|^{\frac{1}{n}}$$

résultat trouvé par R.D. Carmichael et, indépendamment, par J. L. Walsch.

5. Si $n_\mu = \mu$ ($\mu = 0, 1, \dots, n$) et on pose

$$M = M \text{ a x } \left\{ (|a_k| \lambda_k)^{\frac{1}{k}} \right\}, \text{ où } \lambda_k \text{ paramètres strictement positifs et } \\ (k=1, \dots, n)$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{\lambda_k} \leq 1, \text{ le choix } A_i = \frac{|a_i|}{|a_i|} M^{i-1} \text{ (} i=2, \dots, n \text{),}$$

donne

$$|\xi| \leq \text{Max} \left\{ |a_1| + \frac{|a_2|}{M} + \dots + \frac{|a_n|}{M^{n-1}}, M \right\} \leq$$

$$\leq \text{Max} \left\{ \frac{M}{\lambda_1} + \dots + \frac{M}{\lambda_n}, M \right\} = M.$$

$$\text{Par conséquent } |\xi| \leq M \text{ a x } \left\{ (|a_k| \lambda_k)^{\frac{1}{k}} \right\}.$$

résultat dû à Fujiwara.

Remarque. On démontre de la même manière que si $n_\mu = \mu$ ($\mu = 0, 1, \dots, n$) on a

$$a) |\xi| \leq 2 M \text{ a x } \left\{ \frac{|a_k|}{|a_{k-1}|} \right\}, \\ (k=1, \dots, n)$$

résultat dû à Anghelutza.

$$b) |\xi| \leq 2 M a \times \left\{ |a_k|^{\frac{1}{k}} \right\}_{(k=1, \dots, n)}$$

résultat dû à P. Montel.

$$c) |\xi| \leq \text{Max} \left\{ \frac{|a_n|}{|a_{n-1}|}, \frac{2|a_k|}{|a_{k-1}|} \right\}_{(k=1, \dots, n-1)},$$

résultat dû à Kojima.

6. Le choix $A_i = 1$ ($i=2, \dots, n$) donne

$$|\xi| \leq \text{Max} \left\{ \left(n |a_1| \right)^{n_n - n_{n-1}}, \left(\frac{|a_2|}{|a_1|} \right)^{n_{n-1} - n_{n-2}}, \dots, \left(\frac{|a_n|}{|a_1|} \right)^{n_{n-1} - n_0} \right\}.$$

Dans le cas particulier où $n_\mu = \mu$ ($\mu=0, 1, \dots, n$), notre relation donne

$$|\xi| \leq \text{Max} \left\{ n |a_1|, \frac{|a_2|}{|a_1|}, \left(\frac{|a_3|}{|a_1|} \right)^{\frac{1}{2}}, \dots, \left(\frac{|a_n|}{|a_1|} \right)^{n-1} \right\}.$$

$$7. \text{ Le choix } A_i = \frac{|a_1|^{n_{n-1} - n_{n-i} + 1}}{|a_i|} \quad (i=2, \dots, n),$$

donne

$$|\xi| \leq \text{Max} \left\{ \left(|a_1| + \frac{|a_2|}{|a_1|^{n_{n-1} - n_{n-2} + 1}} + \dots + \frac{|a_n|}{|a_1|^{n_{n-1} - n_0 + 1}} \right)^{\frac{1}{n_n - n_{n-1}}}, |a_1| \right\}.$$

Dans le cas particulier où $n_\mu = \mu$ ($\mu=0, 1, \dots, n$), notre relation donne

$$|\xi| \leq |a_1| + \frac{|a_2|}{|a_1|} + \frac{|a_3|}{|a_1|^2} + \dots + \frac{|a_n|}{|a_1|^{n-1}}$$

IV. GÉNÉRALITÉ PROPRE ALGÈBRIQUE DES RÉSULTATS PRÉCÉDENTS

1. En vertu de certaines remarques de S. P. Zervos [7], les résultats précédents s'étendent tels quels au cas d'un polynôme à coefficients et zéros dans un anneau non nécessairement associatif (ou commutatif) muni d'une K_0 -valeur absolue (K_0 désignant un corps ordonné maximal).

2. Si on énonce les résultats correspondants pour la minoration, ce qui est immédiat, un théorème de S. P. Zervos [5], [6], [7] permet de les

étendre aussitôt au cas des séries de Taylor; sous des conditions évidentes on obtient alors des inégalités correspondantes à (6) et à (8) pour la minoration des valeurs absolues de tous les zéros d'une série de Taylor.

Π Ε Ρ Ι Λ Η Ψ Ι Σ

1. Θεωρείται τὸ ἀκέραιον πολυώνυμον

$$z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n$$

τοῦ ὁποίου οἱ συντελεσταὶ ἀνήκουν ὅλοι εἰς τὸ μιγαδικὸν σῶμα C , εἶναι δὲ $a_1 \neq 0$. Ἐπίσης θεωρεῖται τὸ ἀκέραιον πολυώνυμον

$$Z^{n_0} + a_1 Z^{n_0-1} + \dots + a_n Z^{n_0}$$

ὅπου $n_0 > n_0-1 > \dots > n_0 \geq 0$, οἱ δὲ συντελεσταὶ εἶναι ὅλοι $\neq 0$ καὶ ἀνήκουν εἰς τὸ μιγαδικὸν σῶμα C .

Ἡ συγγραφεὺς ἐκκινουσα ἀπὸ γνωστὴν ἀνισότητα τοῦ Marcovitch ἐφαρμόζει εἰδικὴν μέθοδον διὰ τῆς ὁποίας ἐπιτυγχάνει τὴν εὔρεσιν δύο γενικῶν ἀνισοτήτων διὰ τὰς ἀπολύτους τιμὰς ὄλων τῶν ριζῶν ἐνὸς ἐκάστου τῶν ἀνωτέρω πολυωνύμων. (Βλ. τύπους (6) καὶ (8) ἀνωτ. ἐν σ. 195).

Ἐκ τῶν ἀνισοτήτων τούτων προκύπτουν ἀφ' ἐνὸς μὲν νέαι ἀνισότητες, ἀφ' ἑτέρου δὲ πολλὰ ἐκ τῶν ἤδη γνωστῶν ὑπὸ τὴν αὐτὴν ἢ γενικωτέραν μορφήν.

2. Ἡ συγγραφεὺς ἔχουσα ὑπ' ὄψιν τῆς προσφάτους ἐργασίας τοῦ Καθηγητοῦ κ. Σπυρ. Π. Ζερβοῦ ἐπιτυγχάνει ἐπέκτασιν τῶν ὡς ἄνω συμπερασμάτων, ἀφ' ἐνὸς μὲν εἰς πολυώνυμα, τῶν ὁποίων οἱ συντελεσταὶ καὶ αἱ ρίζαι ἀνήκουν εἰς δακτύλιον ἐφωδιασμένον διὰ μιᾶς K_0 - ἀπολύτου τιμῆς, χωρὶς νὰ εἶναι οὗτος ἀναγκαίως προσεταιριστικὸς ἢ ἀντιμεταθετικὸς, ἀφ' ἑτέρου δὲ εἰς τὰς σειρὰς Taylor.

BIBLIOGRAPHIE

1. P. MONTEL, Commentarii Math. Helvetici, vol. 7, 1934-35, p. 178.
2. P. MONTEL, Selecta, Paris 1947.
3. D. MARKOVITCH, Bulletin de l'Académie des Sciences de la Serbie, No 6, 1939, p. 91.
4. D. MARKOVITCH, Publications de l'Institut Math. de l'Académie des Sciences de la Serbie, vol 2, 1948, p. 237.
5. S. P. ZERVOS, Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris, t. 245, 1957, p. 394.
6. S. P. ZERVOS, Ibid., t. 245, 1957, 619.
7. S. P. ZERVOS, Thèse. Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure, 3^e série, t. 77, 1960, fasc. 4.

Ὁ κ. Κωνστ. Π. Παπαϊωάννου κατὰ τὴν ἀνακοίνωσιν τῆς ἀνωτέρω μελέτης εἶπε τὰ ἑξῆς.

Ἡ κ. Ἰωάννα Φερεντίνου - Νικολακοπούλου εἶναι ἀπόφοιτος τοῦ Μαθηματικοῦ τμήματος τοῦ Πανεπιστημίου Ἀθηνῶν μὲ τὸν βαθμὸν ἄριστα ἀπὸ τοῦ ἔτους 1940.

Διετέλεσε φοιτήτρια τῶν ἀειμνήστων Καθηγητῶν Παραγωγίου Ζερβοῦ καὶ Νικολάου Χατζηδάκη, οἱ ὁποῖοι εἶχον ἐνδιαφερθῆ διὰ τὴν ἀποστολὴν τῆς Κυρίας Νικολακοπούλου εἰς τὸ ἐξωτερικὸν δι' εὐρυτέρας σπουδᾶς. Ὁ πόλεμος ἐματαιώσεν τοῦτο ἔκτοτε εἰργάσθη ἀφ' ἑνὸς μὲν εἰς τὰ πλαίσια τῆς Μέσης Παιδείας, ἀσχοληθεῖσα μὲ θέματα διδακτικῆς τῶν στοιχειωδῶν μαθηματικῶν, καὶ ἀφ' ἑτέρου ἐρευνητικῶς.

Αἱ ἐρευναι τῆς Κυρίας Νικολακοπούλου ἀναφέρονται κυρίως εἰς θέματα ἐντοπισμοῦ τῶν ριζῶν τῶν πολυωνύμων. Κατόπιν μακρῶν καὶ ἐπιτυχῶν προσπαθειῶν τῆς ἐπέτυχεν νὰ ἀνεύρῃ γενικὸν τύπον ἀνωτέρου φράγματος τῶν μέτρων τῶν ριζῶν τυχόντος πολυωνύμου μιγαδικῆς μεταβλητῆς. Τὸν τύπον αὐτὸν δίδει ὑπὸ δύο μορφᾶς· ἢ μία μορφή τοῦ τύπου ἰσχύει διὰ τὰ πλήρη πολυώνυμα, ἢ δὲ ἑτέρα διὰ τὰ ὑπόλοιπα.

Ἡ δευτέρα μορφή τοῦ τύπου, τὸν ὁποῖον δίδει ἡ Κυρία Νικολακοπούλου, παρουσιάζει ἰδιαιτέρον ἐνδιαφέρον, ὄχι μόνον ἀπὸ θεωρητικῆς πλευρᾶς, ἀλλὰ καὶ ἀπὸ ἀπόψεως ἐφαρμογῶν του, ἀπὸ τὰς ὁποίας προκύπτουν καὶ νέα ἐξαγόμενα εἰς τὰς κλασσικὰς περιπτώσεις.

Ἰδιαιτέρον ἐνδιαφέρον παρουσιάζει ἡ πρώτη μορφή τοῦ τύπου τῆς Κυρίας Νικολακοπούλου, διότι ἐκ τοῦ τύπου τούτου διὰ καταλλήλων ἀλγεβρικῶν μετασχηματισμῶν δυνάμεθα νὰ μεταβῶμεν εἰς τὸν γνωστὸν γενικὸν τύπον, τὸν ὁποῖον εὗρε τὸ ἔτος 1957 ὁ κ. Σπυρίδων Π. Ζερβός. Ἡ ἀνεύρεσις ἰσοδυνάμων μορφῶν εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν θεωρηθέντων ἀνωτέρων φραγμάτων ἀποτελεῖ πρόβλημα ἐξαιρετικοῦ ἐνδιαφέροντος, τόσον διὰ τὴν θεωρίαν ὅσον καὶ διὰ τὰς ἐφαρμογὰς.

Ἐν συνεχείᾳ ἡ κ. Νικολακοπούλου χρησιμοποιοῦσα ὠρισμένα γενικά θεωρήματα τοῦ Καθηγητοῦ κ. Σπυρίδωνος Π. Ζερβοῦ ἐπιτυγχάνει ἀλγεβρικὴν γενίκευσιν τοῦ τύπου τῆς εἰς τὰς δύο μορφᾶς του.

Τὴν ἐρευνητικὴν ταύτην ἐργασίαν τῆς κ. Νικολακοπούλου ἔχω τὴν τιμὴν νὰ παρουσιάσω σήμερον εἰς τὴν Ἀκαδημίαν.