

κην τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ πληρῆ μία μονότιμος συνάρτησις $f(x)$, ἵνα δυνηθῆ νὰ τεθῆ ὑπὸ τὴν μορφήν πηλίκου δύο μονοτίμων συναρτήσεων

$$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$$

περιωρισμένων ἐντὸς τοῦ κύκλου ἀκτίνας 1.

Ἐξήγησα νὰ γενικεύσω τὰ ἐξαγόμενα τῶν NEVANLINNA ἐπεκτείνων ταῦτα εἰς τὰς πλειονοτίμους συναρτήσεις.

Οὕτως ἀνεῦρον τὴν ἱκανὴν καὶ ἀναγκαίαν συνθήκην ἣν πρέπει νὰ πληρῆ μία ἀλγεβροειδής, ἵνα αὕτη εἶναι πηλίκον δύο περιωρισμένων ἀλγεβροειδῶν ἐντὸς τοῦ κύκλου $|x| < 1$.

Ἀποδεικνύω δ' ὅτι πρέπει πρὸς τοῦτο καὶ ἀρκεῖ οἱ συντελεσταὶ τῆς ἐξισώσεως

$$u^v + f_1(x)u^{v-1} + \dots + f_v(x) = 0$$

τῆς ὀριζούσης τὴν ἀλγεβροειδῆ νὰ εἶναι πηλίκια δύο μονοτίμων περιωρισμένων συναρτήσεων ἐν τῷ κύκλῳ ἀκτίνας 1.

Εὔρον ἐπίσης τὴν συνθήκην τὴν ἀφορῶσαν εἰς τὰς ἀλγεβροειδεῖς, τὰς μὴ ἀκεραίας, ἵνα αὗται ἐκφράζονται ὡς πηλίκια δύο περιωρισμένων ἀλγεβροειδῶν ἐντὸς τοῦ κύκλου $|x| < 1$.

Ἀποδεικνύω ἐπὶ πλέον ὅτι ὅταν μία ἀλγεβροειδής εἶναι πηλίκον δύο ἄλλων περιωρισμένων ἀλγεβροειδῶν ἐντὸς τοῦ κύκλου $|x| < 1$, δύνανται πάντοτε νὰ ὑποθέσω ὅτι ὁ παρανομαστής εἶναι μονότιμος.

Ἀκολούθως, γενικεύων τὸ θεώρημα τοῦ FATOU, ἀποδεικνύω ὅτι μία συνάρτησις ἀλγεβροειδής πηλίκον δύο περιορισμένων ἀλγεβροειδῶν ἐντὸς τοῦ κύκλου ἀκτίνας 1 ἔχει τὴν ἐξῆς ιδιότητα: ἐὰν καλέσω u_1, u_2, \dots, u_v τοὺς κλάδους τῆς συναρτήσεως, οἱ κλάδοι οὗτοι ἔχουσιν ὄριον

$$u_1^0, u_2^0, \dots, u_v^0$$

ταυτοχρόνως ἐπὶ τῶν ἀκτίνων τῆς περιφερείας σχεδὸν παντοῦ, ἐκτὸς δι' ἓν σύνολον σημείων τῆς περιφερείας $|x| < 1$, μέτρου μηδενός.

ΧΗΜΕΙΑ.—Μελέτη τῆς ἐπιδράσεως ὑδραργυροῖωδιούχου καλίου ἐπὶ ἐνώσεων χρυσοῦ, ὑπὸ κ. Δημ. Νίδερ. Ἀνεκοινώθη ὑπὸ κ. Κ. Ζέγγελη.

Παρασκευὴ κολλοειδοῦς χρυσοῦ καὶ προσδιορισμὸς τούτου.—Κατὰ τὴν ἐπίδρασιν ἰωδιούχου καλίου ἐπὶ ἐνώσεων χρυσοῦ ἐν ἀλκαλικῷ διαλύματι, λαμβάνει χώραν ἀντίδρασις βραδέως καὶ ἐμφανίζεται μὲν κατ' ἀρχὰς ταχέως κίτρινος χρω-

ματισμός, βραδέως δὲ τὸ ὑγρὸν θολοῦται ὑπὸ ροδόχρου εἰς τὸ ἀνακλώμενον φῶς αἰωρήματος καὶ φαίνεται διαυγές, ἐλαφρῶς κυανοῦν, εἰς τὸ διερχόμενον.

Ἐπὶ ἀραιῶν διαλυμάτων χρυσοῦ ἢ ἀντίδρασις αὕτη δὲν εἶναι καταφανής εἰ μὴ μετὰ πάροδον ὥρων ὅτε ἐμφανίζεται ἐλάχιστον ροδόχρουν εἰς τὸ ἀνακλώμενον φῶς αἰώρημα μὴ ἐμφανιζομένου κυανοῦ χρώματος.

Θέλοντες νὰ ἐπιταχύνωμεν τὴν ἀντίδρασιν ταύτην, ἵνα ἐπιτύχωμεν ταχεῖαν καὶ ὀλοκληρωτικὴν ἀναγωγὴν τοῦ χρυσοῦ ὑπὸ κολλοειδῆ μορφήν καθ' ἣν οὗτος μᾶς παρουσιάζεται ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον ὑπὸ διάφορα χρώματα, ἔδοκιμάσαμεν διάφορα εὐδιάσπαστα ἰωδιοῦχα ἄλατα.

Ἐκ τῶν διαφόρων ἀλάτων, τὸ ποθούμενον ἀποτέλεσμα μᾶς ἔδωκε τὸ σύμπλοκον ἄλας K_2HgJ_4 , τὸ ὑδραργυροῖωδιοῦχον κάλιον.

Τὸ σύμπλοκον τοῦτο ἄλας προστιθέμενον εἰς ἀλκαλικὸν διάλυμα χρυσοῦ, μᾶς δίδει κατ' ἀρχὰς κίτρινον χρωματισμὸν μεταπίπτοντα ἀμέσως ἢ μετὰ πάροδον ὀλίγου χρόνου εἰς ἐρυθρὸν, ὅστις ὀλίγον κατ' ὀλίγον ὑποκαθίσταται ὑπὸ κυανοῦ χρώματος εἰς τὸ διερχόμενον φῶς.

Τὸ διάλυμα κατὰ τὴν ἀρχὴν τῆς ἐμφανίσεως τοῦ κυανοῦ χρώματος ἄρχεται θολούμενον καὶ μετὰ τὴν ἐπικράτησιν τοῦ κυανοῦ φαίνεται ἐντελῶς θολὸν εἰς τὸ ἀνακλώμενον φῶς δεικνῶν σκοτεινὸν καστανέρυθρον χρῶμα ἕως ροδόχρουν ἀναλόγως τῆς ποσότητος τοῦ χρυσοῦ.

Ἐπὶ ἀραιῶν διαλυμάτων ἐμφανίζεται ἐλαφρὸν κυανοῦν χρῶμα ἐπικρατοῦντος τοῦ ἐρυθροῦ ἐπὶ ἀραιωτάτων δὲ μόνον ροδέρυθρον χρῶμα.

Ἐκ διαφόρων πειραμάτων μὲ διαφόρου περιεκτικότητος ἀντιδραστήρια κατελήξαμεν εἰς τὴν χρῆσιν:

1^{ον} Καυστικοῦ κάλειος 20% (Α διάλυμα)

2^{ον} Διάλυμα ὑδραργυροῖωδιούχου καλίου 5% + 1% KJ (Β διάλυμα).

Καθ' ὅσον δι' αὐτῶν λαμβάνονται ἀφ' ἑνὸς μὲν ἔντονα κυανᾶ σταθερὰ χρώματα ἀφ' ἑτέρου δὲ διὰ μικρὰ ποσὰ τὰ ἐντονώτερα ροδέρυθρα.

Πρὸς ἐκτέλεσιν τῆς ἀντιδράσεως προβαίνομεν ὡς ἑξῆς:

Εἰς 10 κ. ἐκ. ἐξουδετερωθέντος διαλύματος χρυσοῦ προσθέτομεν 1 κ. ἐκ. Α διαλύματος καὶ μετὰ ἀνατάραξιν 1 κ. ἐκ. Β διαλύματος.

Ἐπὶ ποσῶν χρυσοῦ μέχρι 0.0002 εἰς 10 κ. ἐκ. ἐμφανίζεται τὸ πρῶτον ἀμέσως κίτρινὴ χροιά ἐπακολουθεῖ μετὰ 5'' - 120'' ἀναλόγως τοῦ ποσοῦ τοῦ χρυσοῦ ἢ ἐρυθρὰ παραμένουσα ἐπὶ ἡμισυ περίπου λεπτὸν ὅτε ἄρχεται θολούμενον τὸ ὑγρὸν καὶ ἐμφανίζεται ἢ κυανῆ χροιά ἐντεινομένη εἰς τὸ μέγιστον μετὰ ἡμίσειαν ὥραν. Τὸ ὑγρὸν τότε εἰς τὸ ἀνακλώμενον φῶς φαίνεται καστανέρυθρον ἕως ροδόχρουν.

Ἐπὶ ποσοτήτων κατωτέρων τῶν 0,0002 εἰς 10 κ. ἐκ. ἄρχεται τὸ κυανοῦν χρῶμα

νά μὴ ἐμφανίζεται ἐπικρατοῦντος σταθεροῦ ἐρυθροῦ ἢ ἐντόνως ροδόχρου.

Ἐπὶ ποσῶν μικροτέρων (0,000025 εἰς 10 κ. ἐκ.) ἐμφανίζεται ροδόχρουν χρῶμα μετὰ παρέλευσιν ἡμισείας περίπου ὥρας ἐντεινόμενον μετὰ τὴν ἄφεσιν.

Ἐπὶ ἔτι μικροτέρας ποσότητος 0,00001 εἰς 10 κυβ. ἐκ. ροδόχρουν χρῶμα μετὰ πάροδον δύο ὥρῶν ἐντεινόμενον ὀλίγον κατ' ὀλίγον.

Μετ' ἄφεσιν ἐπὶ τινας ὥρας τὸ σχηματισθὲν κολλοειδὲς καταπίπτει ὡς ἕζημα. Τὸ ἕζημα τοῦτο ἐκ διαλυμάτων περιεκτικότητος μέχρι 0,0002 εἰς 10 κ. ἐκ. εἶναι κυανοῦν ἐπὶ δὲ μικροτέρων ἐρυθρόν.

Τὸ ἀρχικῶς ἐμφανιζόμενον κίτρινον χρῶμα κατ' ἐλάχιστον μόνον ὀφείλεται εἰς τὸ ἀντιδραστήριον, καὶ ἐπὶ μὲν πυκνῶν σχετικῶς διαλυμάτων ἡ διαφορὰ εἶναι καταφανῆς μετὰ τινας στιγμὰς μεταξὺ τοῦ λευκοῦ πειράματος καὶ τοῦ περιέχοντος χρυσὸν διαλύματος. Ἐπὶ μικρῶν ὅμως ποσῶν, 0,000025 εἰς 10 κ. ἐκ. ἡ διαφορὰ δὲν εἶναι καταφανῆς, ὥστε προκειμένου περὶ μικρῶν ποσῶν πρέπει νὰ ἐκτελεσθῇ ἐκ παραλλήλου λευκὸν πείραμα πρὸς καλλιτέραν ἀντιδιαστολὴν τῶν χρωμάτων (κίτρινον, ροδόχρουν).

Διὰ τὸν λόγον τοῦτον δὲν μετεχειρίσθημεν μεγαλυτέρας περιεκτικότητος διάλυμα ὑδραργυροῦδιούχου καλίου καθότι δύναται νὰ ἐπέλθῃ ἐπὶ τῶν μικρῶν ποσῶν τοῦ χρυσοῦ μείωσις τῆς ἐντάσεως τοῦ ροδόχρου χρώματος. Ἐπίσης προτιμωτέρα εἶναι καὶ ἡ χρῆσις προσφάτου ὀπωσδήποτε Β διαλύματος.

Ὁμοίως περιεκτικότης 20% καυστικοῦ κάλεος καθωρίσθη διότι ἀραιώτερα τοῦτου διαλύματα ἐπιφέρουν ἐπιβράδυνσιν τῆς ἐμφανίσεως τῶν χρωμάτων.

Ἡ ἀντίδρασις αὕτη ὡς ἀντίδρασις χρυσοῦ, συγκρινομένη μετὰ τῆς δι' ὑποχλωριούχου κασιτέρου εἶναι κατ' ὀλίγον πλέον εὐαίσθητος ταύτης. Οὕτω ἐπὶ ποσοῦ χρυσοῦ 0,0001% ὁ κασιτέρος δίδει μόλις ἐλαφροτάτην κιτρίνην χροιάν τὸ δὲ ὑδραργυροῦδιούχον κάλιον δίδει μετὰ 2 ὥρας ροδόχρουν σαφὲς χρῶμα. Ἐπὶ ποσῶν 0,00005% ὁ ὑποχλωριούχος κασιτέρος δίδει ἀσαφεῖ ἀποτελέσματα ἢ δὲ διὰ ὑδραργυροῦδιούχου καλίου μετὰ 2-3 ὥρας ἐλαφρὸν ροδόχρουν χρῶμα.

Σταθμικὸς προσδιορισμός.—Διὰ τῆς ἀντιδράσεως ταύτης δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμεν σταθμικῶς τὸν ἐν τινι διαλύματι ὑπάρχοντα χρυσόν.

Ὁ κατὰ τὴν ἀντίδρασιν ὅμως ταύτην καταπίπτων χρυσὸς δὲν εἶναι διηθήσιμος ὡς λίαν λεπτῶς διαμερισμένος καὶ διέρχεται τοῦ ἡθμοῦ.

Ἦνα μετατρέψωμεν αὐτὸν εἰς εὐδιήθητον ὀξίνισαμεν τὸ διάλυμα δι' ὑδροχλωρικοῦ ὀξέος, ἀλλὰ κατὰ τὴν ὀξίνισιν συσπειροῦται μὲν ὁ χρυσὸς ἀποβάλλεται ὅμως ἰώδιον ὅπερ προσβάλλει τὸν ἐν λεπτοτάτῳ διαμερισμῷ εὐρισκόμενον χρυσόν, ὅσον δὲ ταχέως καὶ ἂν διηθήσωμεν λαμβάνομεν πάντοτε ἡλαττωμένα ἀποτελέσματα. Πρὸς

ἀποφυγὴν τούτου ἀμέσως μετὰ τὴν ὀξίνισιν προσθέτομεν καυστικὸν κάλι ὅτε δεσμεύεται τὸ ἰώδιον, ἐὰν δὲ θερμάνωμεν τὸ διάλυμα ὁ χρυσοῦς συσσωματοῦται ἐντελῶς καθιστάμενος εὐδιήθητος.

Ἐκ τῶν γενομένων παρατηρήσεων διὰ τὸν τρόπον τῆς ἐκτελέσεως τοῦ προσδιορισμοῦ κατελήξαμεν εἰς τὸν ἀκόλουθον τρόπον ἐργασίας:

Εἰς τὸ ἐξουδετερωθὲν διάλυμα τοῦ χρυσοῦ ἀραιωθὲν ἢ συμπυκνωθὲν μέχρι 50 κ. ἐκ. καὶ περιέχον τὸ μέγιστον μέχρις 0,1 γρ. χρυσοῦ προσθέτομεν 10 κ. ἐκ. καυστικοῦ κάλεος 2 N καὶ 10-20 κ. ἐκ. διαλύματος Β ἀφίνομεν ἐπὶ μίαν ὥραν ἐν ἡρεμίᾳ. Ὁξινίζομεν δι' ὑδροχλωρικοῦ ὀξέος 2 N ἐλαφρῶς, ἀναταράσσομεν καὶ ἐξουδετεροῦμεν τὸ ὀξύ καὶ τὸ ἰώδιον, προσθέτοντες μικρὰν περίσσειαν 2 N ἀλκάλεος. Θερμαίνομεν τὸ διάλυμα εἰς 80 περίπου βαθμοὺς ἐπὶ 10' καὶ ἀφίνομεν νὰ καταπέσῃ τὸ ἔζημα. Διηθοῦμεν, πλύνομεν καλῶς μέχρι παύσεως ἀλκαλικῆς ἀντιδράσεως, ξηραίνομεν, πυροῦμεν καὶ ζυγίζομεν.

Ἐκ τῶν γενομένων μετρήσεων ἐν συγκρίσει μὲ τὰς μεθόδους διὰ θειικοῦ ὑποσιδήρου, ὀξαλικοῦ ὀξέος καὶ ὑπεροξειδίου τοῦ ὑδρογόνου παραθέτομεν μερικὰ ἀποτελέσματα ἐξ ὧν καταδεικνύεται ὅτι ἢ διὰ ὑδραργυροῖωδιούχου καλίου μέθοδος καταβυθίσεως τοῦ χρυσοῦ εἶναι ἐξ ἴσου ἀκριβοῦς μὲ τὰς ἀνωτέρω μεθόδους ἐν ὀξίνῃ καὶ ἀλκαλικῇ διαλύματι.

Περιεκτικότης ἐπὶ τοῖς %	Θεικὸς ὑποσίδηρος	Ὁξαλικὸν ὀξύ	Ὑπεροξειδίου ὑδρογόνου	Ὑδραργυροῖωδιούχον κάλιον
1,2	1,19	1,2	1,19	1,2
1,0	1,0	1,0	0,99	0,99
0,5	0,5	0,495	0,5	0,498
0,3	0,3	0,3		0,3
0,25	—	0,25	—	0,248
0,19	—	0,19	0,188	0,189
0,15	0,15	—	0,15	0,15
0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
0,09	0,088	0,09	—	0,088
0,08	0,08	0,08	—	0,08

Χρωματομετρικὸς προσδιορισμός. — Ἡ ἔντασις τοῦ μετὰ τὴν προσθήκην τῶν ἀντιδραστηρίων ἐμφανιζομένου τελικοῦ κυανοῦ χρώματος μεταβαλλομένη κανονικῶς ἀναλόγως τοῦ ποσοῦ τοῦ χρυσοῦ μέχρι 0,002 % καὶ ἢ περαιτέρω κανονικῆ μεταβολῇ τοῦ κάτω τοῦ ποσοῦ τούτου ροδερύθρου χρώματος μᾶς ἐπιτρέπει τὸν χρωματομετρικὸν προσδιορισμὸν τοῦ χρυσοῦ ἐν τινὶ διαλύματι.

Πρὸς τοῦτο ἐργαζόμεθα ὡς ἀκολούθως:

Εἰς σειράν ὁμοίων δοκιμαστικῶν σωλῆνων τίθενται ἀνὰ 10 κ. ἐκ. τοῦ πρὸς ἐξέτασιν διαφόρως ἀραιωθέντος διαλύματος καὶ εἰς ἕτερον σωλῆνα 10 κ. ἐκ. ἐκ τοῦ γνωστῆς περιεκτικότητος εἰς χρυσὸν διαλύματος.

Προσθέτομεν εἰς ἕκαστον σωλῆνα ἀνὰ 1 κ. ἐκ. Α διαλύματος καὶ ἀνὰ 1 κ. ἐκ. Β διαλύματος, ἀναταράσσομεν καλῶς ἀφίνομεν ἐπὶ ἡμίσειαν ὥραν καὶ συγκρίνομεν τὰ χρώματα, ἀναλόγως ἀραιοῦμεν εἰς μικρότερον ἢ μεγαλύτερον ὄγκον ἐπαναλαμβάνοντες πρὸς καλυτέραν παρατήρησιν τριπλῶς τὸ πείραμα.

Μετὰ τὴν εὑρεσιν τοῦ τελικοῦ σημείου τῆς συμπτώσεως τῶν χρωμάτων ὑπολογίζομεν ἀνάγοντες εἰς τὸν ἀρχικὸν ὄγκον.

Ἐπίδρασις ἐτέρων μετάλλων.—Ἡ συνύπαρξις μετάλλων σχηματιζόντων μετὰ καυστικοῦ κάλειος ἰζήματα ἔγχροα ἢ διαλυτὰς ἐγχρόους ἐνώσεις ἐπηρεάζουσι τὴν ἀντίδρασιν ταύτην καὶ πρέπει πρὸ τῆς ἐκτελέσεως αὐτῆς ν' ἀπομακρυνθῶσιν.

Μικρὰ ποσὰ λευκοχρύσου ἐπὶ ποσῶν χρυσοῦ μέχρι 0,0002% δὲν ἐπηρεάζουσι, ἐπὶ μικρότερον ὅμως ποσῶν χρυσοῦ δύναται νὰ ἐπέλθῃ μείωσις τοῦ ροδοχρόου χρώματος λόγῳ τοῦ ὅτι ὁ λευκόχρυσος μετὰ τοῦ ἀντιδραστηρίου λαμβάνει κίτρινον χρῶμα.

Σύστασις τοῦ ἰζήματος.—Εἰς τὸ ἰζήμα τὸ ληφθὲν διὰ προσθήκης εἰς τὸ διάλυμα τοῦ ὕδραργυροῦ διούχου καλίου, ἰωδιούχου καλίου δὲν ἀνευρέθησαν εἰμὴ ἴχνη μόνον ὕδραργύρου, ἐν ᾧ εἰς τὸ σχηματισθὲν διὰ προσθήκης μόνον ὕδραργυροῦ διούχου καλίου εὐρέθη ἐλάχιστον ποσόν. Τὸ ἰζήμα ἐξητάσθη μὴ τυχὸν εἶναι ὑποξειδίου χρυσοῦ ἀλλὰ μὲ ἀρνητικὰ ἀποτελέσματα καθ' ὅσον δὲν διαλύεται εἰς ὕδροχλωρικὸν ὄξυ εἰμὴ κατ' ἴχνη, ἐν ᾧ ἐὰν ἦτο ὑποξειδίου ἔπρεπε νὰ διαλύεται σημαντικὸν ποσὸν τούτου. Ἐκ τούτων ἐμφαίνεται ὅτι τὸ ἰζήμα εἶναι μεταλλικὸς χρυσὸς ὡς καὶ τὸ ἐξ οὗ προέρχεται κολλοειδές.

ΧΗΜΕΙΑ.—Μελέτη ἐπὶ τῆς παρασκευῆς καὶ τῆς σταθερότητος τοῦ κολλοειδοῦς ψευδαργύρου, ὑπὸ κ. Δημ. Νίδερ. Ἀνεκοινώθη ὑπὸ κ. Κωνσταντίνου Ζέγγελη.

Διὰ χημικῶν μεθόδων¹ εἶναι εὐκόλον νὰ παρασκευάσωμεν διάφορα μέταλλα ἰδίως εὐγενῆ ὑπὸ κολλοειδῆ κατάστασιν, ἐφ' ὅσον ὅμως προχωροῦμεν πρὸς τὰ μὴ εὐγενῆ καὶ τὰ μᾶλλον ἠλεκτροθετικὰ ἢ παρασκευῆ αὐτῶν δυσκόλως ἐπιτυγχάνεται ἢ οὐδὲν ὡς.

¹ Ἐν τῇ περιπτώσει ταύτῃ καταφεύγομεν εἰς τὰς ἠλεκτρικὰς μεθόδους κυρίως τοῦ

¹ Paal Ber, Ch. G. 37, 124, 1904.