grossen ungesiebten Menschenmasse mehr geistig schwache als geistig übernormale gibt, tritt bei den untersuchten griechischen Kindern ein Überwiegen der abnorm hochbefähigten gegenüber den abnorm schwachbefähigten hervor. Wie Tabelle IV zeigt, umfassen die Kinder, die einen Intelligenzquotient unter 80 hatten, 3% aller Fälle, während die Übernormalen mit IQ über 145 6% umfassen.

4. Man bemerkt eine Annäherung am Verteilungsbild der Gauss'schen Kurve nicht nur bei allen diesen Kindern, sondern auch bei den Kindern der einzelnen Lebensalter, trotz der geringen Zahl der Prüflinge jeder Altersstufe.

ΑΝΑΚΟΙΝΩΣΙΣ ΠΡΟΣΕΔΡΟΥ ΜΕΛΟΥΣ

ΓΕΩΔΑΙΣΙΑ. — **Die Berechnung des einfachen Vorwärts- und des einfachen Rückwärts- Einschneidens mit der Doppel-Rechenmaschine***, *von **D. N. Lampadarios**.*

In der Geodäsie für trigonometrische Netze niederer Ordnung und in der Topographie erfolgt die Einschaltung weiterer trigonometrischer Punkte nach *der Methode des Vorwärts- oder Rückwärts- Einschneidens.*

Die in der letzten Zeit gesteigerte Anwendung der Luftphotogrammetrie, in welcher eine grosse Anzahl von terrestrischen Punkten nach den obigen Methoden bestimmt werden soll, hat Veranlassung gegeben, die Berechnung des Vorwärts- und Rückwärts-Einschneidens auf ihre sicherste, schnellste und wirtschaftlichste Ausführung hin zu studieren.

Zur vollständigen Erfüllung dieser Anforderungen stellt die Doppel-Rechenmaschine ein vorzügliches Hilfsmittel dar, um analytisch mit der jeweils entsprechenden Genauigkeit diese beiden Probleme des Vorwärts- und Rückwärts-Einschneidens zu lösen[1].

Grundprinzip der Methode. — Die Doppel-Rechenmaschine (Fig. 1) besteht aus 2 einfachen Rechenmaschinen, die auf einer gemeinsamen Achse A angeordnet sind und durch eine einzige Hauptkurbel K betätigt werden. Beide Maschinen sind derart miteinander gekuppelt, dass sie —

* Δ. Ν. ΛΑΜΠΑΔΑΡΙΟΥ.—Αἱ γεωδαιτικαὶ ἀλληλοτομίαι ὑπολογιζόμεναι διὰ διδύμου ἀριθμομηχανῆς. Ἀνεκοινώθη κατὰ τὴν συνεδρίαν τῆς 31 Μαρτίου 1932.

[1] Die erste Veranlassung zur Forschung und genauen wissenschaftlichen Formulierung dieser beiden Probleme habe ich von Herrn Louis Schmidt von den Brunsviga Maschinenwerken, Braunschweig, erhalten.

durch eine einfache Hebelstellung—entweder beide im gleichen Sinne oder gegeneinander arbeiten können.

Durch eine solche Doppel-Rechenmaschine lässt sich das algebraische System der folgenden Form in wenigen Minuten lösen:

$$\begin{aligned} y &= a_1 x + b_1 \\ y &= a_2 x + b_2 \end{aligned} \qquad \text{(I)}$$

wobei x und y die Unbekannten sind, a_1 und a_2 zwei beliebige Koeffizienten (positiv oder negativ), b_1 und b_2 zwei Additionszahlen (positiv oder negativ).

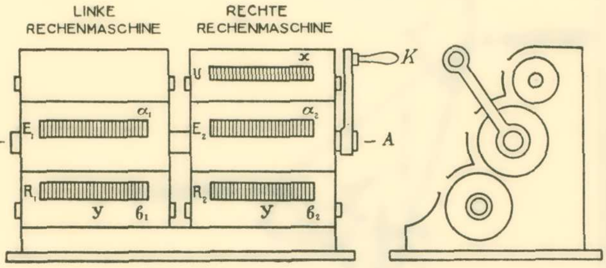

Fig. 1.

Zur Lösung des obigen Systems mittels der Doppel - Rechenmaschine (Fig. 1) muss zunächst die Zahl b_1 in das linke Resultatwerk R_1, und b_2 in das rechte Resultatwerk R_2 gebracht werden.

Sodann wird a_1 in das linke Einstellwerk E_1 (genau über b_1) und a_2 in das rechte Einstellwerk E_2 (genau über b_2) gebracht.

Durch Drehung der Kurbel wird a_1 und a_2 so oft auf b_1 und b_2 addiert bis man in beiden Resultatwerken R_1 und R_2 die gleiche Zahl erhält. Diese Zahl ist der gesuchte Wert von y, während die im Umdrehungszählwerk U der Maschine angegebene Kurbeldrehungsanzahl der gesuchte Wert von x ist.

Anwendung der Methode für die Berechnung des einfachen Vorwärts - und des einfachen Rückwärts - Einschneidens.

Durch mathematische Umformung kann man die bekannten Berechnungsformeln des Vorwärts - und Rückwärts - Einschneidens auf die obige Form (I) bringen und infolgedessen die vorteilhafte Anwendung der Doppel-Rechenmaschine ermöglichen.

I. *Das einfache Vorwärts-Einschneiden.*

In dem Dreieck ABM (Fig. 2) zieht man zunächst von dem gesuchten Punkt M auf AB die Senkrechte MK. Man erhält somit den Punkt K (y_K, x_K). Bezeichnet man sodann die Höhe KM dieses Dreiecks ABM mit v und

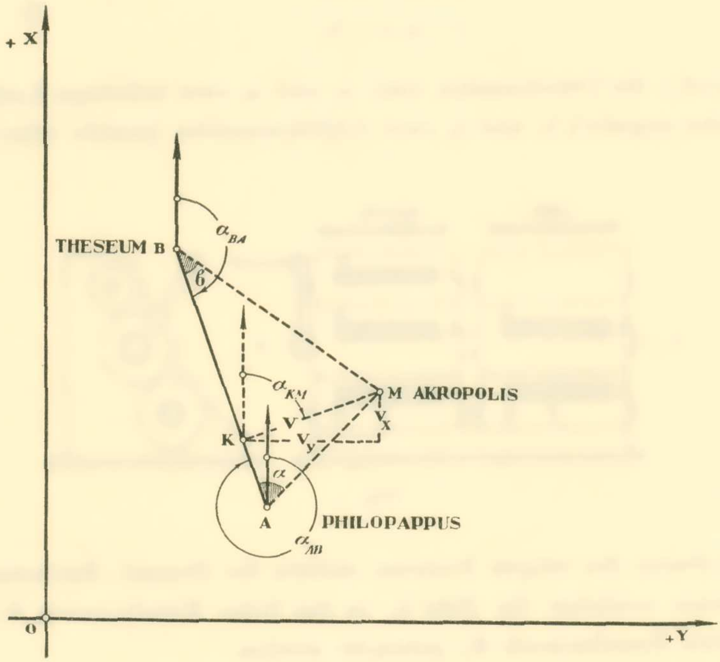

Fig. 2.

deren Projektionen auf die Koordinatenachsen mit v_x und v_y d. h.

$$\left.\begin{aligned} v_y &= v \sin \alpha_{KM} \\ v_x &= v \cos \alpha_{KM} \end{aligned}\right\} \quad \text{(II)}$$

so ergeben sich die folgenden Formeln:

$$\left.\begin{aligned} y &= y_K + v \sin \alpha_{KM} = y_K + v_y \\ x &= x_K + v \cos \alpha_{KM} = x_K + v_x \end{aligned}\right\} \quad \text{(III)}$$

Man bekommt sodann:

Vom Punkte A:
$$y_K = y_A + (AK) \sin \alpha_{AB}$$
$$x_K = x_A + (AK) \cos \alpha_{AB}$$

Vom Punkte B:

$$y_K = y_B + (BK) \sin \alpha_{BA}$$
$$x_K = x_B + (BK) \cos \alpha_{BA}$$

Da aber

$$(AK) = v \operatorname{ctg} \alpha$$
$$(BK) = v \operatorname{ctg} \beta$$

und

$$\left.\begin{aligned} v_y &= v \sin \alpha_{KM} \\ v_x &= v \cos \alpha_{KM} \end{aligned}\right\} \text{ ist}$$

und noch:

$$\alpha_{KM} = \alpha_{AB} + 90^\circ; \quad \alpha_{BA} = \alpha_{AB} + 180^\circ,$$

so folgt:

$$\left.\begin{aligned} y_K &= y_A - v_x \operatorname{ctg} \alpha \\ y_K &= y_B + v_x \operatorname{ctg} \beta \\ x_K &= x_A + v_y \operatorname{ctg} \alpha \\ x_K &= x_B - v_y \operatorname{ctg} \beta \end{aligned}\right\} \quad \text{(IV)}$$

Durch Lösung dieser beiden Systeme (IV) mit der Doppel-Rechenmaschine nach dem oben angegebenen Verfahren erhält man sofort die Werte von:

$$y_K, \; x_K, \; v_x \text{ und } v_y$$

mit deren Hilfe man nach Formel (III) durch algebraische Addition die gesuchten Koordinaten y und x des unbekannten Punktes M erhält.

Bemerkung: Das Vorzeichen von v_x und v_y lässt sich leicht bestimmen, wenn man in Betracht zieht, dass $\alpha_{KM} = \alpha_{AB} + 90^\circ$ ist.

Arithmetisches Beispiel:[1]

$y_A = +4309{,}35$ $y_B = +3952{,}23$	$x_A = +3336{,}47$ $x_B = +4486{,}88$	$\alpha = 72{,}1809$ $\beta = 42{,}008$	$\operatorname{ctg}\alpha = 0{,}467098$ $\operatorname{ctg}\beta = 1{,}288854$	$y_K = +4214{,}35$ $v_y = +\ 655{,}15$	$x_K = +4642{,}49$ $v_x = +\ 203{,}38$
$y_B - y_A = -$; $v_y = +$	$x_B - x_A = +$; $v_x = +$			$y_M = +4869{,}50$	$x_M = +4845{,}87$

II. *Das einfache Rückwärts-Einschneiden.* — Dies lässt sich mit Hilfe des «Collinschen Hilfspunktes» in 3 einfache Vorwärts-Einschneiden zur

[1] Gerechnet mit der Brunsviga Doppel-Nova 13 Z.

Lösung nach der oben angegebenen Methode zurückführen, und zwar wie folgt (Fig. 3):

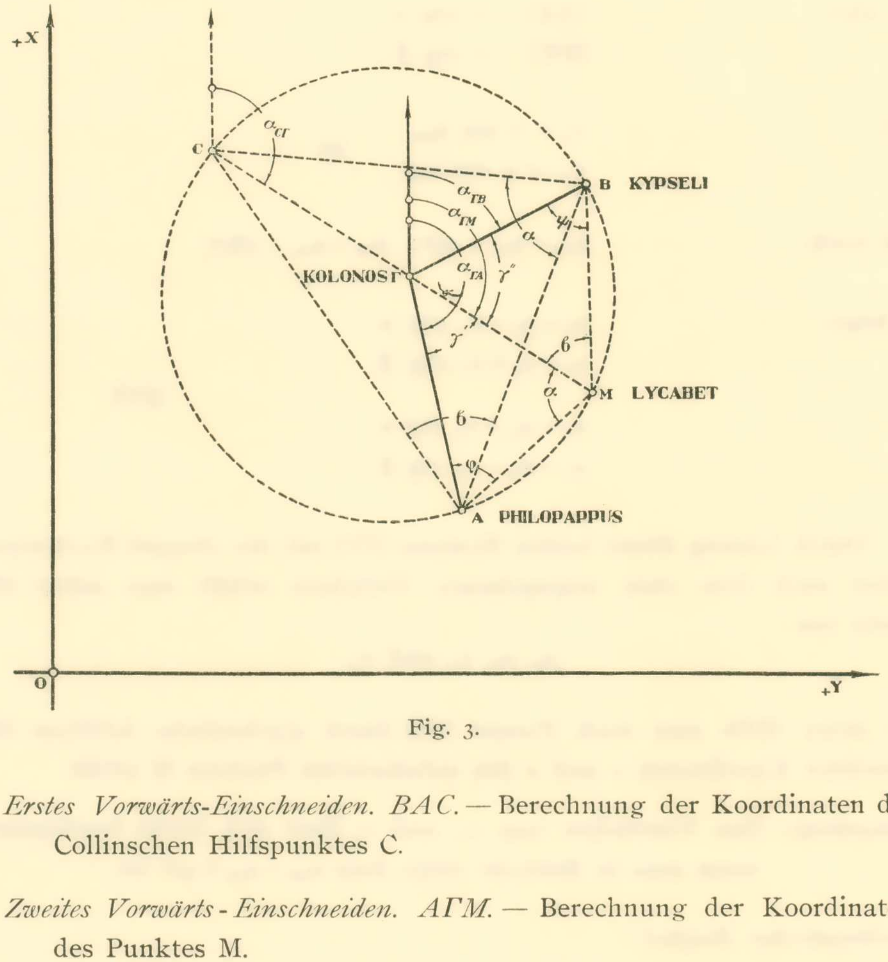

Fig. 3.

a. *Erstes Vorwärts-Einschneiden. BAC.* — Berechnung der Koordinaten des Collinschen Hilfspunktes C.

b. *Zweites Vorwärts-Einschneiden. AΓM.* — Berechnung der Koordinaten des Punktes M.

c. *Drittes Vorwärts-Einschneiden. ΓBM.* — Zur Kontrolle werden aus dem Vorwärts-Einschneiden ΓBM die Koordinaten des gesuchten Punktes M berechnet.

Bemerkung: Statt der beiden letzteren Vorwärts-Einschneiden AΓM und ΓBM kann man die Vorwärts-Einschneiden ACM und CBM berechnen.

Arithmetisches Beispiel[1]:

a.—Erstes Vorwärts-Einschneiden B, A, C.

$y_A=+4309,35$ $y_B=+6167,92$	$x_A=+3336,47$ $x_B=+7806,68$	$\beta=63,7371$ $\alpha=80,7506$	$ctg\beta=0,640427$ $ctg\alpha=0,311734$	$y_K=+5559,17$ $v_y=-4693,82$	$x_K=+6342,52$ $v_x=+1951,54$
$y_A\,y_B=-$ $v_y=-$	$x_A-x_B=-$ $v_y=+$			$y_C=+865,35$ $y_\Gamma=+3745,68$	$x_C=+8294,06$ $x_\Gamma=+6494,05$
				$y_\Gamma\text{-}y_C=+2880,33$	$x_\Gamma\text{-}x_C=-1800,01$
				$\frac{y_\Gamma - y_C}{x_\Gamma - x_C}=tg\alpha_{C\Gamma}=1,600175$	
				$\alpha_{C\Gamma}=135,5584=\alpha_{\Gamma M}$	

b.—Zweites Vorwärts-Einschneiden A, Γ, M.

$y_\Gamma=+3745,68$ $y_A=+4309,35$	$x_\Gamma=+6494,05$ $x_A=+3336,47$	$\gamma'=53,1955$ $\varphi=66,0539$	$ctg\gamma'=0,904332$ $ctg\varphi=0,590256$	$y_K'=+4086,74$ $v'_y=+2112,68$	$x_K'=+4583,49$ $v'_x=+337,14$
$y_\Gamma\text{-}y_A=-$ $v'_y=+$	$x_\Gamma-x_A=+$ $v'_x=+$			$y_M=+6199,42$	$x_M=+4960,63$
$y_A\text{-}y_\Gamma=+563,67$	$x_A\text{-}x_\Gamma=-3157,58$				
$\frac{y_A - y_\Gamma}{x_A - x_\Gamma}=tg\alpha_{\Gamma A}=0,178514$					
$\alpha_{\Gamma A}=188,7539$ $\alpha_{\Gamma M}=135,5584$					
$\alpha_{A\Gamma}-\alpha_{\Gamma M}=\gamma'=53,1955$ $\alpha=80,7506$					
$\alpha+\gamma'=133,9461$ $\varphi=66,0539=200-(\alpha+\gamma')$					
$\alpha+\gamma'+\varphi=200,0000$					

c.—Drittes Vorwärts-Einschneiden Γ, B, M.

$y_B=+6.167,92$ $y_\Gamma=+3.745,68$	$x_B=+7806,68$ $x_\Gamma=+6494,05$	$\psi=69,0895$ $\gamma''=67,1734$	$ctg\psi=0,527674$ $ctg\gamma''=0,566786$	$y_K''=+5000,08$ $v''_y=+1199,34$	$x_K''=+7173,82$ $v''_x=-2213,18$
$y_B\text{-}y_\Gamma=+$ $v''_y=+$	$x_\Delta\text{-}x_\Gamma=+$ $v''_x=-$			$y_M=+6199,42$	$x_M=+4960.64$
$y_B\text{-}y_\Gamma=+2422,24$	$x_B\text{-}x_\Gamma=+1312,63$				
$\frac{y_B - y_\Gamma}{x_B - x_\Gamma}=tg\alpha_{\Gamma B}=1,845334$					
$\alpha_{\Gamma B}=68,3850$ $\alpha_{\Gamma M}=135,5584$					
$\alpha_{\Gamma M}-\alpha_{\Gamma B}=\gamma''=67,1734$ $\beta=63,7371$					
$\beta+\gamma''=130,9105$ $\psi=69,0895=200-(\beta+\gamma'')$					
$\beta+\gamma''+\psi=200,0000$					

[1] Gerechnet mit der Brunsviga Doppel-Nova 13 Z.

Ausser dem theoretischen Wert besitzt die angegebene Methode eine wichtige praktische Bedeutung, denn mit ihr lassen sich bedeutende Zeitersparnisse erzielen.

Die seit einigen Monaten erfolgte Einführung der Doppel-Rechenmaschine bei der Topographischen und Kataster-Abteilung des Verkehrsministeriums zur Berechnung des einfachen Vorwärts-Einschneidens und des einfachen Rückwärts-Einschneidens nach der heute mitgeteilten Methode hat uns überzeugt, dass ausser den Vorteilen der Sicherheit und Vermeidung irgendwelcher rechnerischer Fehler eine Zeitersparnis bis zu etwa 60% je nach der Vertrautheit des Rechners mit der Maschine erzielt werden kann.

Wir erreichten mit der Doppel-Rechenmaschine Brunsviga Nova 13 Z sogar die Berechnung der rechtwinkligen Koordinaten eines Punktes der Erdoberfläche nach der Methode des einfachen Vorwärts-Einschneidens durchschnittlich in 10 Zeitminuten und nach der Methode des Rückwärts-Einschneidens in 20 Zeitminuten auszuführen, während früher nach der üblichen Methode 30 Minuten bezw. eine Stunde dazu erforderlich waren.

Diese neue Methode kann ebenfalls von der Artillerie mit Erfolg im Felde benutzt werden für die Berechnung der geodätischen Koordinaten eines Artillerie-Stations-Punktes, umsomehr als hierbei die Schnelligkeit der Berechnung von besonderem Wert ist.

ΠΕΡΙΛΗΨΙΣ

Πρὸς σύνταξιν τοπογραφικῶν καὶ κτηματογραφικῶν χαρτῶν πάσης φύσεως, πρὸς ἔρευναν τῆς μορφῆς τοῦ γηΐνου πλανήτου καὶ ἀκόμη διά τινας ἑτέρους σκοποὺς ἀπαιτεῖται ὁ προσδιορισμὸς σταθερῶν σημείων κατεσπαρμένων ἀνὰ τὴν γηΐνην ἐπιφάνειαν, τῶν καλουμένων *τριγωνομετρικῶν*. Τὰ ἀρχικῶς εἰς ἀποστάσεις ἄνω τῶν 20 χιλιομέτρων ὁριζόμενα τριγωνομετρικὰ σημεῖα πυκνοῦνται διὰ βαθμιαίου προσδιορισμοῦ ἑτέρων μέχρις ἀποστάσεων 2-5 χιλιομέτρων, χρησιμοποιουμένων πρὸς τοῦτο τῶν *ἀλληλοτομικῶν μεθόδων*, ἤτοι τῆς ἐμπροσθοτομίας, τῆς ὀπισθοτομίας ἢ τῆς συνθέτου ἀλληλοτομίας. Ἡ ἀλληλοτομικὴ μέθοδος τῆς ὀπισθοτομίας ἔχει τὴν ἀρχὴν αὐτῆς ἀπὸ τὴν ἀρχαιότητα. Στηρίζεται αὕτη ἐπὶ τῆς 21ης προτάσεως τοῦ 3 βιβλίου τῶν Στοιχείων τῆς Εὐκλειδείου Γεωμετρίας (300 π.Χ.). Ὁ Ἀστρονόμος Ἵππαρχος (160-125 π.Χ.) καθὼς καὶ ὁ Πτολεμαῖος (125 μ.Χ.) ἐχρησιμοποίησαν αὐτὴν ἐν τῇ Ἀστρονομίᾳ. Κυρίως ὁ W. Schnellius ἐν Κάτω Χώραις ἐφήρμοσεν αὐτὴν ἐν τῇ Γεωδαισίᾳ καὶ οἱ J. Collins (1671) καὶ Delambre (1799) ἔδωσαν μεθόδους λογιστικάς.

Ἡ τεραστία διάδοσις τῆς *ἀπὸ τοῦ ἀέρος φωτοτοπογραφίας*, ἔνθα κατ' ἐξοχὴν μέγας ἀριθμὸς τοιούτων ἀλληλοτομιῶν ὑπολογίζεται, ἐγέννησε τὴν ἀνάγκην προσπα-

θείας πρὸς ἀναζήτησιν μεθόδων καὶ μηχανημάτων ἀσφαλοῦς, ταχέος καὶ οἰκονομικοῦ ὑπολογισμοῦ τῶν ἀλληλοτομιῶν.

Εἰς τὴν ἀνακοινουμένην μέθοδον χρησιμοποιεῖται δίδυμος ἀριθμομηχανὴ τ. ἔ. δύο συνήθεις ἀριθμομηχαναὶ διατεταγμέναι ἐπὶ ἑνὸς καὶ τοῦ αὐτοῦ ἄξονος (Fig. 1), λειτουργοῦσαι δὲ διὰ κοινοῦ στροφάλου στρέφοντος αὐτὰς κατὰ τὴν αὐτὴν ἢ καὶ ἀντίθετον φοράν.

Ἐφαρμογὴ ἐν τῇ Γεωδαισίᾳ. Διὰ καταλλήλου μαθηματικοῦ μετασχηματισμοῦ αἱ ἐξισώσεις ὑπολογισμοῦ τῆς ἁπλῆς ἐμπροσθοτομίας καὶ τῆς ἁπλῆς ὀπισθοτομίας λαμβάνουν τὴν μορφὴν τοῦ ἀλγεβρικοῦ συστήματος:

$$y = a_1 x + b_1$$
$$y = a_2 x + b_2$$

ὅπερ ταχύτατα καὶ κατὰ τρόπον ἁπλούστατον ἐπιλύεται διὰ τῆς διδύμου ἀριθμομηχανῆς.

Πλὴν τῆς θεωρητικῆς ἀξίας τῆς μεθόδου, ἔχει αὕτη σπουδαίαν πρακτικὴν σημασίαν. Ἡ ἀπό τινων μηνῶν εἰσαγωγὴ τῆς διδύμου ἀριθμομηχανῆς εἰς τὴν Τοπογραφικὴν Ὑπηρεσίαν τοῦ Ὑπουργείου Συγκοινωνίας πρὸς ὑπολογισμὸν ἀλληλοτομιῶν, ἀπέδειξεν, ὅτι ἐκτὸς τοῦ πλεονεκτήματος τῆς ἀσφαλείας ἐκ λογιστικῶν σφαλμάτων, ἐπέρχεται οἰκονομία χρόνου τοὐλάχιστον κατὰ 60% ἀναλόγως τῆς πείρας καὶ προσωπικῆς ἱκανότητος τοῦ χειριζομένου αὐτήν. Συγκεκριμένως, ἐν ᾧ ἄλλοτε πρὸς ὑπολογισμὸν μιᾶς μὲν ἁπλῆς ἐμπροσθοτομίας ἀπῃτεῖτο χρόνος ἡμισείας ὥρας, μιᾶς δὲ ἁπλῆς ὀπισθοτομίας μιᾶς ὁλοκλήρου ὥρας, διὰ τῆς νέας ταύτης μεθόδου χρειάζονται διὰ μὲν τὴν πρώτην μόνον 10 λεπτὰ διὰ δὲ τὴν δευτέραν μόνον 20 λεπτὰ τῆς ὥρας.

Τέλος ἡ εἰσαγωγὴ κατὰ τοὺς τελευταίους καιροὺς ἐπακριβῶν γεωδαιτικῶν ὑπολογισμῶν εἰς τὴν βλητικὴν πρὸς προσδιορισμὸν δι' ἀλληλοτομιῶν (κυρίως ὀπισθοτομίας) τῆς σταθμεύσεως τηλεβόλου, καθιστᾷ τὴν μέθοδον πολύτιμον διὰ τὸν σκοπὸν τοῦτον καὶ ἰδίᾳ διὰ τὴν περίπτωσιν ἀγῶνος χαρακωμάτων.

ΑΝΑΚΟΙΝΩΣΕΙΣ ΜΗ ΜΕΛΩΝ

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ.—Περὶ μὴ σταθερῶν πολυέδρων, *ὑπὸ* ***Ἀντ. Ἰ. Κοκοτσάκι.*** Ἀνεκοινώθη ὑπὸ κ. Κ. Καραθεοδωρῆ.

1. — Ὁ R. Bricard, ἐν ἀρχῇ τῆς μελέτης του «Mémoire sur la théorie de l'octaèdre articulé[1]» ἀναφέρει «M. C. Stephanos a posé dans l'Intermédiaire des Mathematiciens, la question suivante: «Existe-t-il des Polyèdres à faces »invariables susceptibles d'une infinité de transformations avec altération »seulement des angles solides et des dièdres?».

Τὸ οὕτως ὑπὸ τοῦ ἕλληνος γεωμέτρου Κ. Στεφάνου τεθὲν πρόβλημα δύναται

[1] *Journal des Mathématiques*, **5**, 1897, p. 113-148.