ρηθείσης πηγῆς διαταράξεως τῆς σεισμικῆς εἰκόνος, θὰ ἠδύνατο νὰ παραπλανηθῇ ἀπὸ τὰ ἐν τῇ πόλει τῆς Λαρίσης παρατηρηθέντα ἀληθῶς σοβαρὰ σεισμικὰ ἀποτελέσματα εἰς τοιοῦτον βαθμόν, ὥστε νὰ δεχθῇ ὅτι ὑπ' αὐτὴν ταύτην τὴν πόλιν τῆς Λαρίσης ὑφίσταται σεισμικὴ ἑστία δευτέρας τάξεως. Τὸ ἐξαιρετικῶς δυσμενὲς ὑπόβαθρον θεμελιώσεως τῶν οἰκιῶν τῆς πόλεως τῆς Λαρίσης δικαιολογεῖ πλήρως τὴν ἐμφάνισιν ἐν αὐτῇ οἱονεὶ σεισμικοῦ πυρῆνος ηὐξημένης ἐνεργείας καὶ ἐπαρκεῖ νὰ ἐξηγήσῃ ἀβιάστως τὰ ἐν αὐτῇ παρατηρηθέντα σοβαρώτερα, ἐν σχέσει πρὸς τοὺς ἄλλους τόπους, ἀποτελέσματα τοῦ σεισμοῦ. Ἀντιθέτως ἡ ἀποδοχὴ τῆς σεισμικῆς ἑστίας ὑπὸ τὴν πόλιν τῆς Λαρίσης δὲν δικαιολογεῖται ὑπ' οὐδεμιᾶς ἐκ τῶν γεωλογικῶς διαπιστουμένων μεταπτώσεων, ἀφίνει δὲ ἀνεξήγητον τὴν ἔλλειψιν σημαντικῶν ἀναλόγως βλαβῶν εἰς τὰ ἀμέσως γειτονικὰ τῆς Λαρίσης χωρία.

ZUSAMMENFASSUNG

In dieser vorläufigen Mitteilung wird eine summarische Darstellung der wichtigeren Ergebnisse einer späterhin zu erscheinenden Behandlung über die zwei schadenbringenden Beben von Larisa aus den Jahren 1892 und 1941 zusammengestellt.

ΜΑΘΗΜ. ΦΥΣΙΚΗ.— La théorie de la gravitation dans la relavité restreinte*, Note de *A. Papapetrou*, presentée par *C. Maltézos*.

§ 1. En physique atomique les actions de gravitation sont en général considérées comme négligeables : La force de gravitation entre deux électrons est approximativement 10^{43} fois plus petite que la force électrostatique, sans qu'il existe de différences notables pour les autres corpuscules élémentaires. Or cette conclusion est basée sur l'hypothèse, que ces corpuscules présentent une structure intérieure *mono - polaire*, alors que l'existance du spin ne peut être expliquée que par une structure *mono - bipolaire ;* cela a déjà été démontré en détail pour le cas de l'électron[1]. Mais pour les corpuscules de structure mono - bipolaire la force gravifique ne peut être calculée immédiatement par la loi de Newton, et, comme il a été montré par une première discussion[2], il est possible que sa valeur ne soit plus négligeable par rapport à la force électrostatique. Par conséquent les forces gravifiques peuvent bien jouer dans la physique atomique et nucléaire un rôle important ; en tout cas une discussion nouvelle se trouve nécessaire.

---

* *Ἀχ. Παπαπέτρου, Ἡ θεωρία τῆς βαρύτητος ἐν τῇ εἰδικῇ σχετικότητι.*

1 H. Hönl et A. Papapetrou, ZS. f. Phys. 112 (1939), 512. 114 (1939), 478. 116 (1940), 153

2 A. Papapetrou, ZS. f. Phys. 116 (1940), 298.

Cette discussion ne paraît pas pouvoir être entreprise à l'aide de la théorie de la gravitation d' Einstein, non seulement à cause des difficultés mathématiques qu'elle comporte, mais surtout parcequ' il existe des difficultés fondamentales pour pouvoir formuler les lois de conservation dans cette théorie. D'abord la loi de conservation de l' impulsion - énergie ne peut être formulée que sous une restriction qui n'est pas conforme aux axiomes généraux de cette théorie : Pour pouvoir formuler cette loi il est nécessaire de supposer qu' à grande distance du systéme matériel consideré, l'espace est euclidien. Une difficulté éncore plus marquée se présente en ce qui concerne les lois de la conservation du moment cinétique et du mouvement du centre de gravité : On peut considérer comme presque sûr que ces lois ne peuvent pas être formulées dans la théorie de la relativité généralisée [3]. Nous concluons en conséquense, étant donné l'importance fondamentale des lois de conservation pour la physique atomique, que la théorie de la relativité généralisée — indépendamment de son importance générale et du développement qu'elle pourrait prendre à l'avenir ne constitue pas le cadre approprié pour la discussion du problème posé ci-dessus.

En relativité restreinte au contraire, toutes les lois de conservation sont valables [4]. Par conséquent la recherche des possibilités de formuler une théorie de la gravitation dans le cadre de la relativité restreinte présente un intérêt notable. Une pareille théorie, formulée presqu' en même temps que la relativité généralisée, a été proposée par Nordström [5]. Cette théorie est particulièrement simple, parcequ' elle utilise un potentiel scalaire. Dans la présente publication nous donnons une théorie plus générale, où le potentiel est un tenseur symétrique du second ordre, comme dans la théorie d'Einstein. Il sera montré par la suite que cette théorie comprend comme cas particulier la théorie de Nordström.

§ 2. Nous allons représenter par T_{ik} le tenseur "matériel" de tensions - impulsion - énergie, et par S_{ik} le tenseur correspondant du champ gravifique. Le tenseur total

$$\Sigma_{ik} = T_{ik} + S_{ik} \tag{1}$$

vérifie l'équation fondamentale de la relativité restreinte :

$$\frac{\partial \Sigma_i^k}{\partial x^k} = 0\,. \tag{2}$$

Nous posons que le tenseur Σ_{ik}, ainsi que T_{ik} et S_{ik} sont des tenseurs *symétriques*, et que d'autre part le champ gravifique est déterminé par le

[3] A. Papapetrou, Practika de l'Académie d'Athènes 18 (1943).

[4] A. Papapetrou, Practika de l'Académie d'Athènes 14 (1939), 540.

[5] Résumé dans M. v. Laue, Jahrb. d. Rad. u. Electronik 14 (1917), 263.

potentiel tensoriel f_{ik}, où f_{ik} est un tenseur *symétrique* du seconde ordre.

Pour simplifier notre problème nous allons introduire les hypothèses supplémentaires suivantes :

a) Les f_{ik} sont liés aux T_{ik} par des *équations de champ* de la forme des équations de la propagation des ondes :

$$\Box f_{ik} = -\lambda T_{ik}, \tag{3}$$

où λ est une constante.

b) Les S_{ik} sont des polynomes homogènes du second degré par rapport aux composantes de *l'intensité* du champ gravifique, déterminée à son tour par la relation

$$F_{ikl} = \frac{\partial f_{kl}}{\partial x^i}. \tag{4}$$

S' il est tenu compte de la symétrie de S_{ik}, on a

$$\lambda S_{ik} = F_{i\alpha\beta} F_{k\alpha'\beta'} \alpha^{\alpha\beta\alpha'\beta'} + (F_{i\alpha\beta} F_{\alpha' k\beta'} + F_{\alpha' i\beta'} F_{k\alpha\beta}) b^{\alpha\beta\alpha'\beta'}$$
$$+ F_{\alpha i\beta} F_{\alpha' k\beta'} c^{\alpha\beta\alpha'\beta'} + (F_{ik\alpha} + F_{ki\alpha}) F_{\beta\alpha'\beta'} d^{\alpha\beta\alpha'\beta'} - \delta_{ik} L,$$

où les tenseurs $\alpha^{\alpha\beta\alpha'\beta'}$, $b^{\alpha\beta\alpha'\beta'}$ etc. se déduisent du tenseur δ_{ik} et de coefficients numériques ; par exemple

$$\alpha^{\alpha\beta\alpha'\beta'} = A\delta^{\alpha\alpha'} \delta^{\beta\beta'} + B\delta^{\alpha\beta} \delta^{\alpha'\beta'}, \tag{5}$$

et L une grandeur scalaire homogène du second degré par rapport aux composantes F_{ikl}.

γ) La densité du quadrivecteur force $\frac{\partial T_i^k}{\partial x^k}$ est une fonction bilinéaire de T_{ik} et F_{ikl}

$$-\frac{\partial T_i^k}{\partial x^k} = \frac{\partial S_i^k}{\partial x^k} = F_{i\alpha\beta} T_{\alpha'\beta'} e^{\alpha\beta\alpha'\beta'} = -\frac{1}{\lambda} F_{i\alpha\beta} \Box f_{\alpha'\beta'} e^{\alpha\beta\alpha'\beta'}.$$

Cette dernière condition conduit aux relations

$$b^{\alpha\beta\alpha'\beta'} = c^{\alpha\beta\alpha'\beta'} = d^{\alpha\beta\alpha'\beta'} = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial F_{k\alpha\beta}} = F^k{}_{\alpha'\beta'} \alpha^{\alpha\beta\alpha'\beta'}. \tag{6}$$

C' est à dire, en tenant compte des relations (5)

$$\frac{\partial L}{\partial F_{k\alpha\beta}} = AF^{k\alpha\beta} + BF^k \delta^{\alpha\beta}, \tag{6α}$$

où l'on a posé

$$f_\alpha^\alpha = f, \quad F^k = \frac{\partial f}{\partial x^k}. \tag{7}$$

On en déduit

$$\lambda S_i^k = F_{i\alpha\beta} \frac{\partial L}{\partial F_{k\alpha\beta}} - \delta_i^k L \cdot \tag{8α}$$

La forme exacte de L résulte de la relation (6α)

$$2L = \frac{\partial L}{\partial F_{k\alpha\beta}} F_{k\alpha\beta} = AF_{\gamma\alpha\beta} F^{\gamma\alpha\beta} + BF_\gamma F^\gamma \cdot \tag{6β}$$

Donc finalement

$$\lambda S_i^k = A\left(F_{i\alpha\beta} F^{k\alpha\beta} - \frac{1}{2} \delta_i^k F_{\gamma\alpha\beta} F^{\gamma\alpha\beta} \right) + B\left(F_i F^k - \frac{1}{2} \delta_i^k F_\gamma F^\gamma \right) \tag{8}$$

Avec cette valeur de S_i^k nous trouvons les relations suivantes

$$\frac{\partial T_i^k}{\partial x^k} = (AF_{i\alpha\beta} + BF_i \delta_{\alpha\beta}) T^{\alpha\beta} \cdot \tag{9}$$

Les équations de champ (3), avec les *équations de mouvement* (9) et les relations (8), constituent les équations fondamentales de la théorie tensorielle de la gravitation.

§ 3. Nous allons chercher une solution statique, à symétrie, sphérique, des équations précédentes, en admettant que T_{ik} est de la forme

$$T_{11} = T_{22} = T_{33} = -p , \; T_{44} = \mu c^2 , \; T_{ik} = 0 \text{ pour } i \neq k \; ; \tag{10}$$

p et μ sont des fonctions ne dépendant que de la distance $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ du point considéré au centre de symétrie O.

Comme coordonées x_i nous avons choisi

$$x_1 = ix, \; x_2 = iy, \; x_3 = iz, \; x_4 = ct.$$

Ainsi pour un champ statique nous avons $\square = -\Delta$, et les équations du champ (3) peuvent être mises sous la forme

$$\left.\begin{aligned} \Delta f_{11} &= \frac{1}{r^2}\left(r^2 f'_{11}\right)' = -\lambda p \; , \\ \Delta f_{44} &= \frac{1}{r^2}\left(r^2 f'_{44}\right)' = -\lambda \mu c^2. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

(L'accent signifie dérivation par rapport à r). Des équations de mouvement ne subsiste qu'une composante d'espace

$$p' - A(3pf'_{11} - \mu c^2 f'_{44}) - B(3p - \mu c^2)(3f'_{11} + f'_{44}) = 0. \tag{12}$$

Nous calculons également la valeur de S_4^4 à l'aide de la relation (8):

$$2\lambda s_4^4 = (A+B) \left(f'_{44} + \frac{3B}{A+B} f'_{11} \right)^2 + \frac{3A(A+4B)}{A+B} f'^2_{11}. \tag{13}$$

En tenant compte de (11) et (12), nous trouvons la relation

$$(r^4 s_4^4)' = -r^4 p' \qquad (13^\alpha)$$

La détermination complète des grandeurs p et μ n'est pas possible, car nous n'avons pour cela que l'équation (12). On pourra donc choisir arbitrairement l'une de ces grandeurs[6] et supposer par exemple

$$p = p_0 \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right) \text{ pour } r \leqslant r_0, \; p = 0 \text{ pour } r > r_0. \qquad (14)$$

Il résulte alors de la première des équations (11) et en tenant compte que pour $r = 0$ on a $f'_{11} = 0$:

$$f'_{11} = -\lambda p_0 r \left(\frac{1}{3} - \frac{r^2}{5 r_0^2}\right) \text{ pour } r \leqslant r_0. \qquad (15)$$

De même l'équation (13α) nous donne, en tenant compte que pour $r = 0$ on a $f'_{44} = 0$, et par conséquent $S_4^4 = 0$

$$S_4^4 = \frac{p_0 r^2}{3 r_0^2} \text{ pour } r \leqslant r_0. \qquad (16)$$

Avec les expressions (15) et (16) la relation (13) permet de déterminer f'_{44}, et l'utiliser pour trouver μ à l'aide de la seconde des équations (11).

L'énergie totale a pour valeur

$$E_0 = \int \left(T_4^4 + S_4^4\right) dv$$

Si donc nous écrivons:

$$\int T_{44}\, dv = c^2 \int \mu\, dv = c^2 m', \; \int S_4^4\, dv = c^2 m'', \qquad (17)$$

nous avons

$$E_0 = (m' + m'')\, c^2. \qquad (18)$$

La relation entre m' et T_{ik} résulte de (13a). On a

$$r^3 \left(S_4^4\right)' + 4 r^2 S_4^4 = -r^3 p',$$

et en intégrant par parties

---

6 Dans le cas général il y a 10 grandeurs T_{ik} différentes et 4 équations (9). Par conséquent 6 des grandeurs $T_{\alpha\beta}$ peuvent être choisies arbitrairement. Les relations (3), ou les équations (11) dans le cas du champ statique consideré, constituent les relations de définition des potentiels f_{ik} et ne conduisent pas à des équations nouvelles pour T_{ik}.

$$\int S_4^4\, dv = 3 \int p dv. \tag{19}$$

Donc

$$\int p dv = \frac{m''}{3} c^2. \tag{19a}$$

Les potentiels gravifiques du corps deviennent alors pour $r > r_0$

$$f_{11} = f_{22} = f_{33} = \frac{\lambda}{4\pi} \frac{m''c^2}{3r}, \quad f_{44} = -\frac{\lambda}{4\pi} \frac{m'c^2}{r}, \quad f_{ik} = 0 \text{ pour } i \neq k \tag{20}$$

§ 4. Revenons à la forme spéciale (14) et déterminons la relation entre μ et p, ou m' et m'', pour les cas limites suivants

α) Soit $\lambda p_0 r_0^2 \ll 1$. Alors dans l'équation (13) les termes contenant f'_{11} sont négligeables. On trouve finalement

$$f'_{44} \approx \sqrt{\frac{2\lambda p_0}{3(A+B)}} \cdot \frac{r}{r_0},$$

et par conséquent

$$\lambda \mu c^2 = \frac{1}{r^2}\left(r^2 f'_{44}\right)' \approx \frac{1}{r_0}\sqrt{\frac{6\lambda p_0}{A+B}} = \text{const.}$$

Donc, la densité est constante (en première approximation), et elle est liée à p_0 par la relation

$$p_0 = \frac{A+B}{6} \lambda \mu^2 c^4 r_0^2. \tag{21}$$

Cette solution a son analogue dans la théorie newtonienne de gravitation. La pression à l'intérieur d'une sphère d'un fluide incompressible, calculée à l'aide de la théorie newtonienne, a pour valeur

$$p = \frac{2\pi}{3} k \mu^2 (r_0^2 - r),$$

où μ est la densité du fluide, r_0 le rayon de la sphère et k la constanste de l'attraction uviverselle. Donc la théorie tensorielle de la gravitation coincide à la limite avec celle de Newton, si l'on pose

$$\lambda = \frac{4\pi k}{(A+B)c^4}. \tag{22}$$

La valeur du rapport $\frac{m''}{m'}$ se déduit de (14) et (21)

$$\frac{m''}{m'} = \frac{1}{5}\sqrt{6(A+B)\lambda p_0 r_0^2} \ll 1.$$

Ou encore de (21) et (22)

$$\frac{m''}{m'} = \frac{3}{5}\,\frac{km'}{c^2 r_0}. \tag{23}$$

Donc, le cas considéré est celui pour lequel le «rayon gravifique» de la théorie d'Einstein est très petit par rapport à r_0. Ce cas se présente dans les problèmes astronomiques usuels: L'ordre de grandeur du rapport $\frac{m''}{m'}$ est pour le soleil 10^{-6} et pour la terre 10^{-9}.

Les relations (3), (8), (9) et (22) montrent que les équations du champ gravifique ne subissent pas de modification essentielle, si les coefficients A et B sont multipliés par un même nombre constant. On peut alors introduire la condition restrictive

$$A + B = 1, \tag{24}$$

et la relation (22) devient

$$\lambda = \frac{4\pi k}{c^4} \tag{22a}$$

β) $\lambda p_0 r_0^2 \gg 1$. Dans ce cas le terme négligeable de la relation (13) est $2\lambda S_4^4$. On a finalement

$$f'_{44} \approx -f'_{11}\,\frac{3B \pm \sqrt{-3A(A+4B)}}{A+B}$$

Et par conséquent d'après (11)

$$\mu c^2 = p\,\frac{3B \pm \sqrt{-3A(A+4B)}}{A+B} \tag{25}$$

Ou, en tenant compte de (24)

$$\mu c^2 = p\left[3(1-A) \pm \sqrt{3A(3A-4)}\right] \tag{25α}$$

Alors, d'après les relations (17) et (19a)

$$\frac{m'}{m''} = \frac{1}{3}\left[3(1-A) \pm \sqrt{3A(3A-4)}\right]. \tag{26}$$

Cette solution n'est possible que si la quantité sous le radical est positive, c'est à dire si $A \leqslant 0$ ou $\geqslant \frac{4}{3}$. La forme de la relation (25) montre que ces conclusions sont indépendantes de la forme spéciale (14).

L'intérêt de ce cas est dû à la possibilité, qu'il nous donne, de passer au cas d'un corpuscule *ponctuel* avec valeurs finies de m' et m'', donc aussi d'*énergie E_0 finie*. En effet, il suffit que pour $r_0 \to 0$ on ait $p_0 r_0^2 \to \infty$, de sorte que m'' reste fini. D'après les relations (26) et (18) les m' et E_0

sont alors également finis. Les potentiels gravifiques de ce corpuscule ponctuel se déduisent des relations (20) pour toute valeur de $r \neq 0$. Le corpuscule est ponctuel non seulement en ce qui concerne T_{ik}, mais aussi pour S_{ik}. On peut immédiatemeut vérifier, d'après les relations (8), (20) et (26) que, en dehors du corpuscule, c'est à dire pour tout $r \neq 0$, on a $Sik = 0$. D'après la remarque du paragraphe précédant on ne peut pas avoir de corpuscules ponctuels quand $0 < A < \frac{4}{3}$.

§ 5. Nous allons examiner le mouvement d'un corpuscule autour d'un centre d'attraction immobile, à l'aide des potentiels gravifiques définis par (20). Nous admettons que ce corpuscule présente une structure intérieure de la forme

$$T^{ik} = \mu c^2 u^i u^k , \tag{27}$$

où u^i désigne le quadrivecteur vitesse du corpuscule. Nous admettons également que le corpuscule est tellement petit qu'il ne peut pas influencer le champ et que son réaction sur le centre d'attraction est négligeable. Alors les équations de champ (3) sont approximativement satisfaites, à l'intérieur du corpuscule, si les potentiels (20) existent seuls. Il ne reste donc que les équations de mouvement (9) que nous allons utiliser pour déduire le mouvement du corpuscule.

La quatrième des équations (9) donne

$$\frac{\partial T_4^k}{dx^k} = \frac{d\mu}{ds} c^2 u_4 + \mu c^2 \frac{du_4}{ds} + \mu c^2 u_4 \frac{\partial u^\lambda}{dx^\lambda} = 0. \tag{28}$$

De même pour $i = 1$

$$\frac{\partial T_1^k}{\partial x^k} = \frac{d\mu}{ds} c^2 u_1 + \mu c^2 \frac{du_1}{ds} + \mu c^2 u_1 \frac{\partial u^\lambda}{\partial x^\lambda}$$

$$= \mu c^2 u_4^2 \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \left\{ (A+B) f_{44} + 3 B f_{11} \right\} - \beta^2 \frac{\partial}{\partial x_1} \left\{ B f_{44} + (A + 3B) f_{11} \right\} \right] \tag{29}$$

D'autre part on a :

$$\frac{\partial u^\lambda}{\partial x^\lambda} = \frac{du_4}{cdt} + \frac{u_4}{c} \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right),$$

où v_x, v_y, v_z, désignent les composantes de la vitesse à trois dimensions du corpuscule. Si nous considérons maintenant une petite partie $\delta\upsilon$ du corpuscule, nous avons la relation

$$\frac{d(\delta\upsilon)}{dt} = \delta\upsilon \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right).$$

Ces deux dernières relations permettent d'écrire l'équation (28) sous la forme

$$\frac{d}{cdt}\left(\mu c^2\, u_4^2\, \delta\upsilon\right)=0\,;$$

et en intégrant

$$E=\int \mu c^2\, u_4^2\, d\upsilon=\text{const.} \qquad (30)$$

La relation (29) combinée avec celle (28) conduit à l'équation du mouvement cherchée ci-dessous

$$\frac{d^2x_1}{dt^2}=c^2\left[\frac{\partial}{\partial x_1}\left\{(A+B)f_{44}+3Bf_{11}\right\}-\beta^2\frac{\partial}{\partial x_1}\left\{Bf_{44}+(A+3B)f_{11}\right\}\right]. \qquad (31)$$

Nous étudions d'abord le cas d'un nouvement très lent, $\beta \ll 1$. Si en plus nous négligeons le terme qui contient f_{11}, nous trouvons

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-(A+B)\,c^2\frac{\partial f_{44}}{\partial x}\,,$$

ou d'après l'équation (3)

$$\Delta f_{44}=\lambda\varrho c^2,$$

ϱ désignant la densité de masse du centre d'attraction. D'autre part dans la théorie newtonienne de la gravitation on a :

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-\frac{\partial\psi}{\partial x}\,,\quad \Delta\psi=4\pi k\varrho$$

Par conséquent la théorie proposée coincide avec celle de Newton pour $\beta\rightarrow 0$, si l'on donne à λ la valeur (22).

A ce degré d'approximation la force gravifique exercée sur le corpuscule par le centre d'attraction est proportionelle à m'. Si nous exigeons l'égalité, avec le maximum d'approximation possible, entre la masse inerte et la masse pesante, c'est à dire si nous posons la proportionalité de la force gravifique à l'énergie totale $(m'+m'')c^2$ du centre d'attraction, nous déduisons des relations (29) et (20) la condition

$$A+B=-B.$$

C'est à dire sous la condition (24)

$$A=2,\quad B=-1. \qquad (32)$$

En première approximation on doit tenir compte du terme en β^2. Par contre les termes contenant f_{11} n'ont dans ce cas aucune importance, et la relation (29) s'écrit

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-c^2\left[1+(A-1)\beta^2\right]\frac{\partial f_{44}}{\partial x}. \qquad (33)$$

Le calcul d'après la formule (33) conduit à une rotation du périhélie de l'orbite elliptique du corpuscule. L'angle de rotation correspondant à une révolution complète du corpuscule sur sa trajectoire est donné par la relation

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi k m}{c^2 \alpha (1 - \varepsilon^2)} \tag{34}$$

où m désigne la masse du centre d'attraction, 2α le grand axe de l'orbite et ε son excentricité. Pour le cas (32) cette formule donne une rotation égale au $\frac{1}{3}$ de la valeur d'Einstein, tandis que pour $A = 0$, — qui est le cas de la théorie de Nordström, ainsi que nous allons montrer au dernier paragraphe — le sens de rotation sera contraire à celui du mouvement.

Si la formule (33) était valable pour toutes les valeurs de β, il serait possible de l'utiliser pour calculer la déviation des rayons lumineux dans un champ gravifique. Pour le cas (32) par exemple nous avons $1 + \beta^2 = 2$, et par conséquent la déviation est double de celle de la théorie classique, c'est à dire la même que celle donnée par la théorie d'Einstein. Il faut cependant remarquer que la formule (33) ne peut être valable, sous cette forme, pour $\beta \asymp 1$, car elle permettrait de vitesses du mouvement du corpuscule plus grandes que C [7]. Une discussion plus poussée de ce problème se montre par conséquent nécessaire.

§ 6. La relation (1) s'écrit d'après (8)

$$\lambda \Sigma_i^k = \lambda T_i^k + A\left(F_{i\alpha\beta} F^{k\alpha\beta} - \frac{1}{2}\delta_i^k F_{\gamma\alpha\beta} F^{\gamma\alpha\beta}\right) + B\left(F_i F^k - \frac{1}{2}\delta_i^k F_\gamma F^\gamma\right) \tag{35}$$

Si nous remplaçons dans cette équation T_{ik} par sa valeur tirée de (3), il résulte une relation entre Σ_{ik} et f_{ik} qui est équivalente à l'équation du champ (3), mais en est bien plus compliquée. Inversement il est possible de poser une relation simple entre Σ_{ik} et f_{ik}, de la même forme par exemple que (3)

$$-\lambda \Sigma_{ik} = \Box f_{ik}, \tag{36}$$

mais alors c'est la relation entre T_{ik} et f_{ik} qui est compliquée. Dans ce cas le potentiel f_{ik} satisfait, à cause de (2), à la relation

$$\frac{\partial f_i^k}{\partial x^k} = 0, \tag{37}$$

exactement comme dans la solution approchée des équations de la théorie d'Einstein. Les équations de mouvement s'écrivent alors

---

[7]) Excepté le cas $A = 0$, où l'on est amené aux formules de la théorie de Nordström.

$$\frac{\partial T_i^k}{\partial x^k} = (AF_{i\alpha\beta} + BF_i\, \delta_{\alpha\beta})\, \Sigma^{\alpha\beta}. \tag{38}$$

Indépendamment de la forme spéciale des équations du champ il existe pour les champs gravifiques statiques une relation générale, conséquence de la forme des relations de définition des S_{ik}, (8). En effet la relation (35) donne

$$\lambda \Sigma_i^i = \lambda T_i^i - (AF_{\gamma\alpha\beta} F^{\gamma\alpha\beta} + BF_\gamma F^\gamma) \tag{39}$$

D'autre part pour un champ statique on a

$$F_{4\alpha\beta} = \frac{\partial f_{\alpha\beta}}{\partial x^4} = 0$$

et par conséquent

$$\lambda \Sigma_4^4 = \lambda T_4^4 - \frac{1}{2} (AF_{\gamma\alpha\beta} F^{\gamma\alpha\beta} + BF_\gamma F^\gamma). \tag{40}$$

La comparaison de (39) et (40) donne

$$\Sigma_4^4 - \Sigma_1^1 - \Sigma_2^2 - \Sigma_3^3 = T_4^4 - T_1^1 - T_2^2 - T_3^3\,; \tag{41}$$

et si l'on tient compte que le champ statique constitue un système statique complet, pour lequel

$$\int \Sigma_1^1\, dv = \int \Sigma_2^2\, dv = \int \Sigma_3^3\, dv = 0\,,$$

il résulte

$$E_0 = \int \Sigma_4^4\, dv - \int \left(T_4^4 - T_1^1 - T_2^2 - T_3^3\right) dv \tag{42}$$

La relation (19), qui a été donnée au § 3 pour le champ statique à symétrie sphérique, constitue un cas particulier de cette formule.

§ 7. Il est facile de trouver la relation qui existe entre la théorie tensorielle proposée et celle de Nordström.

Nous considérons le cas $A = 0$, $B = 1$; les formules (8) et (9) deviennent alors

$$\lambda S_{ik} = F_i F_k - \frac{1}{2} \delta_{ik} F_\gamma F^\gamma\,, \quad \frac{\partial T_i^k}{\partial x^k} = F_i\, T_\gamma^\gamma\,. \tag{43}$$

D'autre part les équations de champ (3) donnent

$$\Box f = -\lambda T, \qquad T = T_\gamma^\gamma\,. \tag{44}$$

Les relations (43) et (44), où n'intervient plus que la potentiel scalaire f, coincident avec les équations correspondantes de la première théorie de Nordström.

Le passage à la deuxième théorie de Nordström peut être effectué en partant des équations (35) et en posant qu'il existe des relations simples entre f et T d'une part, et f et Σ de l'autre. Il résulte en effet de (35), et en tenant compte de l'identité

$$F_\gamma F^\gamma = \delta^{\alpha\beta} \frac{\partial f}{\partial x^\alpha} \frac{\partial f}{\partial x^\beta} = \frac{1}{2} \Box f^2 - f \Box f \ ,$$

la relation

$$\lambda\Sigma = \lambda T + f\Box f - \frac{1}{2} \Box f^2 \ , \qquad (45)$$

qui est satisfaite si l'on pose

$$\lambda T = - f\Box f \ , \quad \lambda\Sigma = - \frac{1}{2} \Box f^2 \ ; \qquad (46)$$

mais ces relations ne sont autres que les équations de la deuxième théorie de Nordström.

On pourrait se demander si une généralisation analogue n'est possible dans la théorie tensorielle. Ceci peut avoir lieu par exemple pour le cas $A = 1$, $B = 0$, mais seulement pour l'équation qui résulte par contraction de (35)

$$\lambda\Sigma = \lambda T + f_{\alpha\beta} \Box f^{\alpha\beta} - \frac{1}{2} \Box (f_{\alpha\beta} f^{\alpha\beta}) \ ,$$

relation qui peut être décomposée comme suit:

$$\lambda T = - f_{\alpha\beta} \Box f^{\alpha\beta} \ , \quad \lambda\Sigma = - \frac{1}{2} \Box (f_{\alpha\beta} f^{\alpha\beta}).$$

Mais les équations complètes en T_{ik}, Σ_{ik} — qui, contrairement à la théorie scalaire de Nordström, continuent ici à être importantes — deviennent alors encore plus compliquées. De sorte que les expressions les plus simples de la théorie tensorielle paraissent être d'une part celle donnée au paragraphe 2 et d'autre part celle déterminée par les relations (35) à (38).

ΠΕΡΙΛΗΨΙΣ

Δίδεται ἐνταῦθα ἡ διατύπωσις μιᾶς τανυστικῆς θεωρίας τῆς βαρύτητος ἐντὸς τοῦ πλαισίου τῆς εἰδικῆς σχετικότητος. Τὸ δυναμικὸν εἶναι συμμετρικὸς τανυστὴς δευτέρας βαθμίδος, ἡ δὲ διατύπωσις στηρίζεται κυρίως εἰς τὴν παραδοχὴν ὅτι αἱ συνιστῶσαι τοῦ τανυστοῦ τάσεων, ποσότητος κινήσεως καὶ ἐνεργείας τοῦ

πεδίου βαρύτητος εἶναι ὁμογενῆ δευτεροβάθμια πολυώνυμα ὡς πρὸς τὰς συνιστώσας τῆς ἐντάσεως τοῦ πεδίου. Εἰς τὴν γενικὴν διατύπωσιν ἐμφανίζονται δύο ἀριθμητικοὶ παράγοντες, αἱ τιμαὶ τῶν ὁποίων καθορίζονται ἀπὸ τὰς συνθήκας ὁριακῆς συμπτώσεως πρὸς τὴν νευτώνειον θεωρίαν καὶ κατὰ προσέγγισιν ἰσότητος ἀδρανοῦς καὶ βαρείας μάζης.

ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΙΣ ΒΙΒΛΙΩΝ *

Ὁ Ἀκαδημαϊκὸς κ. ***Νῖκος Α. Βέης (Bees)*** παρουσιάζει τὴν ἐκ τῆς «Νέας Ἑστίας», τόμ. ΛΔ', τεῦχ. 397, ἀνατυπωθεῖσαν «*Βιβλιογραφίαν Κωστῆ Παλαμᾶ*», ἔργον τοῦ κ. ***Γ. Κ. Κατσίμπαλη***, ἀναπτύσσων δὲ τὸ περιεχόμενον καὶ τὴν χρησιμότητα αὐτοῦ λέγει τὰ ἑξῆς:

«Ἔχω τὴν ἐξαίρετον τιμὴν καὶ τὴν χαράν, κύριοι συνάδελφοι, νὰ ὑποβάλω ἐνώπιον τῆς ἡμετέρας Ἀκαδημίας τὴν βιβλιογραφίαν Κωστῆ Παλαμᾶ, πόρισμα μακρᾶς ἐργασίας τοῦ συντοπίτου καὶ συνεργάτου μου κ. Γ. Κ. Κατσίμπαλη, ἐφέδρου λοχαγοῦ τοῦ πυροβολικοῦ, διακριθέντος εἰς ἀγῶνας ἐθνικούς. Φίλος ἀσπάσιος τῶν νεοελληνικῶν σπουδῶν καὶ ἐρευνητὴς εὐδόκιμος ὁ κ. Γ. Κ. Κατσίμπαλης ἐδημοσίευσεν ἤδη πολλὰ καὶ καλὰ δημοσιεύματα, ἀναφερόμενα εἰς τὴν νεωτέραν φιλολογίαν τοῦ Ἑλληνισμοῦ. Εἰς τὴν ἀπαράμιλλον αὐτοῦ φιλοπονίαν ὀφείλομεν σειρὰν ὅλην βιβλιογραφικῶν δοκιμίων, σχετικῶν πρὸς τὸν Ἀλέξανδρον Παπαδιαμάντην [1]), τὸν Κώσταν Κρυστάλλην [2]), τὸν Περικλῆ Γιαννόπουλον [3]), τὸν Μ. Μητσάκην [4]), τὸν Ι. Γρυπάρην [5]), τὸν Κ. Θεοτόκην [6]). τὸν Κ. Καβά-

* Ἡ παρουσίασις ἐγένετο κατὰ τὴν Συνεδρίαν τῆς 4 Μαΐου 1944.

[1]) *Γ. Κ. Κατσίμπαλη*, Ἀλέξανδρος Παπαδιαμάντης. Πρῶτες κρίσεις καὶ πληροφορίες. Βιβλιογραφία. Ἀθήνα, Τυπογραφεῖο «Ἑστία» 1934», σελ. ἠριθ. 134, σχ. 8ον.— «*Γ. Κ. Κατσίμπαλη*, «Συμπλήρωμα Βιβλιογραφίας Α. Παπαδιαμάντη. Ἀθήνα, Τυπογραφεῖο «Ἑστία» 1938, σελ. ἠριθ. 19, σχ. 8ον.

[2]) ***Γ. Κ. Κατσίμπαλη***, Κώστας Κρυστάλλης, Κρίσεις καὶ πληροφορίες. Βιβλιογραφία. Ἀθήνα, Τυπογραφεῖο «Ἑστία» 1935 [- 1937], σελ. 104», σχ. 8ον.— «***Γ. Κ. Κατσίμπαλη***, Βιβλιογραφία Κ. Κρυστάλλη (Συμπλήρωμα). Ἀθήνα, Τυπογραφεῖο Σεργιάδη 1943», σελ. ἠριθμ. 23, σχ. 8ον.

[3]) *Γ. Κ. Κατσίμπαλη*, «Βιβλιογραφία Περικλῆ Γιαννοπούλου» ἐν τῷ περιοδικῷ «Τὰ Νέα Γράμματα», τόμ. Δ' (Γεν. - Μάρτ. 1938) σελ. 279 - 291.

[4]) «***Γ. Κ. Κατσίμπαλη***, Βιβλιογραφία Μιχαὴλ Μητσάκη. Ἀθήνα, Τυπογραφεῖο Σεργιάδη, 1942», σελ. ἠριθμ. 21, σχ. 8ον (ἐπὶ μέρους ἀπόσπασμα ἐκ τῆς «Νέας Ἑστίας», τόμ. 1937). «Βιβλιογραφικὰ συμπληρώματα Ι. Γρυπάρη - Μ. Μητσάκη - Κ. Θεοτόκη - Κ. Καβάφη. Ἀθήνα, Τυπογραφεῖο Σεργιάδη 1944», σελ. 14, σχ. 8ον.

[5]) ***Γ. Κ. Κατσίμπαλη***, «Βιβλιογραφία Ι. Ν. Γρυπάρη, Ἀθήνα, Ἑλληνικὴ Ἐκδοτικὴ Ἑταιρεία Α.Ε. 1942», σελ. ἠριθ. 22, σχ. 8ον. (Ἀνατύπωσις ἐκ τῆς «Νέας Ἑστίας» τόμ. ΛΒ', 1942, σελ. 622 - 640). Πρβλ. καὶ «Νέαν Ἑστίαν» τόμ. ΛΒ', 1942, σελ. 1271 - 1273 : «Βιβλιογραφικὰ παραλειπόμενα [Ι. Ν. Γρυπάρη καὶ Κ. Παρορίτη]», περὶ δὲ μεταγενεστέρων συμπληρωμάτων, πρβλ. ἀνωτέρω, ὑποσημ. 4).

[6]) ***Γ. Κ. Κατσίμπαλη***, «Βιβλιογραφία Κωνστ. Θεοτόκη. Ἀθήνα, Τυπογραφεῖο Σεργιάδη