ΕΦΗΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΚΗ. — **Περὶ τῆς ἀλλοιώσεως τῆς ὠθήσεως τοῦ ἀμφιπάκτου τόξου κατὰ τὴν στροφὴν τῶν στηριγμάτων αὐτοῦ,** ὑπὸ ***Ἀχιλλ. Π. Σιμοπούλου*** *. Ἀνεκοινώθη ὑπὸ τοῦ κ. Βασ. Αἰγινήτου.

Κατὰ τὴν ἐφαρμογὴν τῆς μεθόδου Cross αἱ διαδοχικαὶ ἀποκαθηλώσεις τῶν ἄκρων ἑνὸς τόξου προκαλοῦσι διαδοχικὰς ἀλλοιώσεις τῆς ὠθήσεως. Αἱ ἀλλοιώσεις αὗται γνωρίζομεν μέν ὅτι βαίνουσιν ἐλαττούμεναι ἀλλὰ δὲν γνωρίζομεν τὸν γενικὸν τύπον ὑπολογισμοῦ τοῦ ἀθροίσματος αὐτῶν ΔΗ.

Εἰς τὴν παροῦσαν μελέτην δίδεται ὁ γενικὸς τύπος ὑπολογισμοῦ τῆς ἐν λόγῳ ἀλλοιώσεως ΔΗ.

Ἔστω ἀμφίπακτον τόξον ὅπερ ἀποτελεῖ ῥάβδον στατικοῦ τινος συστήματος. Εἰς τὰς γενέσεις τοῦ τόξου δρῶσιν αἱ ῥοπαὶ πακτώσεως M_L M_R καὶ ἡ ὤθησις Η.

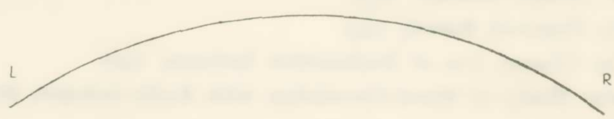
Συντάσσομεν τὸ διάγραμμα Cross (σχ. 1), τοῦ ὁποίου ἡ κεντρικὴ στήλη ἀφορᾷ εἰς τὸν ὑπολογισμὸν τῆς ἀλλοιώσεως τῆς ἀρχικῶς δρώσης Η. Εἰς τὸ διάγραμμα τοῦτο συμβολίζουσι:

γ^R_L, γ^L_R: Τὸν συντελεστὴν μεταβιβάσεως ἀπὸ τοῦ ἄκρου $\frac{L}{R}$ εἰς $\frac{R}{L}$.

λ_L, λ_R: Τὸν συντελεστὴν ὑπολογισμοῦ τῆς ὠθήσεως τοῦ μονοπάκτου τόξου συνεπείᾳ ῥοπῆς Μ δρώσης εἰς τὸ στρεπτὸν στήριγμα.

υ_L, υ_R: Τὸν συντελεστὴν διανομῆς τοῦ ἄκρου L, R τοῦ τόξου καὶ τέλος χάριν συντομίας

$$\gamma^R_L \upsilon_L M_L + M_R = R, \quad \gamma^R_L \gamma^L_R \upsilon_L \upsilon_R = \Pi_{LR}, \quad \gamma^L_R \upsilon_L \upsilon_R = \Omega.$$



M_L		H		M_R
$-\upsilon_L M_L$	$\rightarrow$			$+\gamma^R_L \upsilon_L M_L$
$+\gamma^L_R \upsilon_R R$		$[+\lambda_L \upsilon_L M_L]$	$\leftarrow$	$-\upsilon_R R$
$-\Omega R$	$\rightarrow$	$(-\lambda_R \upsilon_R R)$		$+\Pi_{LR} R$
$+\gamma^L_R \upsilon_R \Pi_{LR} R$		$[+\lambda_L \Omega R]$	$\leftarrow$	$-\upsilon_R \Pi_{LR} R$
$-\Omega \Pi_{LR} R$	$\rightarrow$	$(-\lambda_R \upsilon_R \Pi_{LR} R)$		$+\Pi^2_{LR} R$
$+\gamma^L_R \upsilon_R \Pi^2_{LR} R$		$[+\lambda_L \Omega \Pi_{LR} R]$		$-\upsilon_R \Pi^2_{LR} R$
$-\Omega \Pi^2_{LR} R$	$\rightarrow$	$(-\lambda_R \upsilon_R \Pi^2_{LR} R)$		. . . . . .
$M_L + \Delta M_L$		$H + \Delta H$		$M_R + \Delta M_R$

(Σχ. 1)

* ACHILLES P. SIMOPULOS: Berechnung der Schubkraftveränderung des fest eingespannten Bogens infolge Verdrehung der Einspannstellen.

Ἔστω: $\lambda_L A$, $\lambda_R B$ τὸ ἄθροισμα τῶν ἐντὸς $\frac{\text{ἀγκυλῶν}}{\text{παρενθέσεων}}$ ὅρων τῆς δευτέρας στήλης.

Θὰ εἶναι. Πρώτη στήλη : $\quad -A - \gamma_R^L B \quad = \Delta M_L$.

Δευτέρα » : $\quad \lambda_L A + \lambda_R B \quad = \Delta H$.

Τρίτη » : $\quad \gamma_L^R A + B \quad = \Delta M_R$.

Ἀπαλείφοντες ἐκ τοῦ συστήματος τούτου τὰ ἀθροίσματα Α, Β καὶ λύοντες ὡς πρὸς ΔΗ λαμβάνομεν.

$$\Delta H = \frac{(\gamma_L^R \lambda_R - \lambda_L)\,\Delta M_L - (\gamma_R^L \lambda_L - \lambda_R)\,\Delta M_R}{(1 - \gamma_L^R \gamma_R^L)} \qquad (1)$$

Ἡ σχέσις αὕτη ὡς ἀνεξάρτητος τῆς ἐξισώσεως τοῦ ἄξονος καὶ τοῦ νόμου μεταβολῆς τῶν ροπῶν ἀδρανείας τῆς ράβδου ἰσχύει καὶ δύναται νὰ ἐφαρμοσθῇ πρὸς ὑπολογισμὸν τῆς ἀλλοιώσεως τῆς ἀρχικῆς ὠθήσεως πάσης ἀμφιπάκτου, τεθλασμένης ἢ καμπυλογράμμου ράβδου, συναρτήσει τῶν πραγματοποιουμένων μεταβολῶν τῶν ἀρχικῶς δρωσῶν ροπῶν πακτώσεως.

Εἰδικαὶ περιπτώσεις.

1 *Τόξα ὀρθοσυμμετρικὰ μεταβλητῆς* $\zeta_x = J_c / J_x$ συνφ

Ἰσχύει : $\quad \gamma_L^R = \gamma_R^L = \gamma, \quad \lambda_L = \lambda_R = \lambda.$

$$\Delta H = -\lambda \frac{\Delta M_L - \Delta M_R}{(1 + \gamma)}$$

α) Μονόπακτον τόξον :

Ἄρθρωσις εἰς στήριγμα L : $\quad \Delta M_L = -M_L, \quad \Delta M_R = \gamma M_L$.

$$\Delta H = \lambda M_L$$

Ἄρθρωσις εἰς στήριγμα R : $\quad \Delta M_L = \gamma M_R, \quad \Delta M_R = -M_R$.

$$\Delta H = -\lambda M_R.$$

β) Ἀμφιαρθρωτὸν τόξον : $\quad \Delta M_L = -M_L, \quad \Delta M_R = -M_R$

$$\Delta H = \lambda \frac{M_L - M_R}{1 + \gamma}$$

2. *Τόξα ὀρθοσυμμετρικὰ σταθερᾶς* $\zeta_x = 1$.

Ἰσχύει : $\quad \lambda = \frac{15}{2f(9 + 4\nu)}, \quad \frac{\lambda}{1+\gamma} = \frac{15}{4f(6+\nu)}$

α) Μονόπακτον : $\Delta H = \pm \dfrac{15}{2f(9+4\nu)} M_{L,R}$.

Διὰ $\nu = 0$ $\quad \Delta H = + \dfrac{5}{6f} M_{L,R}$

β) Ἀμφιαρθρωτὸν : $\Delta H = + \dfrac{15}{4f(6+\nu)} (M_L - M_R)$

Διὰ $\nu = 0$ $\quad \Delta H = + \dfrac{5}{8f} (M_L - M_R)$

ZUSAMMENFASSUNG

Das Vorgehen der Anwendung des Gross 'schen Verfahrens an dem fest eingespannten Bogen hat zur Folge die Veränderung ΔH seines anfänglichen Schubes H.

Die vorliegende mathematische Untersuchung führte zur folgenden allgemeinen Formel.

$$\Delta H = \frac{(\gamma_L^R \lambda_R - \lambda_L)\, \Delta M_L - (\gamma_R^L \lambda_L - \lambda_R)\, \Delta M_R}{(1 - \gamma_L^R \gamma_R^L)} \qquad (1)$$

Es bezeichnet.

γ_L^R, γ_R^L : Die Übertragungskoefizienten des Bogens.

υ_L, υ_R : Die Verteilungskoeffizienten an den Einspannstellen.

λ_L, λ_R : Die Vorzahlen die man benötigt damit man die Schubkraft des einfach eingespannten Bogens berechnet, infolge eines Momentes das auf der frei drehbaren Stütze wirkt.

Nehmen wir einen Bogen (Abb. 1) an dessen Einspannstellen die Momente M_L, M_R und die Schubkraft H wirken.

Nach dem ganzen Ausgleich erhält man:

Veränderung des Einspannmomentes M_L :	$-A - \gamma_R^L B = \Delta M_L$		
» der Schubkraft H :	$\lambda_L A + \lambda_R B = \Delta H$	(b)
» des Einspannmomentes M_R :	$\gamma_L^R A + B = \Delta M_R$		

Worin $\lambda_L A$, $\lambda_R B$: Die Summe, der im $\substack{\text{eckigen Klammern}\\ \text{Klammern}}$ befindlichen Gliedern bedeutet.

Nach Eliminierung der Summe A, B aus dem System (b) erhält man die Formel (1).

Sonderfälle

1. *Symmetrische Bogen* : $\zeta_x = J_c / J_x \cos\varphi$,

Es gilt : $\gamma_L^R = \gamma_R^L = \gamma, \quad \lambda_L = \lambda_R = \lambda.$

$$\Delta H = -\lambda \frac{\Delta M_L - \Delta M_R}{(1+\gamma)}$$

a) Einseitig fest eingespannte Bogen :

Für Gelenk an den Kampfer L : $\Delta M_L = -M_L, \; \Delta M_R = \gamma M_L$

$$\Delta H = \lambda M_L$$

Für Gelenk an den Kampfer R : $\Delta M_L = \gamma M_R, \; \Delta M_R = -M_R$

$$\Delta H = -\lambda M_R .$$

b) Zweigelenkbogen : $\Delta M_L = -M_L, \; \Delta M_R = -M_R$

$$\Delta H = \lambda \frac{M_L - M_R}{1+\gamma}$$

2. *Symmetrische Bogen* : $\zeta = 1$

Es gilt : $\lambda = \frac{15}{2f(9+4\nu)}, \quad \frac{\lambda}{1+\gamma} = \frac{15}{4f(6+\nu)}$

a) Einseitig fest eingespannte Bogen : $\Delta H = + \frac{15}{2f(9+4\nu)} M_{L,R}.$

$$\nu = 0 \qquad \Delta H = +\frac{5}{6f} M_{L,R}$$

b) Zweigelenkbogen : $\Delta H = \frac{15}{4f(6+\nu)} (M_L - M_R)$

$$\nu = 0 \qquad \Delta H = \frac{5}{8f}(M_L - M_R).$$

ΕΦΗΡΜΟΣΜΕΝΗ ΣΤΑΤΙΚΗ. — **Περὶ τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ ἀνηγμένου διαγράμματος τῶν ροπῶν κάμψεως ἀμφιερείστου δοκοῦ μεταβλητῆς διατομῆς**, ὑπὸ ***Ἀχιλλ. Π. Σιμοπούλου****. Ἀνεκοινώθη ὑπὸ τοῦ κ. Βασ. Αἰγινήτου.

Κατὰ τὴν ἔκφρασιν τῶν νόμων τῆς ἐλαστικῆς λειτουργίας τῶν φορτιζομένων δοκῶν ἀπαιτεῖται ἡ τιμὴ τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ ἀνηγμένου διαγράμματος τῶν ροπῶν

---

* ACHILL. P. SIMOPULOS : Inhalt der verzerrte Momentenfläche des frei aufliegenden Trägers veränderlichen Querschnitts.