ΠΡΑΚΤΙΚΑ ΤΗΣ ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ ΑΘΗΝΩΝ

ΣΥΝΕΔΡΙΑ ΤΗΣ 12ΗΣ ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΥ 1991

ΠΡΟΕΔΡΙΑ ΙΩΑΝΝΟΥ ΤΟΥΜΠΑ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ. — **Νευρωνικοὶ ὑπολογιστῆρες καὶ τεχνητὴ νοημοσύνη εἰς τὴν μηχανικὴν τῶν θραύσεων,** ὑπὸ τοῦ Ἀκαδημαϊκοῦ κ. *Περικλέους Θεοχάρη*, ἐν συνεργασίᾳ μετὰ τοῦ Ἀνεπιστέλλοντος μέλους κ. *Παναγιώτου Παναγιωτοπούλου**.

ΠΕΡΙΛΗΨΙΣ

Οἱ ἠλεκτρονικοὶ ὑπολογιστῆρες ἀκόμη καὶ οἱ σύγχρονοι ὑπερ-υπολογιστῆρες ἀποτελοῦν ἁπλᾶς μηχανὰς μὲ ἁπλουστάτην σκέψιν μὴ ὑπερβαίνουσαν εἰς δυνατότητας εἰμὴ μόνον λειτουργίας καταφάσεως ἢ ἀρνήσεως. Ἐν τούτοις σήμερον νέα σειρὰ ὑπολογιστήρων εὑρίσκεται ἐν ἐξελίξει, ἡ ὁποία παρουσιάζει ἱκανότητας τεχνητῆς νοημοσύνης, ὁμοίας πρὸς τὴν ἀνθρωπίνην τοιαύτην, ἡ ὁποία ὅμως περιορίζεται τουλάχιστον σήμερον εἰς στενῶς ἁπλᾶς καθωρισμένας ἀποστολάς. Τοιουτοτρόπως, ἐνῶ ἡ ἀρχικὴ χρῆσις τῶν ὑπολογιστήρων ἐπέφερεν ἐπανάστασιν εἰς τὴν διαχείρισιν τῆς πληροφορίας, αἱ σύγχρονοι πρόοδοι ὑπόσχονται τὴν καλυτέραν χρησιμοποίησιν τῆς ἱκανότητος τῶν ὑπολογιστήρων εἰς τὴν ὑπηρεσίαν τῆς συγχρόνου τεχνολογίας τῆς πληροφορικῆς, μὲ διαρκῶς αὐξανομένην πολυπλοκότητα. Διὰ πρώτην φορὰν εἰς τὴν ἱστορίαν τῶν ἐπιστημῶν τὰ σύγχρονα αὐτὰ συστήματα παρέχουν εἰς τοὺς ὑπολογιστῆρας τὴν δυνατότητα νὰ ἀσχολοῦνται μὲ θέματα ἀμφιβολίας καὶ κρίσεως τὰ ὁποῖα εἶναι πολὺ εὐαίσθητα διὰ συμβατικὰς διαδικασίας ἐπεξεργασίας ἀποτελεσμάτων ὁσονδήποτε ἐκτεταμένων. Τὰ συστήματα αὐτὰ βασίζονται ἐπὶ τῶν ἀρχῶν λειτουργίας τῶν ὀργάνων ἀντιλήψεως τοῦ ἀνθρώπου, προσπαθοῦντα νὰ τὰς μιμηθοῦν. Τοιουτοτρόπως, οἱ νέοι ὑπολογιστῆρες ὁμοιάζουν μὲ τὰ νευρικὰ συστήματα τῶν ἐμβίων ὄντων, σχηματίζοντα κυκλώματα νευρώνων καὶ συνάψεων εἰς παραλλήλους καὶ ἐν σειρᾷ συνδεσμολογίας, ὥστε νὰ δύνανται νὰ ἐπεξεργάζωνται ταυτοχρόνως μέγαν ἀριθμὸν ἐρεθισμάτων, τὰ ὁποῖα νὰ διασταυρώνουν καὶ νὰ καταλήγουν εἰς συμπεράσματα.

Τὰ νευρωνικὰ αὐτὰ κυκλώματα μελετῶνται εἰς τὴν ἐργασίαν αὐτὴν διὰ τὴν κατανόησιν καὶ διαμόρφωσιν τῆς διαδικασίας τῆς θραύσεως ὑλικῶν εἰς τὴν περιοχὴν τῆς μηχανικῆς. Ἀμφότεραι αἱ πε-

---

* PERICLIS THEOCARIS, PANAGIOTIS PANAGIOTOPOULOS, **Neural networks for computing in fracture mechanics methods and prospectcs of applications.**

ριπτώσεις τυπικῶν ρωγμῶν εἰς ἐλαστικὰ σώματα καὶ ρωγμῶν περιλαμβανουσῶν συνθήκας εἴτε τριβῶν κατὰ Coulomb, εἴτε ἀποχωρισμοῦ τῶν χειλέων των, μελετῶνται εἰς τὴν ἐργασίαν.

Τοιουτοτρόπως, διὰ τὴν πρώτην περίπτωσιν τὸ πρότυπον Hopfield διασκευάζεται καταλλήλως διὰ τὴν ἐπίλυσιν τῆς ἄνευ τριβῶν θραύσεως, ἐνῶ εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν προτείνεται νευρωνικὸν πρότυπον, καλύπτον περιπτώσεις ἀνισοτήτων. Διὰ τὸ πρότυπον αὐτὸ νέα ἀποτελέσματα, γενικεύοντα τὰ ἀποτελέσματα τῶν Hopfield καὶ Tank, προέκυψαν κατὰ τὴν μελέτην ταύτην. Ἀριθμητικὰ παραδείγματα ἐπεξηγοῦν τὴν θεωρίαν τὴν διατυποῦσαν τὸ πρόβλημα τῆς ταυτοποιήσεως τῶν παραμέτρων διὰ τὰ θραυόμενα σώματα, βασιζομένην ἐπὶ τῆς διαδικασίας τοῦ λεγομένου ἐποπτευομένου προβλήματος μαθήσεως.

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Εἰς προβλήματα ὑπολογισμῶν ὅπου πολλαὶ παραδοχαὶ πρέπει νὰ ἱκανοποιηθοῦν παραλλήλως, πρότυπα νευρωνικῶν κυκλωμάτων ποὺ ἀπομιμοῦνται τὴν συμπεριφορὰν βιολογικῶν νευρικῶν συστημάτων ἀπεδείχθησαν πολὺ ἱκανοποιητικά. Ἡ ἐπιστήμη τῶν ὑπολογιστήρων ὡδηγήθη εἰς τὴν μελέτην πραγματικῶν βιολογικῶν πλεγμάτων ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι ἡ ὑπολογιστικὴ ἱκανότης ἡ ἀναπτυσσομένη ἀπὸ τὰ βιολογικὰ νευρικὰ συστήματα διὰ τὴν λύσιν προβλημάτων ἀντιλήψεως καὶ νοημοσύνης εἶναι μεγάλη καὶ ἀποδοτική, παρέχουσα εἰς μικροὺς χρόνους ἀπαντήσεις πολυπλόκων ἐρωτήσεων.

Ἡ ἱκανοποίησις πολλῶν παραδοχῶν καθίσταται δυνατὴ εἰς τοὺς νέους ὑπολογιστῆρας, ἐν ἀντιθέσει πρὸς τοὺς κλασσικοὺς διαδοχικοὺς ὑπολογιστῆρας οἱ ὁποῖοι λειτουργοῦν μόνον ἐν σειρᾷ κατὰ τὴν ἐπεξεργασίαν τῆς πληροφορίας, διὰ χρήσεως κυκλωμάτων ἀναλόγων πρὸς τοὺς νευρῶνας, μὲ μὴ γραμμικὴν συμπεριφορὰν περιέχουσαν μεγάλον ἀριθμὸν ἀλληλοσυνδέσεων μὲ συνδέσμους μεταβλητῶν βαρῶν.

Διὰ τὸν καθορισμὸν νευρωνικοῦ κυκλώματος εἶναι ἀνάγκη νὰ δώσωμεν τὰ ἑξῆς μεγέθη: i) τὰ χαρακτηριστικὰ τοῦ κόμβου, ii) τοὺς κανόνας μαθήσεως καὶ iii) τὴν τοπολογίαν τοῦ κυκλώματος. Οἱ κανόνες μαθήσεως βελτιώνουν τὴν συμπεριφορὰν τοῦ κυκλώματος τῇ βοηθείᾳ καταλλήλως προσαρμοζομένων μεταβολῶν τῶν βαρῶν τῶν συνδέσμων αὐτῶν.

Ἡ ἔντονος ἔρευνα εἰς τὴν νευρολογίαν ἀφ' ἑνός, καὶ ἡ ἀνάπτυξις τῆς θεωρίας τῶν τεχνητῶν νευρωνικῶν κυκλωμάτων ἀφ' ἑτέρου, ἔχει ὡς σκοπὸν νὰ ἀντιληφθῶμεν πῶς αἱ ἰδιότητες τῶν βιολογικῶν νευρώνων καὶ αἱ μεταξύ των διασυνδέσεις ἐπιδροῦν ἐπὶ τῆς ταχύτητος ὑπολογισμῶν καὶ τῆς ἰσχύος τῶν βιολογικῶν νευρωνικῶν κυκλωμάτων. Διὰ νὰ μπορέσωμεν νὰ ἐπιτύχωμεν τὸν σκοπόν μας, εἶναι ἀπαραίτητον νὰ διαθέτωμεν μέγαν βαθμὸν συνδεσιμότητος τῶν νευρώνων, μαζικὸν παραλληλισμόν, καθὼς ἐπίσης καὶ μὴ γραμμικὴν ἀναλογικὴν ἀνταπόκρισίν των, τέλος δὲ μεγάλον βαθμὸν παιδεύσεως τῶν ἱκανοτήτων των μαθήσεως. Εἰς νευρωνικὸν κύκλωμα ἡ μεταβλητότης τῶν βαρῶν διασυνδέσεως μεταξὺ τῶν νευρώνων ἐπιτρέπει τὴν ἀποθήκευσιν καὶ τὴν περιγραφὴν τῶν μνημῶν. Ἕνα νευρωνικὸν κύκλωμα ἔχει τὴν ἱκανότητα νὰ αὐτοοργανώνῃ, νὰ γενικεύῃ καὶ νὰ ἐπανακτᾶ τὰς πληροφορίας ἀπὸ τὰ ἀποθηκευμένα, μερικῶς ἀσυμπλήρωτα ἢ μὴ ὀρθὰ δεδομένα. Ὅλα τὰ ἀνωτέρω εἶναι οἱ βασικοὶ παράγοντες οἱ ὁποῖοι χαρακτηρίζουν τὴν ὑπολογιστικὴν ἱκανότητα τοῦ νευρωνικοῦ συστήματος, ἀποτελοῦν δὲ τὸ μεγαλύτερον προσὸν τῶν ὑπὸ ἐξέλιξιν συγχρόνων ὑπολογιστήρων οἱ ὁποῖοι βασίζονται εἰς τὴν ἀρχὴν τῶν νευρωνικῶν κυκλωμάτων.

Περαιτέρω, ὁ νευρωνικὸς ὑπολογιστὴρ πρέπει νὰ παρουσιάζῃ μεγάλην ἀνοχὴν εἰς λάθη, ἀντιθέτως πρὸς τοὺς κλασσικοὺς διαδοχικοὺς ὑπολογιστῆρας, λόγω τῶν ηὐξημένων ἀριθμῶν τῶν τοπικῶς συνδεδεμένων διαδικαστικῶν κόμβων. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἡ ὅλη συμπεριφορὰ τοῦ κυκλώματος, ὡς ἐπίσης καὶ ἡ ἱκανότης του μαθήσεως δὲν ἐπηρεάζεται μεγάλως ὑπό τινων νευρώνων ἢ συνδέσμων, οἱ ὁποῖοι δύνανται πιθανῶς νὰ εἶναι καὶ ἐκτὸς ὀρθῆς λειτουργίας. Τὸ γεγονὸς αὐτὸ κάμνει τὸ κύκλωμα νὰ εἶναι εὐκόλως προσαρμόσιμον εἰς τὴν νέαν κατάστασιν, ἡ ὁποία καταλήγει εἰς τὴν ἐλαχιστοποίησιν τῆς ἐπιδράσεως τῆς βλάβης.

Εἰς τὴν παροῦσαν ἐργασίαν παρουσιάζεται ἡ προσαρμογὴ τῆς ὑπολογιστικῆς ἀναλύσεως τῶν μεθόδων θραύσεως εἰς τὸ ὑπολογιστικὸν περιβάλλον νευρωνικοῦ κυκλώματος, διὰ χρησιμοποιήσεως τῆς ἱκανότητος τῶν νευρωνικῶν κυκλωμάτων νὰ ἐπιλύουν προβλήματα βελτιστοποιήσεως. Θεωροῦμεν προβλήματά τινα, διὰ τὰ ὁποῖα ἡ μέθοδος αὐτὴ εἶναι δυνατή. Τὰ προβλήματα αὐτὰ ἐπιχειροῦν νὰ ὑπολογίσουν πεδία τάσεων καὶ μετατοπίσεων εἰς τὸ περιβάλλον δοθείσης ρωγμῆς ἢ ρωγμῶν, παραδεχόμενα, εἴτε κλασσικὰς ἀμφιπλεύρους συνθήκας συνόρων ἰσχύουσας κατὰ μῆκος τῶν χειλέων τῆς ρωγμῆς, εἴτε ὀλιγώτερον κλασσικὰς περιπτώσεις ὅπου κατὰ μῆκος τῶν χειλέων τῶν ρωγμῶν συνθῆκαι τριβῆς ἢ μονοπλεύρου ἐπαφῆς λαμβάνουν χώραν. Αἱ τελευταῖαι συνθῆκαι αἱ κρατοῦσαι εἰς τὰ χείλη τῶν ρωγμῶν εἰσάγουν ὡρισμένας δυσκόλους μὴ γραμμικότητας εἰς τὸ πρόγραμμα.

Πράγματι ἀμφότεραι αἱ συνθῆκαι μονοπλεύρου ἐπαφῆς τῶν χειλέων ἢ τριβῆς, ἐκφραζόμεναι ὡς συνθῆκαι τάσεων-παραμορφώσεων ὑποθετικῶν μονοδιαστάτων στοιχείων, περιλαμβάνουν κατακόρυφα πλήρη τμήματα εἰς τὰ γραφήματά των, τὰ ὁποῖα δὲν δύνανται νὰ περιγραφοῦν ἱκανοποιητικῶς διὰ τῶν μεθόδων τῆς ἐξελικτικῆς ἀναλύσεως τῶν κατασκευῶν. Κατὰ συνέπειαν τὸ πρόβλημα τῆς μονοπλεύρου ἐπαφῆς μετὰ τριβῆς ἐκφράζεται ὡς πρόβλημα ἐλαχιστοποιήσεως περιοριζόμενον δι' ἀνισοτήτων εἴτε διὰ τὴν δυναμικήν, εἴτε διὰ τὴν συμπληρωματικὴν ἐνέργειαν [3-5].

Αἱ δύο περιοχαὶ αἱ καθοριζόμεναι ἀπὸ τοὺς συνδέσμους ἀνισοτήτων εἶναι αἱ περιοχαὶ ἐπαφῆς καὶ ἀποχωρισμοῦ τῶν χειλέων τῆς ρωγμῆς διὰ μονόπλευρον ἐπαφήν, ἐνῶ διὰ τριβὴν αἱ περιοχαὶ αὐταὶ ἀντικαθίστανται ὑπὸ περιοχῶν ὀλισθήσεως καὶ τριβῆς προσφύσεως, αἱ ὁποῖαι ὅμως εἶναι ἐξ ἀρχῆς ἄγνωστοι. Τὸ πρόβλημα δύναται νὰ διαμορφωθῇ ὡς πρόβλημα καθοριζόμενον ἀπὸ ἀνισότητα, περιλαμβάνον ὡς ἀγνώστους εἴτε τὰς τάσεις εἴτε τὰς μετατοπίσεις κατὰ μῆκος τῶν χειλέων τῆς ρωγμῆς [6-13].

Ὅλαι αἱ ἀνωτέρω παρατηρήσεις ἰσχύουν διὰ στατικὰς ρωγμὰς ὡρισμένου μήκους. Δύνανται ἐν τούτοις νὰ ἐπεκταθοῦν καὶ εἰς τὴν θεωρίαν διαδόσεως ρωγμῶν ἐπὶ τῇ βάσει τῶν ὅσων ἀναπτύσσονται εἰς τὸ ἄρθρον [14]. Γνωρίζοντες τὸ σχετικὸν ἄνοιγμα ἢ τὴν σχετικὴν ὀλίσθησιν ρωγμῆς δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τοὺς συντελεστὰς ἐντάσεως τάσεων συμφώνως πρὸς τὰ ἄρθρα [15, 16] ἢ ὡς πρὸς τὴν μέθοδον τὴν ἀναπτυχθεῖσαν εἰς τὰ ἄρθρα [17, 18], ὅπου ἀκριβέστεροι τύποι ἔχουν εἰσαχθῇ λαμβάνοντας ὑπόψιν ὅλας τὶς ἀλληλεπιδράσεις τῶν ἀνωμαλιῶν.

Ὡς ἀριθμητικὴν ἐφαρμογὴν παρουσιάζομεν εἰς τὸ ἄρθρον αὐτὸ πλήρη ἀριθμητικὴν ἐπεξεργασίαν τοῦ προβλήματος μονοπλεύρου ἐπαφῆς καὶ τριβῆς κατὰ μῆκος τῶν χειλέων τῆς ρωγμῆς, διὰ χρησιμοποιήσεως προτύπου νευρωνικοῦ κυκλώματος, καθὼς ἐπίσης καὶ τὴν λύσιν τοῦ προβλήματος ρωγμῶν μὲ κλασσικὰς συνθήκας εἰς τὰ χείλη. Τέλος ἐπεξεργαζόμεθα τὸ πρόβλημα ἁπλῆς ταυτοποιήσεως τῶν παραμέτρων εἰς τὴν ἀνάλυσιν τῶν ρωγμῶν ὡς προβλήματος ἐπιβλεπομένης μαθήσεως.

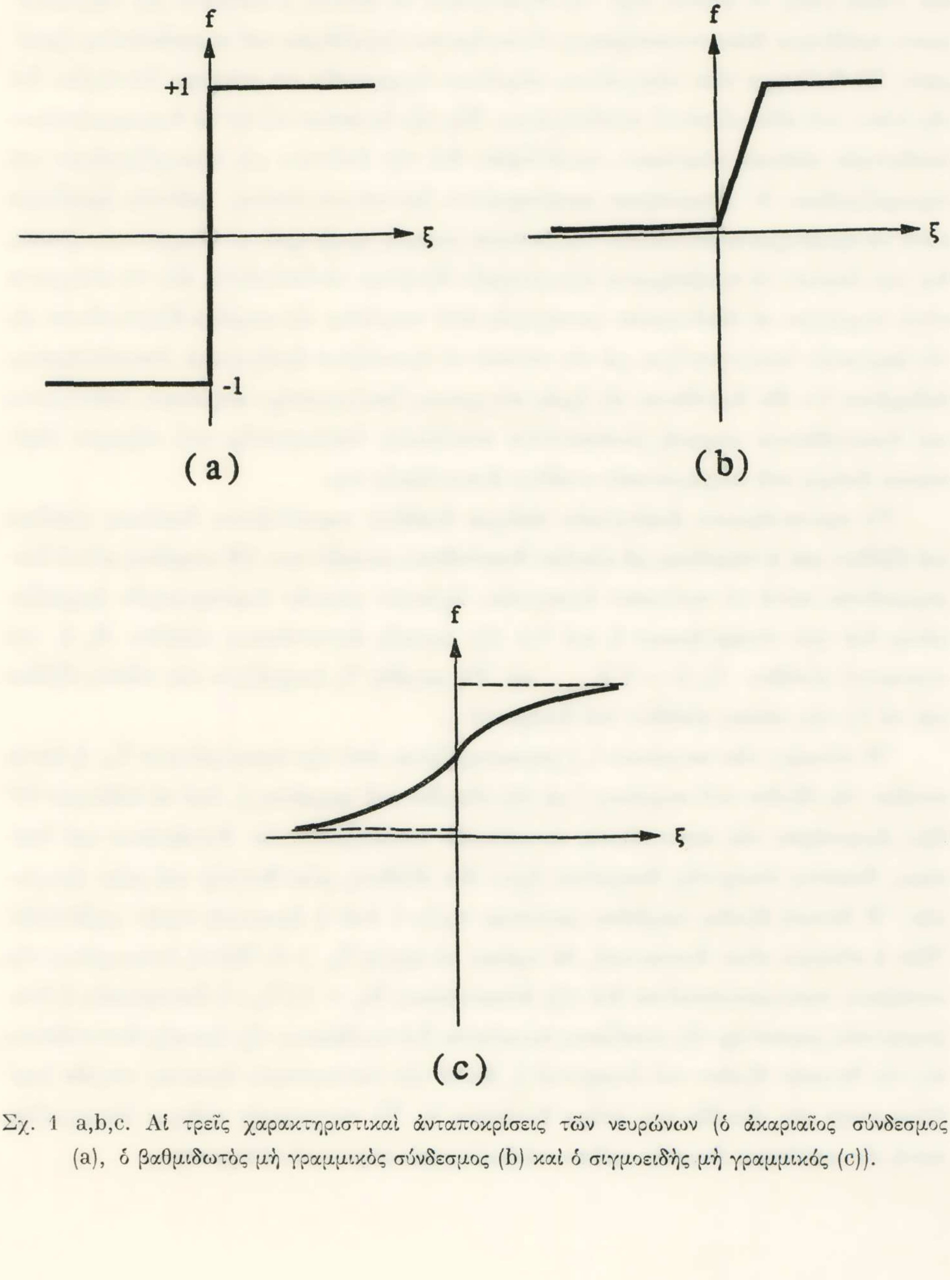
2. ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΠΛΕΓΜΑΤΩΝ ΝΕΥΡΩΝΩΝ

Ἡ ἔρευνα τῶν τεχνητῶν πλεγμάτων νευρώνων ἤρχισε τὴν δεκαετίαν τοῦ 1940 [19] καὶ συνεχίζεται μέχρι σήμερον ἐντατικῶς [20]-[29]. Ἐκ τοῦ συνόλου τῆς ἐρεύνης ταύτης ὡς βασικὸν ἀποτέλεσμα προέκυψεν ὅτι ὁ ἀναλογικὸς ὑπολογισμὸς ἐν παραλλήλῳ εἰς τὰ πλέγματα νευρώνων εἶναι ἡ πλέον φυσικὴ ὁδὸς διὰ τὴν ἐπίλυσιν προβλημάτων βελτιστοποιήσεως, ὡς εἶναι τὰ προβλήματα εἰς τὰ πεδία τῆς ἀναγνωρίσεως τῶν εἰκόνων καὶ τοῦ λόγου, τῆς στρατηγικῆς διοικήσεως, καὶ ὅλαι αἱ ἄλλαι σχετικαὶ περιοχαὶ [22]-[28]. Περαιτέρω, ἄλλα προβλήματα μὴ γραμμικότητος, τὰ ὁποῖα ἀπαιτοῦν πολυδαπάνους καὶ μακροὺς ὑπολογισμοὺς εἰς διαδοχικοὺς ὑπολογιστῆρας, δύνανται νὰ ἐπιλυθοῦν ταχέως καὶ ἱκανοποιητικῶς εἰς νευρωνικοὺς ὑπολογιστῆρας.

Τὸ γεγονὸς αὐτὸ καθίσταται φανερὸν ἀπὸ τὴν κατωτέρω ἑρμηνείαν τῆς λειτουργίας πλεγμάτων νευρώνων. Ὁ ἁπλούστερος κόμβος ἢ νευρὼν i πλέγματος νευρώνων ἀθροίζει τὰς βαρυνούσας εἰσόδους Tij Vj ἐξ ὅλων τῶν n-κόμβων, μετὰ τῶν ὁποίων ὁ κόμβος i εἶναι συνδεδεμένος καὶ δίδει εἰς τὴν ἔξοδον τὴν ποσότητα:

$$f_i \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{n} T_j \, V_{ij} \right),$$

ὅπου f(.) παριστᾶ γενικῶς μὴ γραμμικὴν συνάρτησιν. Ἐνταῦθα T_{ij} παριστᾶ τὸ βάρος τοῦ συνδέσμου ἢ τῆς συνάψεως μεταξὺ τῶν νευρώνων i καὶ j καὶ V_i παριστᾶ τὴν ἔξοδον ἐκ τοῦ j-νευρῶνος (j = 1,2... n). Τὸ σχῆμα 1 παριστᾶ τρεῖς βασικοὺς τύπους συνδέσμων τοῦ ἀκαριαίου συνδέσμου (Σχ. 1 a), τοῦ λογικοῦ μὴ γραμμικοῦ βαθμιδωτοῦ συνδέσμου (Σχ. 1b) καὶ τοῦ σιγμοειδοῦς μὴ γραμμικοῦ (Σχ. 1c).



Σχ. 1 a,b,c. Αἱ τρεῖς χαρακτηριστικαὶ ἀνταποκρίσεις τῶν νευρώνων (ὁ ἀκαριαῖος σύνδεσμος (a), ὁ βαθμιδωτὸς μὴ γραμμικὸς σύνδεσμος (b) καὶ ὁ σιγμοειδὴς μὴ γραμμικός (c)).

Ἡ ἔξοδος ἐκ τοῦ i-νευρῶνος μεταδίδεται εἰς τοὺς λοιποὺς νευρῶνας. Ἡ διαδικασία αὐτὴ συνεχίζεται μέχρις ὅτου ἐπιτευχθῇ εὐσταθὴς κατάστασις εἰς τὸ σύνολον, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς τοπικὸν ἢ συνολικὸν ἐλάχιστον τῆς καταλλήλως προσδιοριζομένης συναρτήσεως ἐνεργείας τοῦ πλέγματος.

Δι' ἕκαστον πρόβλημα βελτιστοποιήσεως εἶναι ἀνάγκη νὰ ὁρίσωμεν τὸ ἀντίστοιχον πλέγμα νευρώνων. Τὸ πρῶτον τοιοῦτον πλέγμα παρουσιάσθη ὑπὸ τῶν Hopfield καὶ Tank [22], τὸ ὁποῖον εἶχε τὴν δυνατότητα νὰ ἐπιλύῃ ἐνδιαφέρον μὴ περιοριζόμενον πρόβλημα βελτιστοποιήσεως, τὸ λεγόμενον *«πρόβλημα τοῦ περιοδεύοντος ἐμπόρου»*. Τὸ θεώρημα τῶν πλεγμάτων νευρώνων ἐφηρμόσθη μὲ μεγάλην ἐπιτυχίαν διὰ τὴν λύσιν τοῦ εἰδικοῦ αὐτοῦ προβλήματος. Εἰς τὴν ἐργασίαν αὐτὴν θὰ διαμορφώσωμεν ὑποθετικὸν πλέγμα νευρώνων, κατάλληλον διὰ τὴν ἐπίλυσιν μὴ περιοριζομένων καὶ περιοριζομένων δι' ἀνισοτήτων προβλημάτων βελτιστοποιήσεως, καθόσον ἀμφότερα αὐτὰ τὰ προβλήματα ἀποτελοῦν τὰς βασικὰς μορφὰς προβλημάτων ἐλαχιστοποιήσεως, διὰ τῶν ὁποίων τὰ προβλήματα τῶν ρωγμῶν δύνανται νὰ ἐπιλυθοῦν. Εἰς τὰ πλέγματα αὐτὰ νευρώνων αἱ διαδικασίαι μεταφορᾶς ἀπὸ νευρῶνος εἰς νευρῶνα ἐξομοιοῦνται εἰς τὸν ψηφιακὸν ὑπολογιστῆρα, μὲ τὸν σκοπὸν νὰ προκύψουν ἀριθμητικὰ ἀποτελέσματα, δεδομένου ὅτι δὲν διατίθεται εἰς ἡμᾶς σύγχρονος ὑπολογιστὴρ νευρώνων, καλούμενος καὶ διασυνδέουσα μηχανὴ (connection machine), ὑπολογιστὴρ ποὺ σήμερον εὑρίσκεται ἀκόμη στὸ πειραματικὸν στάδιον ἀναπτύξεώς του.

Τὸ προτεινόμενον ἀναλογικὸν πλέγμα διαθέτει παραλλήλους διαύλους εἰσόδων καὶ ἐξόδων καὶ n-νευρῶνας μὲ εὐρεῖαν διασύνδεσιν μεταξύ των. Οἱ νευρῶνες αὐτοὶ διαμορφοῦνται κατὰ τὸ πρότυπον ἐνισχυτῶν, ἐχόντων γενικὴν συμπεριφορὰν ἐκφραζομένην διὰ τῶν συναρτήσεων f_i καὶ διὰ τῆς ὠμικῆς ἀντιστάσεως εἰσόδου R_i ἢ τοῦ πυκνωτοῦ εἰσόδου C_i $(i = 1,2,\dots, n)$. Τὰ μεγέθη V_j ἐκφράζουν τὰς τάσεις ἐξόδου καὶ τὰ U_j τὰς τάσεις εἰσόδου τοῦ ἐνισχυτοῦ j.

Ἡ σύναψις τῶν νευρώνων i, j χαρακτηρίζεται ἀπὸ τὴν ἀγωγιμότητα T_{ij}, ἡ ὁποία συνδέει τὴν ἔξοδον τοῦ νευρῶνος i μὲ τὴν εἴσοδον τοῦ νευρῶνος j. Διὰ νὰ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ἀμφοτέρας τὰς περιπτώσεις συναπτικῶν συνδεσμολογιῶν διεγέρσεως καὶ ὑφέσεως, ἕκαστος ἐνισχυτὴς θεωρεῖται ἔχων δύο ἐξόδους, μίαν θετικὴν καὶ μίαν ἀρνητικήν. Ἡ θετικὴ ἔξοδος λαμβάνει μεγίστην τιμὴν 1 ἐνῶ ἡ ἀρνητικὴ τιμὴν μηδενικήν. Ἐὰν ἡ σύναψις εἶναι διεγερτική, θὰ πρέπει νὰ ἰσχύῃ $T_{ij} > 0$. Ἐὰν ἡ ἀγωγιμότης τῆς συνάψεως πραγματοποιεῖται διὰ τῆς ἀντιστάσεως $R_{ij} = 1//T_{ij} \mid$ ὁ διεγερτικὸς ἢ ὑποχωρητικὸς χαρακτὴρ τῆς συνάψεως προκύπτει διὰ συνδέσεως τῆς ὠμικῆς ἀντιστάσεως εἰς τὴν θετικὴν ἔξοδον τοῦ ἐνισχυτοῦ j. Κατὰ τὸν ὑπολογισμὸν ἕκαστος νευρὼν λαμβάνει κατὰ τὴν εἴσοδόν του ρεῦμα ἐντάσεως I_i. Τὸ περιγραφὲν πλέγμα ἀπομιμεῖται κατὰ τὸν καλύτερον δυνατὸν τρόπον τὰ βιολογικὰ νευρωνικὰ πλέγματα.

Ἡ ἐξέλιξις τοῦ θεωρουμένου πλέγματος κατὰ τὸν χρόνον t δίδεται ὡς [22]:

$$C_i\left(\frac{du_i}{dt}\right) = \sum_{j=1}^{n} T_{ij} V_j - \frac{u_i}{R_i} + I_i \qquad (2.1)$$

$$V_j = f_j(u_j) \qquad (2.2)$$

Ἐνταῦθα ἰσχύει :

$$R_i^{-1} = \rho_i^{-1} + \sum_{j=1}^{N} R_{ij}^{-1} \qquad (2.3)$$

δεδομένου ὅτι αἱ ὠμικαὶ ἀντιστάσεις συνδέονται ἐν παραλλήλῳ. Θεωροῦμεν πρὸς ἁπλοποίησιν ὅτι R_i, C_{ii} λαμβάνουν τὰς αὐτὰς τιμὰς R καὶ C ἀντιστοίχως δι' ἕκαστον νευρῶνα, καὶ ὅτι αἱ συναρτήσεις ἀποκρίσεως f_i ὅλων τῶν νευρώνων εἶναι αἱ αὐταὶ καὶ ἴσαι πρὸς f. Θεωρώντας ὅτι αἱ ἀρχικαὶ τιμαὶ ὅλων τῶν εἰσόδων τῶν νευρώνων u_i εἰς χρόνον $t = 0$ δίδονται, καὶ ὁλοκληροῦντες τὰς σχέσεις (2.1) καὶ (2.2) εἰς ψηφιακὸν ὑπολογιστῆρα λαμβάνομεν τὴν λύσιν τοῦ ζητουμένου ὑποθετικοῦ πλέγματος. Δύναται εὐκόλως νὰ ἀποδειχθῇ ὅτι ἐὰν $T_{ij} = T_{ji}$ ἡ λύσις τῶν ἐξισώσεων (2.1) καὶ (2.2) συγκλίνει εἰς τὰς λύσεις ἔχουσας σταθερὰς ἐξόδους V_i δι' ὅλους τοὺς νευρῶνας. Αἱ λύσεις αὐταὶ καλοῦνται *εὐσταθεῖς καταστάσεις* καὶ παρέχουν *στάσιμον τιμὴν* διὰ τὴν ἐνέργειαν :

$$E = -\frac{1}{2}\sum_{i,j=1}^{n} T_{ij} V_i V_j + \sum_{i=1}^{n} \frac{V_i^2}{2R_i} - \sum_{i=1}^{n} V_i I_i \qquad (2.5)$$

Διὰ τὴν περίπτωσιν τῆς διακεκομμένης γραμμῆς τοῦ σχήματος 1c, ἢ διὰ σιγμοειδεῖς καμπύλας προσεγγιζούσας πολὺ τὴν διακεκομμένην γραμμήν, ὁ δεύτερος ὅρος τῆς σχέσεως (2.4) εἶναι μηδενικὸς ἢ ἀμελητέος [21] καὶ ἑπομένως τὸ ἐλάχιστον τῆς E δύναται νὰ ζητηθῇ εἰς τὰς γωνίας τοῦ n-διάστατου ὑπερκύβου, ὁριζομένου ὑπὸ τῶν σχέσεων $V_i = 0$ ἢ $V_i = 1$. Τοῦτο ἀποτελεῖ καὶ τὸ καλούμενον *διακεκριμένον πρότυπον* τῶν νευρωνικῶν πλεγμάτων. Διὰ ρηχὰς σιγμοειδεῖς καμπύλας ὁ δεύτερος ὅρος τῆς σχέσεως (2.4) δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ παραληφθῇ καὶ ἐπιδρᾷ ἐπὶ τῆς θέσεως τοῦ ἐλαχίστου.

Ἐξ ὅλων τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι, ἵνα ἐπιλυθῇ τὸ πρόβλημα μὴ περιοριζομένης βελτιστοποιήσεως, εἶναι ἀνάγκη νὰ προσδιορισθῇ ἡ ἀγωγιμότης T_{ij}, τῶν συνάψεων, τὰ ρεύματα εἰσόδου I_i, καὶ αἱ συνολικαὶ ἀντιστάσεις R_i, καθὼς ἐπίσης καὶ αἱ συναρτήσεις f_i τῆς σχέσεως (2.4) κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε τὸ τοπικὸν ἐλάχιστον τῆς

E, δηλαδὴ ἡ εὐσταθὴς κατάστασις, νὰ συμπίπτῃ μὲ τὴν λύσιν τοῦ προβλήματος ἐλαχίστου. Ἡ εὐσταθὴς κατάστασις δύναται νὰ ἐπιτευχθῇ ὡς ἑξῆς: διὰ χρησιμοποιήσεως τυχουσῶν τάσεων εἰσόδου V_i εἰς χρόνον $t = 0$ καὶ ὑποθέτοντες ὡρισμένην συμπεριφορὰν νευρώνων (δηλαδὴ τὴν συνάρτησιν f) δυνάμεθα, δι' ἐπιλύσεως εἰς τὸν ψηφιακὸν ὑπολογιστῆρα τῶν διαφορικῶν ἐξισώσεων (2.1) καὶ (2.2), νὰ εὕρωμεν τὴν τελικὴν εὐσταθῆ κατάστασιν. Ἡ διαδικασία αὐτὴ ἀποτελεῖ λύσιν τοῦ προβλήματος βελτιστοποιήσεως. Σημειώσατε ὅτι, ἐὰν νευρωνικὸς ὑπολογιστὴρ χρησιμοποιηθῇ, ἡ ταχύτης ὑπολογισμῶν δύναται νὰ εἶναι συγκρίσιμος μὲ τὴν ταχύτητα τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου, ἐλαττουμένη κατὰ τὸν χρόνον πολώσεως τῶν ἠλεκτρονικῶν διατάξεων τοῦ ὑπολογιστῆρος.

3. ΑΝΑΛΥΣΙΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΘΡΑΥΣΕΩΣ ΚΑΙ ΤΑ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΑ ΝΕΥΡΩΝΙΚΑ ΠΛΕΓΜΑΤΑ

Θεωρήσωμεν ἐν ἀρχῇ τὸ κλασσικὸν πρόβλημα ρωγμῆς. Εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ θέσις ἰσορροπίας τῆς κατασκευῆς, περιλαμβανούσης ρωγμὰς δοθέντων μηκῶν ἄνευ συνθηκῶν ἀνισοτήτων εἰς τὴν διαχωριστικὴν ἐπιφάνειαν τῶν ρωγμῶν, χαρακτηρίζεται εἴτε ἀπὸ τὸ ἐλάχιστον τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας, ἐκφραζομένης συναρτήσει τῶν μετατοπίσεων ἐπὶ τοῦ ὑποχώρου X_{ad} τῶν κινηματικῶς παραδεκτῶν μετατοπίσεων, εἴτε ἀπὸ τὸ ἐλάχιστον τῆς συμπληρωματικῆς ἐνεργείας ἐκφραζομένης συναρτήσει τῶν τάσεων εἰς τὸν ὑποχῶρον Y_{ad} τῶν στατικῶς παραδεκτῶν τάσεων. Οἱ κινηματικοὶ σύνδεσμοι τῆς κατασκευῆς καθορίζουν τοὺς χώρους X_{ad}, ἐνῶ οἱ χῶροι Y_{ad} καθορίζονται ἀπὸ τοὺς στατικοὺς συνδέσμους τῆς κατασκευῆς καὶ ὑπὸ τῶν συνθηκῶν ἰσορροπίας.

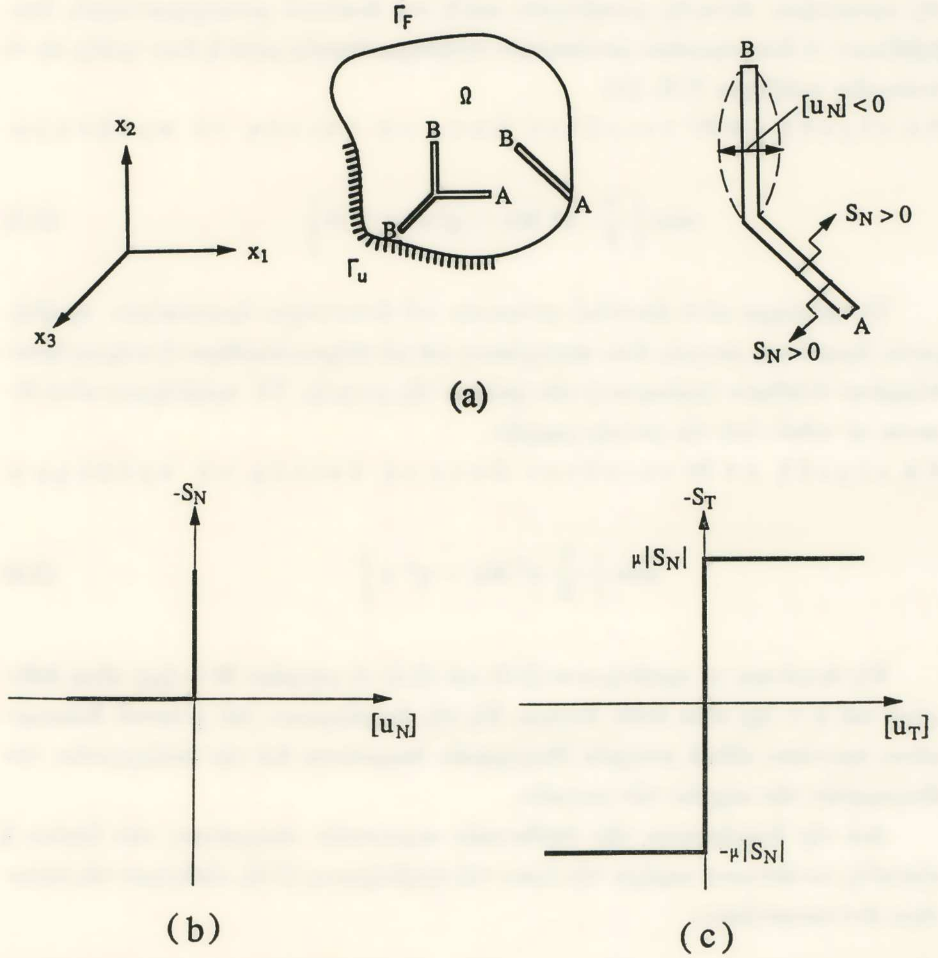
Εἰς τὴν περίπτωσιν ὅπου ρωγμαὶ δοθέντος μήκους παρουσιάζουν ἀπόσπασιν τῶν χειλέων των ἢ ἐμφανίζουν φαινόμενα τριβῆς εἰς ἀμφότερα τὰ χείλη τῆς ρωγμῆς, αἱ τιμαὶ τῶν X_{ad} καὶ Y_{ad} εἶναι μὴ γραμμικοὶ ὑπόχωροι, ἀλλὰ περιέχουν καὶ ὡρισμένους συνδέσμους ἀνισοτήτων. Οὕτω διὰ τὸ πρόβλημα ἀποσπάσεως τῶν χειλέων τῆς ρωγμῆς X_{ad} πρέπει νὰ περιλαμβάνῃ καὶ τὸν σύνδεσμον τὸν ἐνδεικνυόμενον εἰς τὸ σχῆμα 2 a,b,c [6], [7], [14]:

$$[u_N] \leq 0 \tag{3.1a}$$

Ἐνῶ ἀντιστοίχως διὰ τὸ Y_{ad} ἰσχύει ὅτι:

$$S_N \leq 0 \tag{3.1b}$$

ὅπου $[u_N]$ δηλοῖ τὴν κάθετον συνιστῶσαν πρὸς τὴν διαχωριστικὴν ἐπιφάνειαν τῆς ρωγμῆς τοῦ σχετικοῦ ἀνύσματος μετατοπίσεων $[u] = \{[u_a]\}$ καθ' ὅλην τὴν διαχωριστικὴν ἐπιφάνειαν καὶ S_N παριστᾶ τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὴν διαχωριστικὴν ἐπιφάνειαν κάθετον ἄνυσμα ἕλξεως $S = \{S_\alpha\} = \{\sigma_{\alpha\beta}\ n_\alpha\}$, ὅπου $\alpha, \beta = 1, 2, 3$, $\sigma = \{\sigma_{\alpha\beta}\}$ εἶναι ὁ τασικὸς τανυστὴς καὶ $n = \{n_\beta\}$ τὸ πρὸς τὰ ἔξω κάθετον ἄνυσμα πρὸς τὴν δια-



Σχῆμα 2 a,b,c. Σχηματικὴ παράστασις μὲ ἀποκόλλησιν ἢ τριβήν. (a) Αἱ θετικαὶ διευθύνσεις, (b) νόμος μονοπλεύρου ἐπαφῆς, (c) νόμος τριβῆς.

χωριστικὴν ἐπιφάνειαν τῆς ρωγμῆς. Εἰς τὰς σχέσεις (3.1a, b) $[u_N]$ ἢ S_N θεωροῦνται θετικὰ ἐὰν εἶναι παράλληλα πρὸς τὴν πρὸς τὰ ἔξω κάθετον n. Εἰς τὸ πρόβλημα τριβῆς μὲ δεδομένα S_N, τὰ X_{ad} πρέπει νὰ περιλαμβάνουν τὸν ἑξῆς σύνδεσμον [3] - [5]:

$$|S_T| \leq \mu\,|S_N| \tag{3.2}$$

ὅπου μ εἶναι ὁ συντελεστὴς τριβῆς καὶ S_T σημαίνει τὸν ὅρον $S = \{S_{\alpha\beta}\}$ ἐφαπτομενικὸν πρὸς τὰ χείλη τῆς ρωγμῆς. Εἶναι γνωστὸν ἐκ τῆς θεωρίας τοῦ τετραγωνικοῦ προγραμματισμοῦ (Τ.Π) [29] καὶ ἀπὸ τὴν θεωρίαν τῶν γραμμικῶν ἐλαστικῶν κατασκευῶν, περιλαμβανουσῶν συνδέσμους ἀνισοτήτων [4], ὅτι διὰ χρησιμοποιήσεως τῆς καταλλήλου ἀλλαγῆς μεταβλητῶν καὶ/ἢ τοῦ δυαδικοῦ μετασχηματισμοῦ, ὑποβιβάζομεν τὸ διακεκριμένον μονόπλευρον πρόβλημα ἐπαφῆς μετὰ ἢ ἄνευ τριβῆς εἰς τὸ ἀκόλουθον πρόβλημα Τ.Π. [5]:

Νὰ εὑρεθῇ $x \in R^n$ τοιοῦτον ὥστε νὰ ἐπιλύῃ τὸ πρόβλημα:

$$\min\left\{\frac{1}{2}\, x^T M x - q^T x \mid x \geq 0\right\} \tag{3.3}$$

Τὸ πρόβλημα αὐτὸ ἀποτελεῖ γενίκευσιν τοῦ ἀντιστοίχου ἀμφιπλεύρου προβλήματος ἀφορῶντος ρωγμὰς ἄνευ ἀποσχίσεως καὶ μὲ πλήρως ἐλευθέραν ἢ πλήρως ἐμποδιζομένην ὀλίσθησιν (πρόσφυσιν) τῶν χειλέων τῆς ρωγμῆς. Τὰ προβλήματα αὐτὰ δύνανται νὰ τεθοῦν ὑπὸ τὴν γενικὴν μορφήν:

Νὰ εὑρεθῇ $x \in R^n$ τοιοῦτον ὥστε νὰ ἐπιλύῃ τὸ πρόβλημα:

$$\min\left\{\frac{1}{2}\, x^T M x - q^T x\right\} \tag{3.4}$$

Εἰς ἀμφότερα τὰ προβλήματα (3.3) καὶ (3.4) τὸ μητρῷον $M = \{\mu_i\}$ εἶναι δεδομένον καὶ $q = \{q_i\}$ εἶναι δοθὲν ἄνυσμα. Εἰς τὴν διαμόρφωσιν τοῦ y-οστοῦ διακεκριμένου προτύπου εἰδικὰ στοιχεῖα ἰδιομορφιῶν θεωροῦνται διὰ τὴν ἐπεξεργασίαν τῶν ἰδιομορφιῶν τῶν αἰχμῶν τῶν ρωγμῶν.

Διὰ τὴν διαμόρφωσιν τῶν ὑποθετικῶν νευρωνικῶν πλεγμάτων, τῶν ὁποίων ἡ εὐσταθὴς κατάστασις παρέχει τὴν λύσιν τοῦ προβλήματος (3.4), εἰσάγομεν τὰς κατωτέρω ἀντικαταστάσεις:

$$T_{ij} = \begin{cases} -\mu_{ij} & \text{ἐὰν } i \neq j \\ \left(-\mu_{ij} + \dfrac{1}{R_i}\right) & \text{ἐὰν } i = j \end{cases} \tag{3.5}$$

$$\begin{aligned} V_i &= x_i \\ I_i &= q_i \end{aligned} \tag{3.6}$$

$$V_i = f_i(u_i) = u_i \tag{3.7}$$

Θεωροῦμεν ἐπὶ πλέον, διὰ λόγους ἁπλοποιήσεως, ὅτι $R_i = C_i = 1$, ὁπότε ἡ ἐξέλιξις τοῦ κυκλώματος περιγράφεται ἀπὸ τὴν διαφορικὴν ἐξίσωσιν (2.1) γραφομένην ὑπὸ τὴν μορφήν:

$$\frac{dV_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n} T_{ij} V_j - V_i + I_i \tag{3.8}$$

Εἰς τὴν εὐσταθῆ κατάστασιν θὰ ἔχωμεν $dV_i/dt = 0$ καὶ ἡ σχέσις (3.8), δι' εἰσαγωγῆς τῶν σχέσεων (3.5) καὶ (3.6), λαμβάνει τὴν μορφήν:

$$Mx = q \tag{3.9}$$

ἡ ὁποία δίδει τὴν λύσιν τοῦ μὴ περιοριζομένου προβλήματος ἐλαχίστου (3.4).

Διὰ τὸ περιοριζόμενον πρόβλημα ἐλαχίστου (3.3) ἡ συνάρτησις f_i λαμβάνει τὴν μορφήν:

$$V_i = f_i(u_i) = \begin{cases} x_i & \text{ἐὰν } u_i > 0 \\ 0 & \text{ἐὰν } u_i \leq 0 \end{cases} \quad \text{καὶ } x_j = V_i \tag{3.10}$$

Τὸ πρόβλημα περιγράφεται πλήρως διὰ τῶν σχέσεων (3.10), (3.5) καὶ (3.6). Τοιουτοτρόπως ἡ τελικὴ λύσις τοῦ πλέγματος ἱκανοποιεῖ τοὺς συνδέσμους $x_i \geq 0$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$.

Ἐξετάσωμεν τὴν τελευταίαν περίπτωσιν ἐν λεπτομερείᾳ. Θεωροῦμεν τὴν ἐνέργειαν E ὡς συνάρτησιν τοῦ χρόνου $t > 0$ καὶ ἂς ἴδωμεν τί συμβαίνει ἐὰν ἡ $E(t)$ καθίσταται στάσιμος μὲ τὰς δευτερευούσας συνθήκας $V_j(t) \geq 0$. Ἐξετάζομεν δηλαδὴ τὸ πρόβλημα:

$$\text{stat}\,\{E(t) \mid V_i(t) \geq 0 \quad i = 1, 2, \ldots, n\} \tag{3.11}$$

ἡ σχέσις αὐτὴ ἐξ ὁρισμοῦ ἐκφράζει τὰς εὐσταθεῖς καταστάσεις, τὰς ἀντιστοιχούσας εἰς τὸ πρόβλημα Τ.Π. (3.3).

Διαμορφοῦμεν τὴν λαγκρανζιανήν:

$$L(t) = E(t) - \sum_{i=1}^{n} \lambda_i V_i(t) \tag{3.12}$$

καὶ λαμβάνομεν τὰς ἀκολούθους ἰσοδυνάμους συνθήκας διὰ τὸ πρόβλημα στασιμότητος (3.11).:

$$\frac{dE}{dt} - \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \frac{dV_j(t)}{dt} = 0 \tag{3.13}$$

$$V_j \geq 0, \quad \lambda_j \geq 0, \quad \lambda_j V_j = 0 \tag{3.14}$$

Ἐκ τῆς σχέσεως (2.4) λαμβάνομεν, τῇ βοηθείᾳ τῆς σχέσεως (2.1), ὅτι:

$$\frac{dE}{dt} = \sum_{j=1}^{n} \frac{dE}{dV_j}\frac{dV_j}{dt} = \sum_{j=1}^{n} \frac{dV_j}{du_j}\frac{du_j}{dt}\left(-\sum_{i=1}^{n} T_{ij} V_j + \frac{u_j}{R_j} - I_j\right) =$$

$$= -\sum_{j=1}^{n} c_j \left(\frac{du_j}{dt}\right)^2 \Theta_j \tag{3.15}$$

ὅπου:

$$\Theta_j = \frac{dV_j}{du_j} = \begin{cases} 1 & \text{ἐὰν } u_i > 0 \\ 0 & \text{ἐὰν } u_i \leq 0 \end{cases} \tag{3.16}$$

Οὕτω, $\frac{dE}{dt} \leq 0$ δι' ἕκαστον $t > 0$. Ἀλλὰ ἐκ τῆς (3.13) λαμβάνομεν ὅτι:

$$\frac{dE}{dt} = \sum_{j=1}^{n} \frac{dV_j}{du_j}\frac{du_j}{dt} = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j \Theta_j \frac{du_j}{dt} \tag{3,17}$$

Κατὰ συνέπειαν δι' ὅλα τὰ j διὰ τὰ ὁποῖα εἰς τὸν χρόνον t ἰσχύει ὅτι $u_j = V_j > 0$ θὰ ἔχωμεν ὅτι $\Theta_j = 1$ καὶ $\lambda_j = 0$. Περαιτέρω, ὅλοι οἱ ὅροι τῆς σχέσεως (3.17) ἐξαφανίζονται καὶ ἐπομένως συνάγομεν ὅτι :

$$\frac{dE}{dt} = 0 \tag{3.18}$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (3.15) καὶ (3.18) ἔχομεν ὅτι, δι' ἕκαστον i, εἴτε $u_i \leq 0$, δηλαδὴ $V_i = 0$, εἴτε ἐὰν $u_i > 0$, θὰ ἔχωμεν ὅτι $u_i = V_i$ καί:

$$\frac{du_i}{dt} = \frac{dV_i}{dt} = 0$$

δηλαδὴ $V_i =$ σταθερόν. Οὕτω ἔχομεν ἐπεκτείνει τὰ ἀποτελέσματα τοῦ Hopfield

[21] [22] διὰ τὴν περίπτωσιν τῶν συνδέσμων ἀνισοτήτων.

Ἐκ τῆς σχέσεως (3.13) λαμβάνομεν:

$$\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{dE}{dV_j}-\lambda_j\right)\frac{dV_j}{dt}=0 \tag{3.19}$$

Θεωρήσωμεν τὸ πρόβλημα ἐλαχίστου:

$$\min\{E(V_1,\ldots,V_n)\mid V_j\geq 0 \;\; j=1,2,\ldots,n\} \tag{3.20}$$

τὸ ὁποῖον προϋποθέτει ὅτι :

$$\frac{dE}{dV_j}=\lambda_j,\quad \lambda_j,\geq 0,\quad V_j\geq 0,\quad \lambda_j V_j=0, \tag{3.21}$$

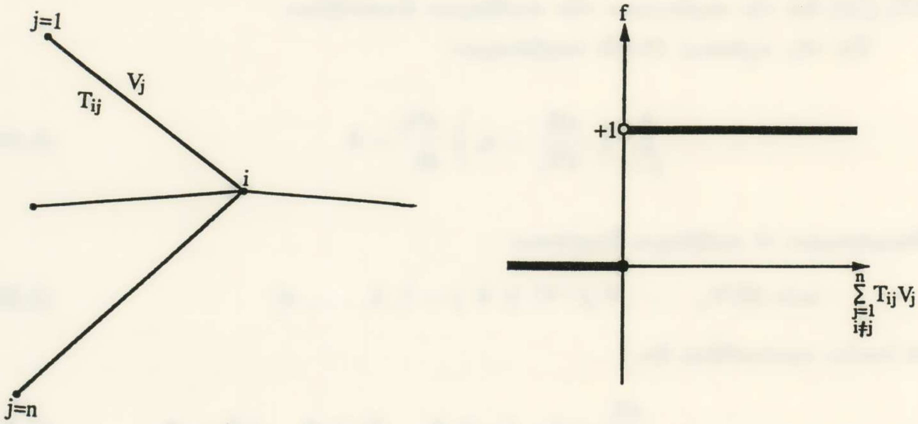
Ἡ λύσις τῆς (3.20) δίδει τὴν (3.21). Ἀντιστοίχως ἡ (3.19) ἱκανοποιεῖται, ἢ ἰσοδυνάμως αἱ (3.13) καὶ (3.14). Ἀλλὰ αἱ (3.13) καὶ (3.14) εἶναι ἰσοδύναμοι πρὸς τὴν (3.11). Δεδομένου ὅτι $dE/dt = 0$, ἄρα αἱ τιμαὶ V_i πρέπει νὰ εἶναι εἴτε μηδενικαί, εἴτε νὰ λαμβάνουν σταθερὰν τιμήν. Αἱ ἀντίστοιχοι (3.5) καὶ (3.6) προϋποθέτουν εὐκόλως ὅτι ἡ (3.19) εἶναι ταυτόσημος μὲ τὸ ἀρχικὸν πρόβλημα (3.3).

4. ΜΑΘΗΣΙΣ ΔΙ' ΑΠΛΩΝ ΝΕΥΡΩΝΩΝ: Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ PERCEPTRON

Διὰ νὰ καθορίσωμεν τὴν διαδικασίαν μαθήσεως εἰς πρότυπον νευρώνων ἐφαρμόζομεν τὴν γνωστὴν ἀρχὴν τῶν μεθόδων διδασκαλίας: *Ὑπάρχει πάντοτε ἀνταμοιβὴ διὰ τὴν καλὴν συμπεριφοράν, ἐνῶ κακὴ συμπεριφορὰ πρέπει νὰ ἀποκλείεται.* Πράγματι, ἡ ἀρχὴ αὐτὴ δύναται νὰ συμπεριλαμβάνεται εἰς τὸν σχεδιασμὸν ἑκάστου νευρῶνος καὶ οὕτω : *ἕκαστος νευρὼν δύναται νὰ μαθαίνῃ ἀπὸ τὰ λάθη του.*

Ὁ ἀντίστοιχος ἀλγόριθμος καλεῖται ἀλγόριθμος μαθήσεως κατὰ perceptron καὶ ἡ σύγκλισίς του ἀποδεικνύεται εἰς τὴν ἐργασίαν [2], διὰ τὴν περίπτωσιν ἐπιτηρουμένης διδασκαλίας, δηλαδὴ τὴν περίπτωσιν ὅπου γνωρίζομεν τί ἐπιζητοῦμεν νὰ εὕρωμεν. Ἂς ἐπιχειρήσωμεν νὰ διδάξωμεν τὸν νευρῶνα τοῦ Σχήματος 3 νὰ μάθῃ νὰ ξεχωρίζῃ δύο ἀντικείμενα, π.χ. τὸ ἐρυθρὸν καὶ τὸ πράσινον. Ὅταν τὸ ἐρυθρὸν ἀντικείμενον ἐμφανίζεται εἰς τὸν νευρῶνα, ὁ νευρὼν πρέπει νὰ δίδῃ ὡς ἀποτέλεσμα τὴν μονάδα, ὅταν ἐμφανίζεται τὸ πράσινον ἀντικείμενον, τὸ μηδέν.

Ὑποθέσωμεν ὅτι ὁ νευρὼν ὑπακούει τὴν μὴ-γραμμικότητα τοῦ ἀκαριαίου συνδέσμου (Σχ. 1a) (ἐνταῦθα $x \to f(x)$ λαμβάνει τὴν τιμὴν μηδὲν διὰ $x \leq 0$ καὶ τὴν τιμὴν 1 διὰ $x \geq 0$). Ὁ ἀλγόριθμος ἔχει τὰ ἀκόλουθα στάδια: Τὴν ἀρχικὴν κατάστασιν, κατὰ



Σχῆμα 3. Ὁ ἀλγόριθμος Perceptron.

τὴν ὁποίαν ὁ νευρὼν δὲν γνωρίζει τίποτε. Ἡ κατάστασις αὐτὴ χαρακτηρίζεται διὰ τῶν τυχαίων βαρῶν T_{ij} καὶ τῶν τυχαίων εἰσόδων $V_j(j = 1, 2, \ldots, n, j \neq i)$. Σχηματίζομεν τὸ ἄθροισμα :

$$\sum_{j=1}^{n} T_{ij}V_j$$

καὶ θέτομεν ὡς ἔξοδον τὴν τιμὴν $V_i = 1$, ἐὰν τὸ προηγούμενον ἄθροισμα εἶναι μεγαλύτερον ἀπὸ τὸ ὅριον μηδέν, ἢ τὴν τιμὴν $V_i = 0$, ἐὰν εἶναι μικρότερον. Ὑποθέσωμεν ὅτι ὁ νευρὼν παράγει τὴν μονάδα, ἐὰν τὸ κόκκινον ἀντικείμενον παρουσιάζεται εἰς αὐτόν. Ἐν συνεχείᾳ ἀφήνομεν τὰ βάρη ἀμετάβλητα. Ἀλλὰ ἐὰν ὁ νευρὼν παράγῃ τὸ μηδὲν εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ κόκκινου ἀντικειμένου, τότε εἶναι ἀνάγκη νὰ αὐξήσωμεν τὴν ποσότητα

$$\sum_{j=1}^{n} T_{ij}V_j \; (j \neq i),$$

δι' αὐξήσεως τῶν βαρῶν T_{ji}.

Ἀντιθέτως, ἐὰν ὁ νευρὼν παράγῃ τὴν μονάδα εἰς τὴν περίπτωσιν ποὺ τοῦ ἐπιδεικνύεται τὸ πράσινον ἀντικείμενον πρέπει νὰ ἐλαττώσωμεν τὴν αὐτὴν ποσότητα.

Πράγματι, δι' αὐξήσεως ἢ ἐλαττώσεως τοῦ ἀθροίσματος

$$\sum_{j=1}^{n} T_{ij}V_j$$

αὐξάνομεν τὴν δυνατότητα ὥστε τὸ ἄθροισμα αὐτὸ εἰς τὴν ἑπομένην βαθμίδα νὰ ὑπερβαίνη τὸ ὅριον, ὥστε νὰ παράγη τὴν τιμὴν 1 διὰ τὸ κόκκινον ἀντικείμενον, ἐνῶ ἐὰν δὲν ὑπερβαίνη τὸ ὅριον θὰ παράγη τὸ μηδὲν καὶ θὰ ἐμφανίζη τὸ πράσινον ἀντικείμενον.

Κατὰ συνέπειαν *ἡ μεταβολὴ τῶν βαρῶν ἐνισχύει τὰς ὀρθὰς ἀποφάσεις καὶ ἐμποδίζει τὰς ἐσφαλμένας ἀποφάσεις*. Ἡ ἀρχὴ αὐτὴ ἀποτελεῖ τὴν βασικὴν μέθοδον μαθήσεως ἡ ὁποία καλεῖται καὶ *μάθησις κατὰ Hebb*. Ἡ προσαρμογὴ τῶν βαρῶν ἀκολουθεῖ τὴν γενικὴν μορφήν :

$$T_{ij}^{(k)} = T_{ij}^{(k-1)} + c_i r_{ij}^{(k)} \tag{4.1}$$

ὅπου c_i εἶναι ἡ ταχύτης μαθήσεως, (k) σημαίνει τὸ βῆμα μαθήσεως καὶ r_{ij} (k) ἐκφράζει τὸ σῆμα ἐνισχύσεως. Ὁ νόμος αὐτὸς μαθήσεως λαμβάνει ἀκριβεστέραν μορφὴν θέτοντας:

$$r_{ij}^{(k)} = (d - y^{(k)})\, u_i^{(k)} \tag{4.2}$$

καὶ $0 \leq c_i \leq 1$, ὅπου d παριστᾶ τὴν ἐπιθυμητὴν ἀνταπόκρισιν τοῦ συστήματος καὶ $y^{(k)}$ εἶναι ἡ πραγματικὴ ἀνταπόκρισίς του. Προφανῶς d, $y^{(k)}$ δύναται νὰ εἶναι τινὲς ἐκ τῶν ἐξόδων V_j, ἢ συναρτήσεις αὐτῶν, μετροῦσαι τὴν ἀνταπόκρισιν τοῦ συστήματος. Ἐὰν ἡ σχέσις (4.2) ἰσχύη, ὁ νόμος μαθήσεως καλεῖται ὡς *νόμος Widrow-Hoff*. Νευρῶνες ὑπακούοντες τὸν νόμον αὐτὸν μαθήσεως καλοῦνται *προσαρμόσιμοι γραμμικοὶ νευρῶνες* ἢ *adalines*, ἡ δὲ πολὺ-νευρωνικὴ δομὴ καλεῖται *madaline*.

5. ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΑΥΤΟΠΟΙΗΣΕΩΣ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ ΩΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΜΑΘΗΣΕΩΣ ΠΛΕΓΜΑΤΩΝ

Τὸ πρόβλημα ταυτοποιήσεως τῶν παραμέτρων ἀποτελεῖ τὸ ἀντίστροφον πρόβλημα εἰς τὴν ὑπολογιστικὴν μηχανικήν. Ἡ λύσις, ἢ τμῆμα λύσεως, προδιαγράφεται καὶ ἐπιζητεῖται νὰ προσδιορισθοῦν ἐκεῖναι αἱ ἐλαστικαὶ ἢ καὶ μηχανικαὶ ἰδιότητες αἱ ὁποῖαι δίδουν λύσιν πολὺ πλησίον ἢ συμπίπτουσαν μὲ τὰ προδιαγεγραμμένα δεδομένα. Εἰς ἀμφοτέρας τὰς περιπτώσεις ἀμφιπλεύρων καὶ μονοπλεύρων προβλημάτων ἡ διαδικασία αὐτὴ εἶναι μὴ-κλασσική [30]. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν πρέπει νὰ διαμορφώσωμεν τὸ πρόβλημα ἐλαχίστης τινὸς ἀποκλίσεως ὑπακοῦον εἰς ὅλας τὰς σχέσεις τὰς χαρακτηριζούσας τὴν λύσιν ὡς δευτερευούσας συνθήκας. Οὕτω, εἰς τὴν περίπτωσιν μονοπλεύρων συνδέσμων, ὅπως πρόκειται εἰς τὰ χείλη ρωγμῶν μὲ σχετικὰς ἀποκλίσεις τῶν χειλέων των, ἢ μὲ τριβὴν προσφύσεως ἢ ὀλισθήσεως, τὸ πρόβλημα ταυτοποιήσεως ἔχει ὡς καταστατικὰς σχέσεις μεταβαλλομένας ἀνισότητας, πρόβλημα ποὺ ἀποτελεῖ πολὺ δύσκολον πρόβλημα ἐλέγχου ἐντόνως μὴ κλασσικῆς μορφῆς.

᾿Αναφέρεται ὅτι εἰς περιβάλλον πλέγματος νευρώνων τὸ πρόβλημα ταυτοποιήσεως τῶν παραμέτρων λαμβάνει ἁπλουστάτην μορφὴν καὶ δύναται νὰ ἐπιλυθῇ εὐκόλως διὰ μετασχηματισμοῦ του εἰς πρόβλημα ἐπιτηρουμένης μαθήσεως. Οἱαδήποτε δυνατὴ μεταβολὴ εἰς τὰς ἐλαστικὰς ἰδιότητας καὶ εἰς τὴν γεωμετρίαν τῆς κατασκευῆς ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα τὰς ἀντιστοίχους μεταβολὰς τοῦ μητρώου M καὶ τοῦ ἀνύσματος q εἰς τὰς σχέσεις (3.3) καὶ (3.4). Δεδομένου ὅτι τὸ μητρῶον M συνδέεται ἀμέσως πρὸς τὰ βάρη τῶν συνάψεων T_{ij}, δυνάμεθα νὰ ὑποθέσωμεν ὡς σῆμα ἐνισχύσεως, σῆμα τῆς μορφῆς :

$$r_{jj}^{(k)} = (V_j^* - V_j^{(k)})\, u_i^{(k)} \tag{5.1}$$

ὅπου $V_{ij}^{(k)}$ εἶναι ἡ ἔξοδος τοῦ j-νευρῶνος καὶ $u_i^{(k)}$ ἡ εἴσοδος τοῦ i-νευρῶνος, ἐνῶ V_j^* ἐκφράζει τὴν ἐπιθυμητὴν ἀνταπόκρισιν τοῦ j-νευρῶνος. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον εἰσάγομεν τὸν κανόνα μαθήσεως κατὰ Widrow-Hoff, τοῦ ὁποίου ἡ ἀπόδειξις συγκλίσεως δίδεται εἰς τὸ σύγγραμμα [2].

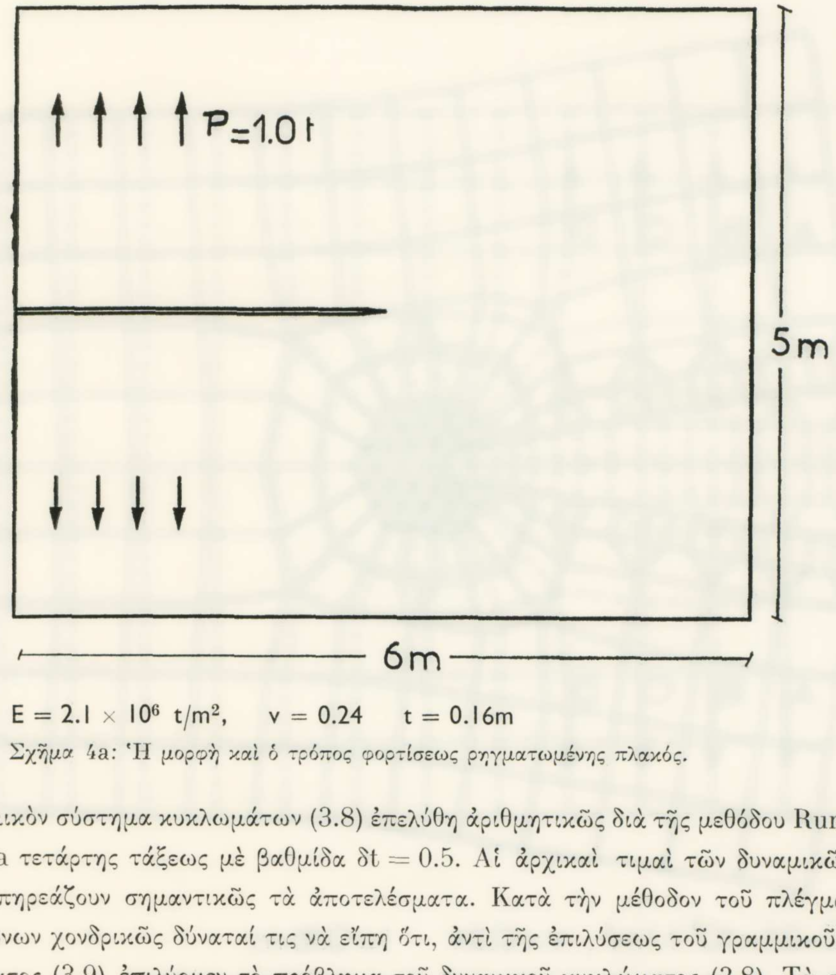
῾Η λύσις τοῦ βήματος k θεωρεῖται ὡς ἀρχικὴ τιμὴ διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ πλέγματος τοῦ (k + 1)-βήματος, τῇ βοηθείᾳ τῆς διαφορικῆς ἐξισώσεως (3.8). ῾Η διαδικασία αὐτὴ τροποποιήσεως τῶν βαρῶν τῶν συνάψεων συνεχίζεται μέχρις ὅτου ἡ ἐπιθυμητὴ κατάστασις $\{V_1^*\}(j = 1, 2, \ldots, n)$ εἰς τὴν σχέσιν (3.8) ἐπιτυγχάνεται.

6. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

῾Ως ἔχομεν ἤδη τονίσει, οἱ νευρωνικοὶ ὑπολογιστῆρες εὑρίσκονται σήμερον εἰς πειραματικὸν στάδιον τῆς ἐξελίξεώς των. ῾Επομένως τὸ πλέγμα νευρώνων τὸ ὁποῖον ἐχρησιμοποιήσαμεν ἀπεικονίσθη εἰς κλασσικὸν ὑπολογιστῆρα HP 9000/720. ᾿Εθεωρήσαμεν τὰ κατωτέρω προβλήματα:

1) Ρωγμὴν ὑπὸ κλασσικὰς συνθήκας διαχωρισμοῦ τῶν χειλέων της.

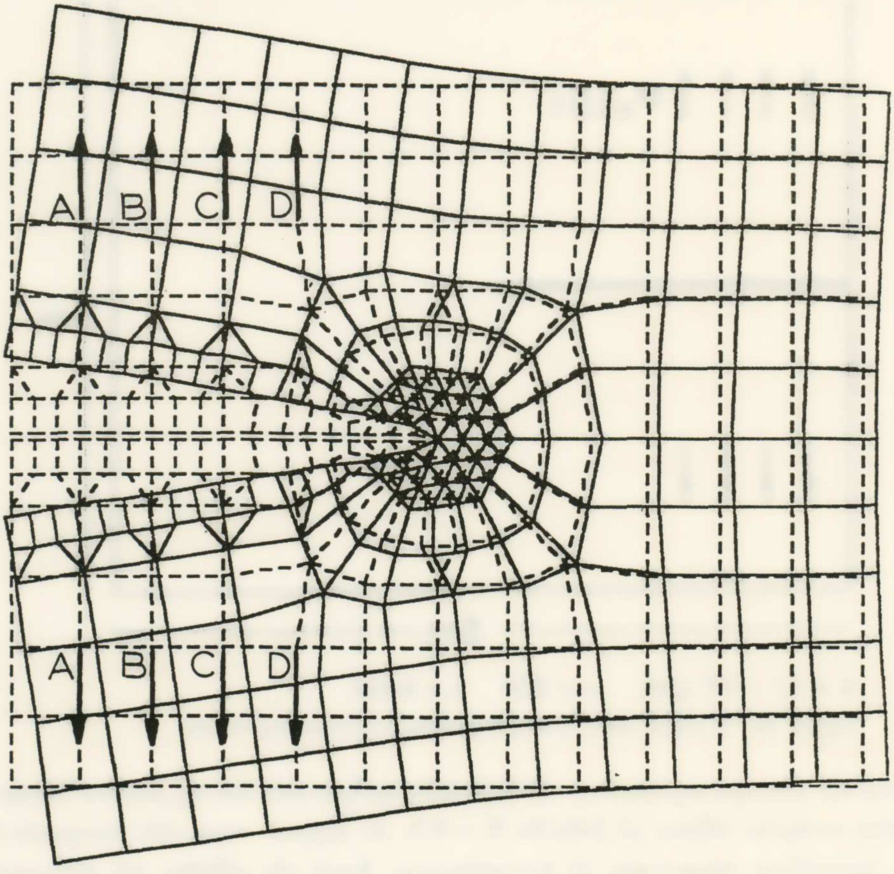
Τὰ πρῶτα ἀριθμητικὰ ἀποτελέσματα ἀφοροῦν τὸν ὑπολογισμὸν πλακὸς φερούσης ἀκραίαν ἐγκαρσίαν ρωγμὴν ὡρισμένου μήκους ὑποβαλλομένην εἰς ἐφελκυστικὴν τάσιν, ὁμοιομόρφως κατανεμημένην κατὰ μῆκος τῶν χειλέων τῆς ρωγμῆς ὡς αὔτη ἐμφανίζεται εἰς τὸ σχῆμα 4α. ῾Η πλάξ εἶναι ὀρθογωνικὴ διαστάσεων 6m X 5m καὶ πάχους $t = 0.16$ m. ἐνῶ ἡ ρωγμὴ ἔχει ἀρχικὸν μῆκος $\alpha = 3$ m. ῾Η φόρτισις θεωρεῖται ἐπιβαλλομένη ἐπὶ τῶν κόμβων A, B, C, D ὡς αὔτη ἐμφαίνεται εἰς τὸ σχῆμα. Τὸ πρόβλημα εἶναι πρόβλημα ἐπιπέδου ἐντάσεως. ᾿Ισοπαραμετρικὰ τετράπλευρα στοιχεῖα καὶ τριγωνικὰ στοιχεῖα σταθερῶν τάσεων ἐχρησιμοποιήθησαν κατὰ τοὺς ὑπολογισμοὺς τῶν πεπερασμένων στοιχείων διὰ τὴν διακριτοποίησιν τῆς κατασκευῆς. Αἱ μηχανικαὶ σταθεραὶ τῆς πλακὸς ἐλήφθησαν ὡς: $E = 2.1 \times 10^6$ t/m², $\nu = 0.24$, $t = 0.16$ m, $P = 1.0$ t. Ἐφηρμόσαμεν τὴν μέθοδον τοῦ πλέγματος νευρώνων ποὺ ἀνεπτύχθη προηγουμένως. Κατὰ τὴν μέθοδον τῶν νευρωνικῶν πλεγμάτων ἀπαιτεῖται ἡ χρησιμοποίησις τῶν σχέσεων (3.9) διὰ τὴν λύσιν τῶν ἀντιστοίχων συστημάτων. Ἀντ' αὐτοῦ τὸ



Σχῆμα 4a: Ἡ μορφὴ καὶ ὁ τρόπος φορτίσεως ρηγματωμένης πλακός.

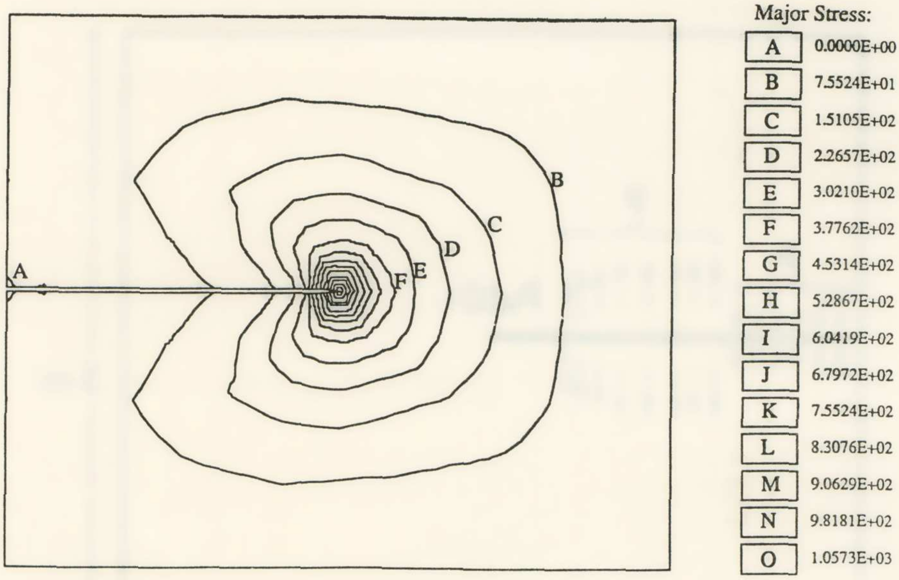
δυναμικὸν σύστημα κυκλωμάτων (3.8) ἐπελύθη ἀριθμητικῶς διὰ τῆς μεθόδου Runge-Kutta τετάρτης τάξεως μὲ βαθμίδα $\delta t = 0.5$. Αἱ ἀρχικαὶ τιμαὶ τῶν δυναμικῶν U δὲν ἐπηρεάζουν σημαντικῶς τὰ ἀποτελέσματα. Κατὰ τὴν μέθοδον τοῦ πλέγματος νευρώνων χονδρικῶς δύναταί τις νὰ εἴπῃ ὅτι, ἀντὶ τῆς ἐπιλύσεως τοῦ γραμμικοῦ συστήματος (3.9), ἐπιλύομεν τὸ πρόβλημα τοῦ δυναμικοῦ κυκλώματος (3.8). Τὰ στοιχεῖα $T_{ij} = 1,2, \ldots, n$ καὶ I_i δίδονται ἀπὸ τὰς σχέσεις (3.5) καὶ (3.6) ὅπου μ_{ij} καὶ q_{ij} δίδονται ἀπὸ τὴν κλασσικὴν μέθοδον πεπερασμένων στοιχείων (ΠΣ). Εἶναι περίπου βέβαιον ὅτι τὸ ἀνοικτὸν μέχρι σήμερον πρόβλημα διαμορφώσεως πλεγμάτων νευρώνων, τὸ ὁποῖον θὰ δύναται νὰ κατασκευάζῃ τὸ μητρῷον M ἀπὸ δοθὲν φορτίον, γεωμετρίαν καὶ ἐλαστικὰς ἰδιότητας τῆς κατασκευῆς, θὰ εὕρῃ πλήρη λύσιν εἰς τὸ μέλλον.

Εἰς τὸ παρὸν παράδειγμα ἐφηρμόσαμεν τὴν μέθοδον μετατοπίσεων μετὰ ἀπὸ κατάλληλον τεχνικὴν συμπυκνώσεως. Ἡ ἰδιομορφία εἰς τὴν αἰχμὴν τῆς ρωγμῆς λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν τῇ βοηθείᾳ εἰδικῶν στοιχείων δι' ἰδιομορφίας [31]. Τὸ σύστημα ἐπελύθη διὰ τῆς μεθόδου Gauss-Jordan καὶ ἐλάβομεν τὰ πεδία τῶν μετατοπίσεων καὶ τάσεων, τὰ παρουσιαζόμενα εἰς τὰ σχήματα 4b, c διὰ τὸ ἐλάχιστον τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας ἴσον



Σχῆμα 4b: Τὸ πεδίον παραμορφώσεως εἰς τὸ τελικὸν στάδιον φορτίσεως.

μὲ —13.3437. Ἡ μέθοδος τοῦ πλέγματος νευρώνων ἀκόμη καὶ διὰ ἀρχικὴν τιμὴν πολὺ πλησίον τῆς λύσεως συγκλίνει ἀρκετὰ βραδέως εἰς τὸ παράδειγμα. Μετὰ 5,500 βαθμίδας λαμβάνομεν ἐλαχίστην τιμὴν ἴσην μὲ —13.3436 καὶ τὰς τιμὰς τῶν ἀγνώστων τὰς προηγουμένως ἀναφερθείσας μὲ ἀσημάντους διαφοράς. Ἀξίζει νὰ σημειωθῇ ὅτι τὴν αὐτὴν ἐλαχίστην τιμὴν ἐλάβομεν κατὰ πρῶτον εἰς τὴν περιοχὴν μεταξὺ τῆς βαθμίδος 2,300 καὶ τῆς βαθμίδος 3,000, καὶ ὅτι μετὰ τὴν τελευταίαν βαθμίδα ἡ ἐλαχίστη τιμὴ παραμένει ἀμετάβλητος καὶ μόνον αἱ τιμαὶ τῶν ἀγνώστων βελτιώνονται ἐλαφρῶς.



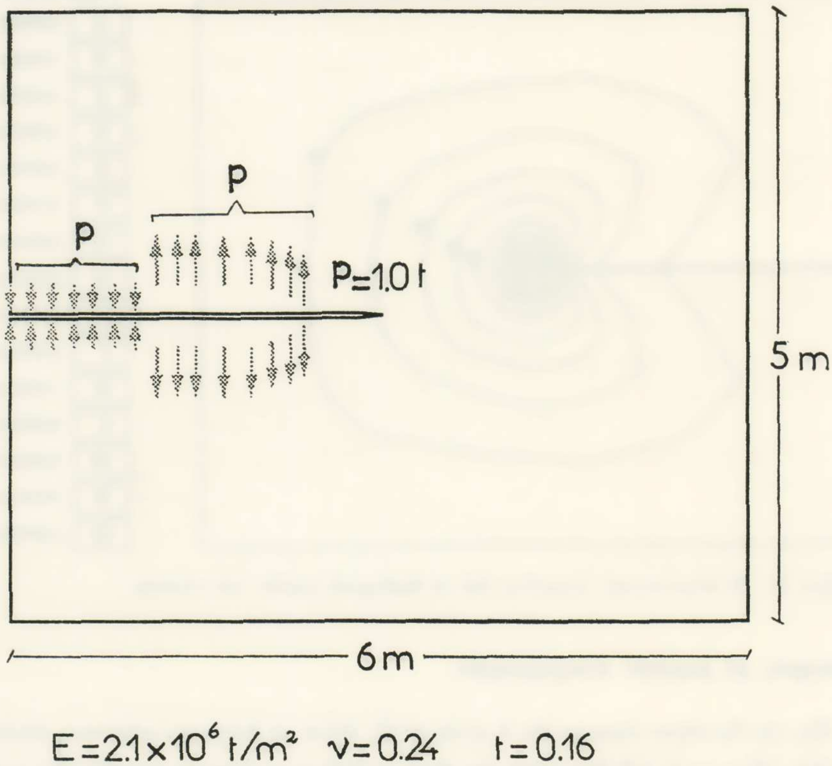
Σχῆμα 4c. Αἱ ἰσοεντατικαὶ καμπύλαι διὰ τὰ διαδοχικὰ φορτία τοῦ πίνακος.

2) Ρωγμὰς μὲ μερικὸν ἀποχωρισμόν.

Εἰς τὴν δευτέραν ἐφαρμογὴν ἡ αὐτὴ πλάξ, ἀλλὰ μὲ διάφορον φόρτισιν, ἐπιλύεται (Σχ. 5a). Ἡ ρωγμὴ AB θεωρεῖται ὅτι ἔχει μονόπλευρον ἐπαφὴν μεταξὺ τῶν χειλέων της. Μετὰ ἀπὸ διαρρύθμισιν καὶ ἀπαλοιφὴν ὅλων τῶν ἀμφιπλεύρων βαθμῶν ἐλευθερίας διεμορφώσαμεν πρόβλημα περιοριζομένου ἐλαχίστου δι' ἀνισοτήτων, διὰ τῆς συμπληρωματικῆς ἐνεργείας ὡς πρὸς τὰς καθέτους δυνάμεις εἰς 18 ζεύγη κόμβων ἐπαφῆς κατὰ τὴν διαχωριστικὴν ἐπιφάνειαν τῆς ρωγμῆς [8, 9].

Τὸ ἀνηγμένον πρόβλημα μεγιστοποιήσεως τῆς σχέσεως (3.3) ἐπελύθη διὰ τοῦ ἀλγορίθμου βελτιστοποιήσεων τοῦ Hildreth καὶ d'Esopo καὶ διὰ τῆς μεθόδου τοῦ πλέγματος νευρώνων τοῦ περιγραφέντος εἰς τὴν προηγουμένην παράγραφον.

Ἡ μέθοδος Runge-Kutta τετάρτης τάξεως μὲ $\delta t = 0.5$ ἔδωσε διὰ διαφόρους τυχαίας ἐπιλογὰς τῶν ἀρχικῶν τιμῶν τὰ αὐτὰ ἀποτελέσματα μόνον μετὰ ἀπὸ 250 κύκλους. Τὰ ἀποτελέσματα ἦσαν τὰ αὐτὰ μὲ μικρὰς διαφορὰς μὲ τὰ ἀποτελέσματα τὰ ὁποῖα ἔδωσε ἡ κλασσικὴ μέθοδος τετραγωνικῆς βελτιστοποιήσεως Hildreth καὶ d'Esopo [29]. Ἀξίζει νὰ ἀναφερθῇ ὅτι διὰ τὸ παρὸν πρόβλημα, τὸ ὁποῖον εἶναι πολὺ περισσότερον πεπλεγμένον ἀπὸ τὸ προηγούμενον κατὰ τὴν κλασσικὴν ἔννοιαν, λόγῳ τῆς ἐμφανίσεως βοηθητικῶν συνθηκῶν ἀνισοτήτων, ἡ μέθοδος πλέγματος νευρώνων εἶναι πολὺ ἀνθεκτικὴ καὶ παρουσιάζει ἐξαιρετικὴν σύγκλισιν (Σχ. 5b,c). Τὰ περισσότε-



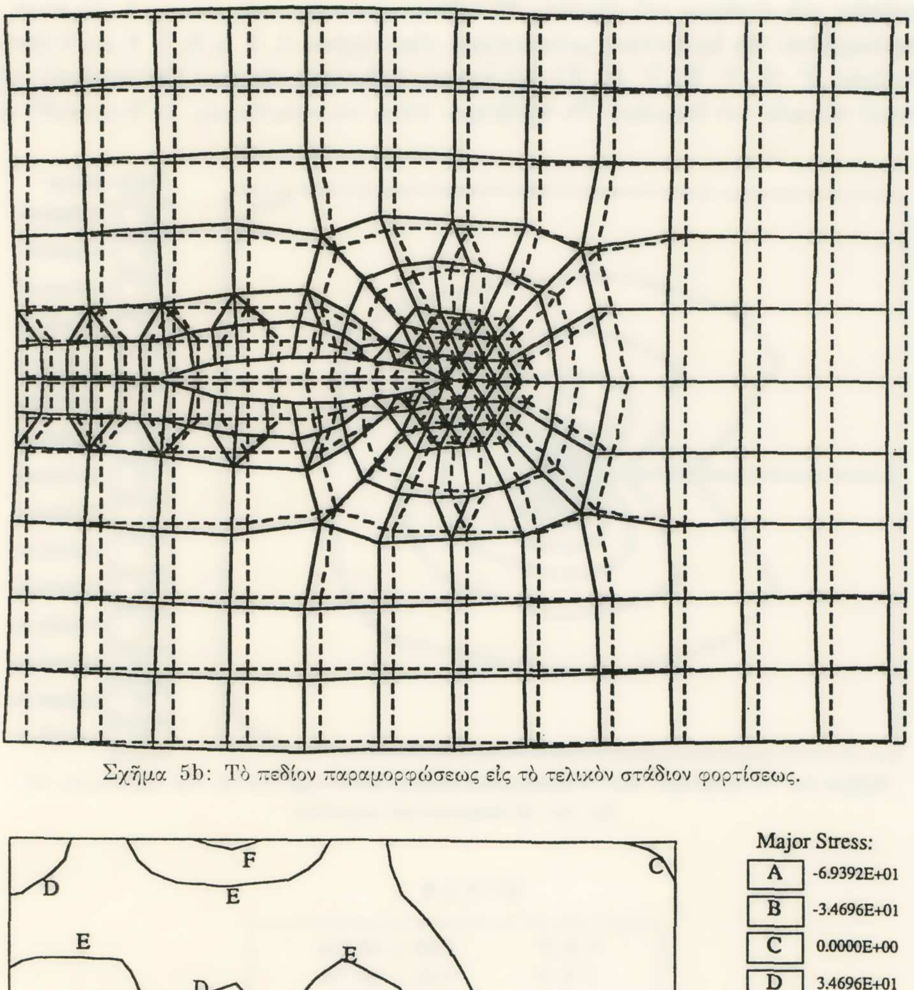
Σχῆμα 5a: Σχηματικὴ ἀπεικόνισις τῆς ρωγμῆς μὲ μονοπλεύρους συνθήκας.

ρα ἐκ τῶν ἀριθμητικῶν πειραμάτων ἀπέδειξαν ὅτι αἱ βοηθητικαὶ συνθῆκαι ἀνισοτήτων καθιστοῦν τὴν ἀριθμητικὴν λύσιν τοῦ προβλήματος διὰ τῆς μεθόδου τοῦ πλέγματος νευρώνων πολὺ εὔκολον. Φαίνεται ὅτι οἱ νόμοι τῶν νευρώνων οἱ περιλαμβάνοντες ἀνισότητας, ὅπως ὁ νευρὼν (3.10), ἐλαττώνουν σημαντικῶς τὴν ἔρευναν διὰ τὸ ἐλάχιστον.

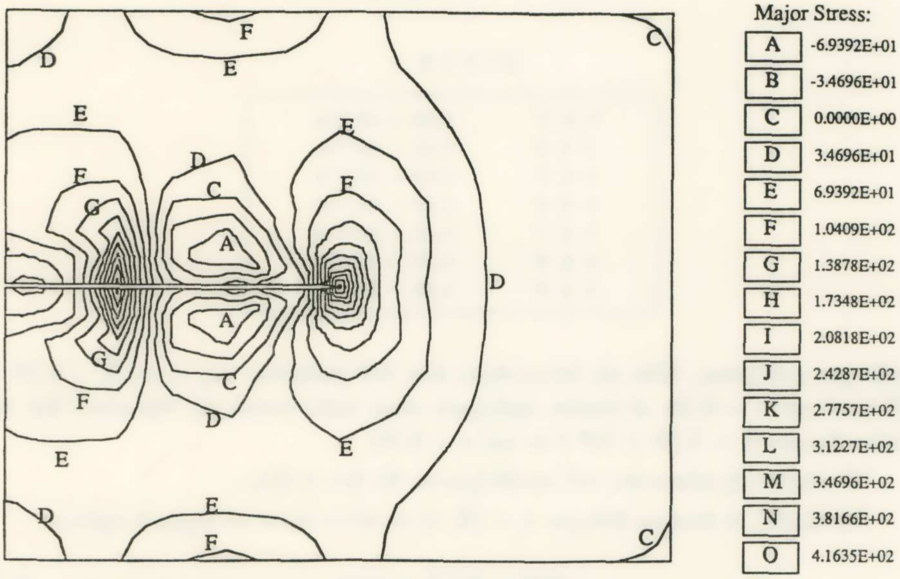
3) Τὸ πρόβλημα ταυτοποιήσεως τῶν παραμέτρων τοῦ ρηγματωμένου σώματος.

Διὰ τὸ ἀμφίπλευρον πρόβλημα ρωγμῆς τοῦ Σχ. 6 a, b, τὸ ἀκόλουθον πρόβλημα ταυτοποιήσεως τῶν παραμέτρων δύναται νὰ ἐπιλυθῇ.

Τὸ πρόβλημα τοῦτο ἔχει ὡς ἀκολούθως: Διὰ ποίας τιμὰς τῶν E καὶ ν, αἱ μετα-

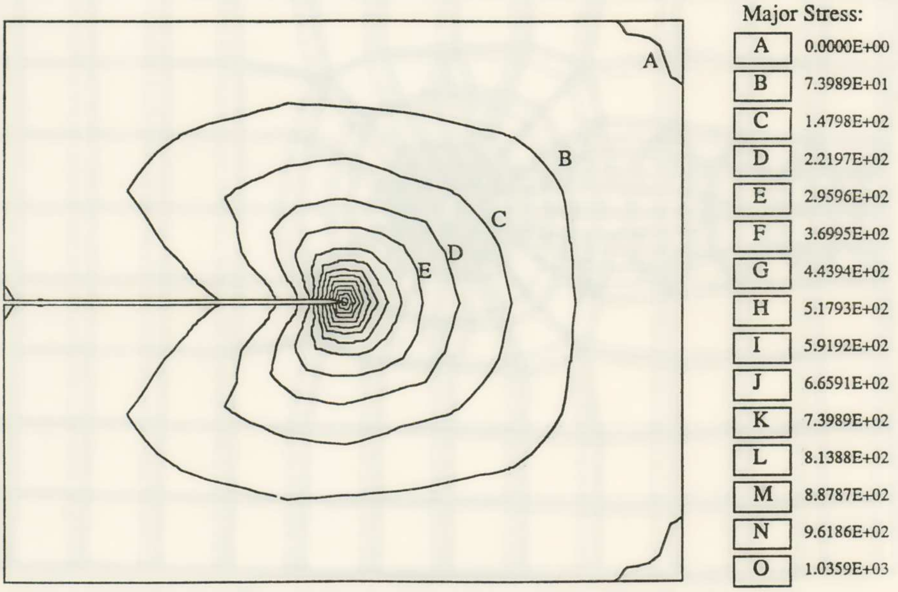


Σχῆμα 5b: Τὸ πεδίον παραμορφώσεως εἰς τὸ τελικὸν στάδιον φορτίσεως.



Σχῆμα 5c: Αἱ ἰσοεντατικαὶ καμπύλαι διὰ τὰ διαδοχικὰ φορτία τοῦ Πίν. 1

τοπίσεις τῶν συνόρων τοῦ σώματος θὰ λάβουν τὰς τιμὰς τοῦ πίνακος 1. Ὁ πίναξ 1 περιλαμβάνει τὰς ὁριζοντίους μετατοπίσεις τῶν κόμβων 3, 4, 5, 6, 7, 8 καὶ 9 (ἀντιστοίχως: 3′, 4′, 5′, 6′, 7′, 8′, 9′) τοῦ ἀριστεροῦ ἡμίσεος τῆς ἄνω (ἀντιστοίχως: τῆς κάτω) πλευρᾶς τοῦ δοκιμίου. Τὸ πρόβλημα τοῦτο ταυτοποιήσεως, ἂν διατυπωθῇ ὡς



Σχῆμα 6a: Τὸ πρόβλημα ταυτοποιήσεως διὰ ρωγμὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ Σχ. 4a. Αἱ ἰσοεντατικαὶ καμπύλαι.

ΠΙΝΑΞ 1

3 ἢ 3′	$1{,}45 \times 10^{-4}$ m
4 ἢ 4′	$1{,}45 \times 10^{-4}$ m
5 ἢ 5′	$1{,}45 \times 10^{-4}$ m
6 ἢ 6′	$1{,}45 \times 10^{-4}$ m
7 ἢ 7′	$1{,}40 \times 10^{-4}$ m
8 ἢ 8′	1,30 U 10^{-4} m
9 ἢ 9′	$1{,}20 \times 10^{-4}$ m

πρόβλημα μαθήσεως, δίδει εἰς ὀλιγωτέρας ἀπὸ 100 βαθμίδας τὰς τιμὰς $E = 2.49 \times 10^6$ t/m^2 καὶ $\nu = 0.28$, αἱ ὁποῖαι πράγματι εἶναι πολὺ κοντὰ εἰς τὴν λύσιν διὰ τὴν ὁποίαν ἔχομεν $E = 2.50 \times 10^6$ t/m καὶ $\nu = 0.30$.

Ἡ κλασσικὴ μόρφωσις τοῦ προβλήματος θὰ ἦτο ἡ ἑξῆς :

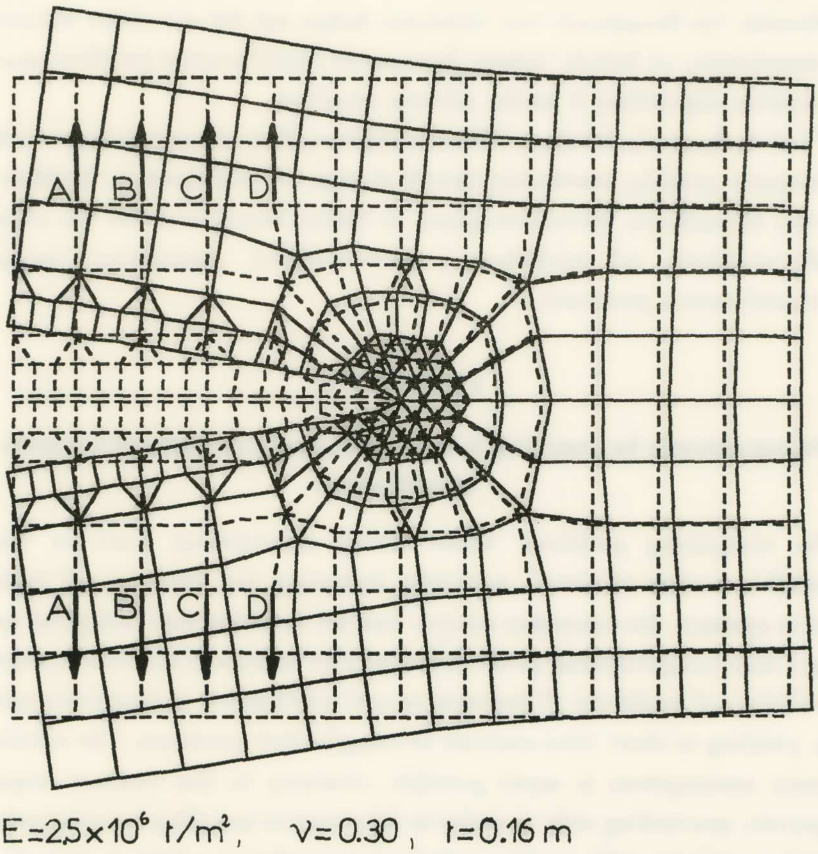
Νὰ εὑρεθῇ τὸ ἄνυσμα ἐλέγχου $z = (E, \nu)$ τοιοῦτον ὥστε νὰ ἰσχύῃ ἡ σχέσις:

$$\| u(z) - \bar{u} \|^2 \rightarrow \min \tag{5.1}$$

μὲ παραπλεύρους συνθήκας, τὰς συνθήκας ἐπιλύσεως διακριτοποιημένου προβλήματος

$$k(z)\,u(z) = p \tag{5.2}$$

Εἰς τὰς ἀνωτέρω σχέσεις, k εἶναι τὸ μητρῷον δυσκαμψίας, u ἐκφράζουν οἱ μετακινήσεις καὶ p σημαίνει τὸ ἐπιβεβλημένον φορτίον. Τὸ πρόβλημα (5.1, 2) εἶναι δύσκολον πρόβλημα δι' ἀριθμητικὴν ἐπίλυσιν. Ἐπίσης πολὺ δυσκολωτέρα γίνεται ἡ ὅλη



Σχῆμα 6b. Τὸ πρόβλημα ταυτοποιήσεως διὰ ρωγμὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ Σχ. 4a αἱ ἰσοεντατικαὶ καμπύλαι διὰ τὰ διαδοχικὰ φορτία τοῦ πίνακος μὲ $E = 2.5 \times 10^6$ kg/cm², $\nu = 0.30$, $t = 0{,}16'$ καὶ (b) τὸ πεδίον τῶν σχετικῶν μετατοπίσεων.

κατάστασις, ἂν ἡ ρωγμὴ ἀνοίγῃ ἢ ἀναπτύσσωνται τριβαὶ κατὰ μῆκος τῶν χειλέων της, ὁπότε ἀντὶ τῆς (5.2) θὰ ἔχωμεν ὡς παραπλεύρους συνθήκας ἀνισότητας. Τὸ πρόβλημα ταυτοποιήσεως τῶν παραμέτρων, ἢ ἄλλως πως ἀντίστροφον πρόβλημα τοῦ ἀρχικοῦ, παρουσιάζει σημαντικὰς δυσκολίας τόσον ἀπὸ θεωρητικῆς ἀπόψεως ὅσον καὶ ἀπὸ ἀριθμητικῆς ἐπιλύσεως. Εἰς τὸ ἄρθρον αὐτὸ παρακάμπτομεν τὰς δυσκολίας αὐτὰς μορφώνοντες τὸ πρόβλημα ὡς πρόβλημα ἐπιτηρουμένης μαθήσεως (supervised learning problem). Δύο εἶναι τὰ σημαντικὰ ἀποτελέσματα ἐκ τῆς ἐφαρμογῆς τῆς μεθόδου αὐτῆς:

i) Ἀκόμη καὶ τὰ δυσκολώτερα προβλήματα ταυτοποιήσεως τῶν παραμέτρων (parameter identification), ὅπου ἡ σχέσις (5.2) δίδει σύστημα ἀνισοτήτων κλπ., ἀνάγονται εἰς προβλήματα ἐκμαθήσεως, ὅπου ὁ ἀλγόριθμος «perceptron» ἀποδεικνύει τὴν θεωρητικήν των σύγκλισιν ἀκόμη καὶ διὰ τὰς πλέον πολυπλόκους περιπτώσεις μὲ ἁπλοῦν τρόπον (parameter identification problem $\Longleftrightarrow$ perceptron algorithm) ὁ ὁποῖος πάντοτε συγκλίνει.

ii) Ἀπὸ ἀριθμητικῆς ἀπόψεως ὁ ἴδιος ἀλγόριθμος δίδει τάχιστα ἀριθμητικὰ ἀποτελέσματα μεγάλης πιστότητος (small storage of matrices) ἐν ἀντιθέσει πρὸς τοὺς ἀλγορίθμους βελτιστοποιήσεως οἱ ὁποῖοι ἀπαιτοῦνται διὰ τὴν κλασσικὴν ἀντιμετώπισιν τοῦ προβλήματος ταυτοποιήσεως παραμέτρων (parameter identification problem).

SUMMARY

Neural networks for computing in fracture mechanics methods and prospects of applications

In computing problems where many assumptions must be satisfied in parallel, models of neural networks imitating the behavior of biological nervous systems the computer science was led to study real biological nets by the fact that computational power developed by biological nervous systems for the solution of problems of perception and intelligence is enormous and efficient, yielding in short time answers to complicated questions. The satisfaction of many assumptions is made possible, contrary to the classical sequential computers, proceeding only in series in information handling by using networks of analog neurons with nonlinear behavior, involving a high degree of interconnections with links of variable weights. In order to define a neural network we have to give its node characteristics, the learning rules, and the network topology. The learning rules improve the network performance through appropriate adaptive changes of the weights of the links.

Intense research in neuroscience and development of the theory of artificial neural networks aimed to understand how the properties of the biological neurons and their interconnections imply as a result the computational speed

and power of the biological neural networks. In order to achieve such a task it is necessary to dispose a large connectivity degree of the neurons, a massive parallelism, as well as, a nonlinear analog response of them and a high degree of training or learning capabilities. In a neural network the variability of the interconnection weights between the neurons allows the storage and the representation of memories. A neural network has the abilities of self-organizing, of generalizing, and regaining information from stored, partially incomplete, or incorrect data.

All the above are the basic factors which characterize the computational effectiveness of a neural network and which will constitute the major advantage of modern computers under development, which are based on the neural network principle. Moreover, a neural computer will be highly fault tolerant, contrary to the classical sequential computers, because of the increased numbers of locally connected processing nodes.

Thus, the whole performance of the network, as well as its learning capability is not greatly affected by some neurons or links, which may be eventually out of order. This fact makes the network quickly adaptable to a new situation, which results to a minimization of the damage influence.

The present paper tries to adapt the computational fracture analysis methods to a neural-network computing environment by using neural-network capability to solve optimization problems. We consider some problems for which this is possible. These problems try to calculate the stress and displacement fields around a given crack (or cracks), either by assuming that classical bilateral boundary conditions hold at the interface of the crack, or, on the less classical assumption, by assuming that friction and unilateral contact interface conditions hold.

The latter interface conditions introduce certain difficult non-linearities into the problem. Indeed, both the unilateral contact and the friction interface conditions, written as stress-strain relations of frictional one-dimensional elements, include vertical complete parts in their graphs, which cannot be treated properly by the incremental structural analysis methods. Therefore the problem of unilateral contact with friction is formulated as an inequality-constrained minimum problem either for the potential, or for the complementary energy [3-5].

The two regions, defined by the inequality constraints, are the contact and the detachment regions within the crack for the unilateral contact, whereas for friction, these are replaced by the sliding and the adhesive-friction regions, which are a priori unknown. The problem can be formulated as an inequality constrained problem, involving as unknowns either the stress, or the displacements, along the two sides of the crack [6-13].

All the above hold in the case of cracks of given length. They can, however' embodied into a theory of crack propagation along the lines of [14].

Knowing the relative opening and the relative sliding of a crack, we can calculate the stress intensity factors, according to refs. [15 and 16], or by the procedures developed in refs [17, 18], where more accurate formulas were established for the consideration of all singularity interactions.

As a numerical application we present in this paper a complete numerical treatment of the problem of unilateral contact and friction along the crack interface, using a neural network model, as well as the solution of a crack problem with classical interface conditions. Finally, we treat a simple parameter identification problem in crack analysis as a supervised learning problem.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. M. Caudill, C. Butler, Naturaly Intelligent Systems, (MIT Press, Cambridge, 1990).
2. R. Beale, T. Jackson, Neural Computing. An Introduction, (IOP Publ., Bristol, 1990).
3. G. Duvaut and J. L. Lions, Les inéquations en Mécanique et en Physique. (Dunod, Paris 1972).
4. P. D. Panagiotopoulos, Inequality Problems in Mechanics and Applications, Convex and Nonconvex Energy functions. (Birkhäuser Verlag, Basel, Boston 1985, Russian Translation, MIR Publ. Moscow 1989).
5. P. D. Panagiotopoulos, A Nonlinear Programming Approach to the Unilateral Contact and Friction-Boundary Value Problem in the Theory of Elasticity. Ing. Archiv 44 (1975) 421-432.
6. M. C. Dubourg and B. Villechaise, Unilateral Contact Analysis of a crack with friction, Europ. J. Mech. A/Solids 8 (1989) 309-319.
7. P. S. Theocaris, P. D. Panagiotopoulos, On the consideration of Unilateral Contact and Friction in Cracks. The Indirect Boundary Integral Equation Method Int. Journal Num. Meth. Eng. (to appear).
8. P. D. Panagiotopoulos, P. P. Lazaridis, Bundary Minimum Principles for the Unilateral Contact Problems. Int. J. Solids and Structures 23 (1987) 1465-1484.
9. P. D. Panagiotopoulos, Multivalued boundary Integral Equations for Inequality Problems. The Convex Case, Acta Mecanica 70 (1987) 145-167.

10. P. S. Theocaris, P. D. Panagiotopoulos, On Debonding and Delamination Effects in Adhesively Bonded Cracks. A Boundary Integral Approach, Ing. Archiv. 61 (1991) 578-587.
11. P. D. Panagiotopoulos, Boundary Integral Equations for Inequality Problems. The Nonconvex Case, Acta Mechanica 72 (1989) 152-168.
12. P. D. Panagiotopoulos, J. J. Moreau, G. Strang, Topics in Nonsmooth Mechanics. (Birkhäuser Verlag, Boston, 1988).
13. J. J. Moreau, P. D. Panagiotopoulos, Nonsmooth Mechanics and Applica tions. (Springer Verlag, CISM Vol. 302 N. Υork, Wien 1988).
14. P. S. Theocaris, P. D. Panagiotopoulos, On the T-and the S-criteria in fracture Mechanics: new formulations and variational principles, Acta Mechanica 87 (1991) 135-152.
15. G. E. Blandford, A. R. Ingraffea, J. A. Liggett, Two dimensional stress intensity factor computations using the boundary element method, Int. J. Num. Methods in Eng. 67 (1981) 387-404.
16. W. L. Zang, P. Gudmundson, Frictional Contact Problems of Kinked Cracks Modelled by a Boundary Integral Method, Int. Num. Meth. Eng. 31 (1991) 427-446.
17. P. S. Theocaris, G. N. Makrakis, The kinked crach solved by Mellin transform, J. of Elasticity 16 (1986) 393-411.
18. P. S. Theocaris, G. N. Makrakis, Crack kinking in anti-plane shear solved by the Mellin transform, Int. J. of Fracture 34 (1987) 251-262.
19. W. McCulloch, W. Pitts, A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity, Bull. of Math. Biophysics 5 (1943) 115-133.
20. B. Widrow, M. Hoff, Adaptive switching circuits, 1960 IRE WESCON Convention Record, New Υork IRE pp. 96-104.
21. J. J. Hopfield, Neural networks and physical Systems with emergent collective computational abilities, Proc. of the Nat. Acad. of Sciences 79 (1912) 2554-2558.
22. J. J. Hopfield, D. W. Tank, «Neural» Computation of Decisions in Optimization Problems, Biol. Cybern. 52 (1985) 141-152.
23. R. Lippmann, An Introduction to Computing with Neural Nets, IEEE ASSP Magazine April (1987) 4-22.
24. Shun-ichi Amari, Dynamic Stability of Formation of Cortical Maps in Dynamic Interactions in Neural Networks and Data (ed. by M. Arbib and S. Amari) Res. Notes in Neural Comp. Vol. 1, (Springer Verlag, Berlin, N. York 1989).
25. J. Anderson, E. Rosenfeld, Neurocomputing. Foundations of Research. (The MIT Press, Cambridge MASS, 1988).
26. R. Durbin, C. Miall, G. Mitchison, The Computing Neuron, (Addison Wesley, N. York 1989).
27. B. Soucek, Neural and Concurrent Real Time Systems, (J. Wiley, N. Υork 1989).
28. E. N. Houstis, S. K. Kortesis, H. Byun, A Workload Partitioning Strategy for PDES by a Generalized Neural Nerwork, Computer science Department, Purdue University, West Lafayette, IN. 47907, CSD-TR 934.

29. H. Künzi, W. Krelle, Nichtlineare Programmierung. Springer-Verlag Berlin 1962 (see pages 73-79).

30. P. D. Panagiotopoulos, Optimal Control of Structures with convex and non-convex energy densities and variational and hemivariational inequalities, Eng. Structures 6(1984) 12-18.

31. D. R. J. Owen and A. J. Fawkes, «Engineering Fracture Mechanics : Numerical Methods and Applications», Pivreridge Press Ltd, Swansea, U. K. (1982).