

ΕΚΤΑΚΤΟΣ ΣΥΝΕΔΡΙΑ ΤΗΣ 3ΗΣ ΑΠΡΙΛΙΟΥ 1990

ΠΡΟΕΔΡΙΑ ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΒΛΑΧΟΥ

---

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΤΥΠΑ (MODELS)  
ΤΗΣ ΕΠΙΔΗΜΙΑΣ ΤΟΥ AIDS

ΟΜΙΛΙΑ ΤΟΥ ΑΚΑΔΗΜΑΓΓΟΥ Κ. ΝΙΚΟΛΑΟΥ Κ. ΑΡΤΕΜΙΑΔΟΥ

Κύριε Πρόεδρε,

Κύριοι Συνάδελφοι,

Κυρίες και Κύριοι,

Ἡ ἐπιδημία τοῦ AIDS, (*acquired immune deficiency syndrome*), ἡ νέα αὐτὴ μάστιγα, φαίνεται νὰ ἀποτελεῖ ἀπειλὴ κατὰ τῆς ἀνθρωπότητος σοβαρότερη, ἴσως, ἀπὸ ἐκεῖνη ἐνὸς πυρηνικοῦ πολέμου.

Ἀπὸ τὸν ἀγῶνα ποὺ διεξάγει ἡ Ἐπιστήμη κατὰ τοῦ φοβεροῦ αὐτοῦ ἐχθροῦ δὲν ἀπουσιάζουν τὰ Μαθηματικά, ἡ δὲ συμβολὴ τους εἶναι οὐσιαστικὴ. Ἡ τελευταία αὐτὴ διαπίστωση μοῦ θυμίζει τὴν «σωβινιστικὴ» ἄποψη ἐνὸς συναδέλφου ὁ ὁποῖος συνήθιζε νὰ ἐπαναλαμβάνει τὴν φράση: (Ἔστω καὶ ἂν σηκώσεις, Μαθηματικὰ θὰ βρεῖς ἀπὸ κάτω».

Σκοπὸς τῆς σημερινῆς ὁμιλίας εἶναι νὰ πληροφωρήσω τὸ εὐρύτερο κοινὸ γιὰ τὶς ἐπιτυχεῖς προσπάθειες μιᾶς ὁμάδας μαθηματικῶν ποὺ ἐργάζονται στὸ *Los Alamos National Laboratory* ποὺ εὑρίσκεται στὴν Πολιτεία *New Mexico* τῶν *USA*. Τὸ θέμα ἐνδιαφέρει ὅλους καὶ ὡς ἐκ τούτου ἐθεώρησα τὴν, ἐκ τοῦ βήματος τῆς Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν, ὁμιλία αὐτὴ ἐπιβεβλημένη.

Ἡ ἐν λόγω ὁμάδα τῶν μαθηματικῶν, χρησιμοποιοῦσα ἐκλεπτυσμένες μαθηματικὲς τεχνικὲς, καὶ μὲ τὴν βοήθεια ἰσχυρῶν Ἡλεκτρονικῶν Ὑπολογιστῶν, κατόρθωσε νὰ διατυπώσει ἕνα σύνολο Μαθηματικῶν Προτύπων (μοντέλων) τῆς ἐπιδημίας τοῦ AIDS. Τὰ

μοντέλα αυτά έναρμονίζονται, προσεγγίζουν περισσότερο τα πειραματικά δεδομένα (τά δεδομένα παρατηρήσεως) από ό,τι κάνουν άλλα παλαιότερα και παρουσιάζουν πλεονεκτήματα σε σχέση με προγενεστέρως διατυπωθείσες στατιστικές μεθόδους.

Ένας από τους στόχους των Μαθηματικών Προτύπων είναι να προβλέψουν την μέλλουσα κατάσταση στην οποία θα βρεθεί ένα σύστημα, ή να προδιαγράψουν κάποια μελλοντική ιδιότητα αυτού.

Οι ποιοτικής φύσεως πληροφορίες που παρέχουν τα μοντέλα αυτά βοηθούν τους έρευνητές να ελέγχουν την ορθότητα των διαφόρων υποθέσεων σχετικά με την ασθένεια, καθώς επίσης και να επιλέγουν την στρατηγική που ενδείκνυται να ακολουθηθεί για να αναχαιτισθεί ή διάδοση του AIDS. Επιπλέον τα Πρότυπα αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να επιτευχθεί ή ένοποίηση των ήδη υπάρχοντων δεδομένων παρατηρήσεως (data), και να χρησιμεύσουν ως οδηγοί στην συλλογή, στην απόκτηση νέων δεδομένων.

Η προσπάθεια για την δημιουργία Μαθηματικών Προτύπων με τα όποια θα γινόταν δυνατή η πρόβλεψη του τρόπου διαδόσεως της νόσου άρχισε προ δεκαετίας περίπου και όχι μόνο από την ομάδα του Los Alamos αλλά και από άλλα, επικουρούμενα από την πολιτεία, ερευνητικά κέντρα.

Η προσπάθεια αυτή των μαθηματικών έγινε κατ' αρχάς δεκτή με επιφυλάξεις και δυσπιστία από τους υπόλοιπους επιστήμονες οι οποίοι ήσυχολούντο με την νόσο, όπως π.χ. είναι οι εργαζόμενοι στα διάφορα Κέντρα Έλέγχου της Νόσου (centers for disease control, CDC). Στα διάφορα κατά καιρούς συνέδρια, έρωτήματα όπως το ακόλουθο, είχαν συχνά διατυπωθεί προς τους μαθηματικούς από άλλους συνέδρους. Το έρωτημα ήταν: «Έσεεις που ασχολείσθε με την δημιουργία Μαθηματικών Προτύπων ζητάτε διαρκώς από εμάς να σās δίνουμε τα αποτελέσματα των παρατηρήσεών μας. Έσεεις όμως τί θα μās προσφέρετε, τί θα κάνετε για μās;».

Εύτυχως με την πάροδο όχι μακρού χρόνου, ή δυσπιστία αυτή βαθμιαίως εξαφανίσθηκε, οι μαθηματικοί έγιναν «δεκτοί» στις τάξεις των ερευνητών κατά του AIDS. Δημιουργήθηκαν μικτές ομάδες συνεργασίας, από μαθηματικούς, επιδημιολόγους, βιολόγους, κοινωνιολόγους, με μοναδικό σκοπό την ήττα του κοινού έχθρου, δηλαδή του AIDS.

Προτού να προχωρήσω στην αναλυτική παρουσίαση των αποτελεσμάτων της ομάδας των μαθηματικών του Los Alamos θα ήθελα να διευκρινίσω, για τους μη ειδικούς περι τα θέματα αυτά, μερικές έννοιες όπως αυτή του Μαθηματικού Προτύπου (model) καθώς και άλλες παρεμφερείς, που είναι στενά συνδεδεμένες με τις έννοιες «πιθανότητα», «άβεβαιότητα» κ.ά.

Ο καθένας από μās αναρωτιέται ποιά πρέπει να είναι ή συμπεριφορά του έναντι των άβεβαιότητων που συναντά στην καθημερινή ζωή. Δέν είμαστε βέβαιοι: για τον αύριανό καιρό, για το αν ή έκτόξευση ενός διαστημικού λεωφορείου θα είναι επιτυχής, για

τὸ ἂν ἓνας γάμος θὰ διαρκέσει πολὺ, γιὰ τὸ ἂν τὸ ἐμφιαλωμένο νερὸ ποὺ ἀγοράζουμε εἶναι μολυσμένο κτλ. Μερικοὶ βέβαια ἰσχυρίζονται ὅτι μιὰ ζωὴ χωρὶς ἀβεβαιότητες θὰ ἦταν ἀνιαρὴ!

Ἡ διερεύνηση τῆς ἔννοιας τῆς πιθανότητας εἶναι μιὰ παλιὰ ἱστορία ἢ ὁποία ἔχει ἀπασχολήσει καὶ τοὺς ἀρχαίους Ἕλληνες. Κατὰ καιροὺς ἔχει ἐκδηλωθεῖ ἀρκετὸς σκεπτικισμὸς καὶ διαμάχη ἀναφορικὰ μὲ τὴν ἀξία διαφόρων πιθανοθεωρητικῶν θεωρήσεων ἢ ἐκφράσεων. Ὁ σκεπτικισμὸς αὐτὸς στηριζόταν στὴν ἄποψη ὅτι: Τὸ Σύμπαν μεταβάλλεται ἀκολουθώντας ὀρισμένους φυσικοὺς νόμους οἱ ὁποῖοι καθορίζουν ἐπακριβῶς τὸ μέλλον του (Ντετερμινισμὸς) καὶ ὅτι οἱ πιθανοθεωρητικὲς περιγραφὲς χρησιμοποιοῦνται μόνο γιὰ τὰ «τυχαῖα» φαινόμενα τῶν ὁποίων οἱ ἀρχικὲς συνθῆκες μᾶς εἶναι ἄγνωστες.

Ὅμως τὰ ἐπιχειρήματα αὐτὰ ἀποτελοῦν μᾶλλον φιλοσοφικὲς παρὰ μαθηματικὲς ἀπόψεις. Οἱ ἀμφιβολίες ποὺ γεννοῦν οἱ παραπάνω σκέψεις, ὡς πρὸς τὴν «ἀλήθεια» τῶν ἀποτελεσμάτων ποὺ παρέχει ἡ Θεωρία τῶν Πιθανοτήτων, παρακάμπτονται μόνο ἂν δοθεῖ σαφὴς ἐρμηνεία τῆς ἔννοιας «πιθανότητα».

Στὴν ἐποχὴ μας αὐτὸ ποὺ ἀπασχολεῖ τὸν σύγχρονο μαθηματικὸ δὲν εἶναι ἡ διαισθητικὴ ἢ ἡ πρακτικὴ σημασία τῆς ἔννοιας «πιθανότητα», ἀλλὰ τὸ λογικὸ οἰκοδόμημα ἐπὶ τοῦ ὁποίου αὐτὴ στηρίζεται καὶ τὸ ὅποιο τὴν κυβερνᾷ. Μὲ ἄλλα λόγια ἡ Θεωρία τῶν Πιθανοτήτων δὲν διαφέρει στὴν δομὴ της ἀπὸ τὶς ἄλλες θεωρίες τῶν Θετικῶν Ἐπιστημῶν. Σ' αὐτὴν, ὅλες οἱ ἔννοιες ὀρίζονται μὲ ἀκρίβεια, ὅλα δὲ τὰ προκύπτοντα συμπεράσματα ἀπορρέουν ἀποκλειστικὰ καὶ μόνο ἀπὸ τὰ ἀξιώματα ποὺ ἐτέθησαν ἐξ ἀρχῆς.

Ἡ ἀξιωματικὴ θεμελίωση τῆς Θεωρίας τῶν Πιθανοτήτων οφείλεται κυρίως στὸν προσφάτως ἐκλιπόντα (25.4.1903-20.10.1987) Ρῶσσο μαθηματικὸ *Andrei Nikolaevich Kolmogorov*. Ὁμιλία σχετικὴ μὲ τὴ ζωὴ καὶ τὸ ἔργο του ἔγινε ἀπὸ τοῦ βήματος αὐτοῦ, ἀπὸ τὸν ὁμιλοῦντα, τὴν 17.3.1988. Οἱ ἐνδιαφερόμενοι μποροῦν νὰ ἀνατρέξουν στὰ Πρακτικὰ τῆς Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν, Τόμ. 63 (1988).

Εἶναι φανερὸ ὅτι δὲν μπορῶ, ἐδῶ, νὰ ἀναφερθῶ διεξοδικὰ στὴν ἀξιωματικὴ θεμελίωση τῆς Θεωρίας τῶν Πιθανοτήτων, οὔτε καὶ στὸν αὐστηρὸ ὀρισμὸ τοῦ Μαθηματικοῦ Προτύπου. Θὰ προσπαθῆσω μόνο νὰ δώσω μιὰ διαισθητικὴ εἰκόνα τῆς ἔννοιας «μοντέλο» χρησιμοποιώντας καὶ ἓνα ἀπλὸ παράδειγμα.

Τὸ κείμενο ποὺ θὰ δοθεῖ πρὸς δημοσίευση στὰ Πρακτικὰ τῆς Ἀκαδημίας θὰ περιλαμβάνει περισσότερες λεπτομέρειες καθὼς καὶ σχετικὰ διαγράμματα Μαθηματικῶν Προτύπων.

Στὴν διεξαγωγὴ κάποιου πειράματος ἢ στὴν παρατήρηση ἑνὸς φαινομένου προκύπτουν ἐρωτήματα τὰ ὁποῖα δὲν μποροῦν νὰ ἀπαντηθοῦν μὲ βεβαιότητα. Εἶναι ὅμως, ἐνδεχομένως, δυνατόν νὰ εὑρεθεῖ κάποιος «μηχανισμὸς» ὁ ὁποῖος νὰ μᾶς



πληροφορήσει για τὸ πῶς ἢ πιθανότητα νὰ συμβεῖ τὸ ἄλφα ἢ βῆτα γεγονός κατανέμεται στὶς διάφορες δυνατὲς περιπτώσεις ποὺ ἀντιστοιχοῦν στὸ ἐρώτημά μας. Ὁ μηχανισμὸς αὐτὸς εἶναι τὸ Μαθηματικὸ Πρότυπο, τὸ Μοντέλο, ποὺ ἀντιστοιχεῖ στὸ ἐρώτημά μας. Π α ρ ἄ δ ε ι γ μ α. Ἔνας παίκτης ρίχνει ἓνα κύβο, στὶς ἑξι ἕδρες τοῦ ὁποῖου εἶναι χαραγμένοι οἱ ἀριθμοὶ ἀπὸ τὸ ἓνα μέχρι τὸ ἕξι. Ἄν ὁ παίκτης φέρει μονὸ ἀριθμὸ, κερδίζει 10 δρχ., ἂν φέρει ζυγὸ ἀριθμὸ χάνει 10 δρχ. Προφανῶς οἱ δυνατὲς περιπτώσεις ἀποτελοῦν τὸ σύνολο  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Ἄς καλέσουμε  $X$  τὴν μεταβλητὴ ποσότητα ποὺ χάνει ἢ κερδίζει ὁ παίκτης. Ἡ συνάρτηση  $X$  ὀρίζεται ὡς ἐξῆς:  $X(1) = X(3) = X(5) = 10$ ,  $X(2) = X(4) = X(6) = -10$ . Τὸ πεδίο τιμῶν ποὺ λαμβάνει ἡ συνάρτηση  $X$  εἶναι τὸ σύνολο  $\{10, -10\}$ . Τὸ ἐρώτημα ποὺ τίθεται εἶναι: πῶς ἢ πιθανότητα νὰ κερδίσει ἢ νὰ χάσει ὁ παίκτης κατανέμεται στοὺς ἀριθμοὺς 10 καὶ -10; Ἐδῶ τὸ μοντέλο ποὺ ἀπαντᾷ στὸ ἐρώτημα εἶναι πολὺ ἀπλό: Οἱ περιπτώσεις νὰ κερδίσει 10 δρχ. εἶναι τρεῖς καὶ οἱ περιπτώσεις νὰ χάσει 10 δρχ. εἶναι πάλι τρεῖς. Εἶναι δὲ ὅλες οἱ περιπτώσεις ἰσοδύναμες. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι ἡ πιθανότητα κατανέμεται στὸ 10 καὶ στὸ -10 κατὰ 1/2. Τὸ σύνολο  $S$  καλεῖται «Πιθανοθεωρητικὸς Χῶρος» (probability space), ἡ συνάρτηση  $X$  καλεῖται «τυχαία μεταβλητὴ» (Random Variable), ἐνῶ ἡ συνάρτηση ποὺ μᾶς πληροφορεῖ γιὰ τὸ πῶς κατανέμεται ἡ πιθανότητα στὰ στοιχεῖα τοῦ συνόλου  $\{10, -10\}$  καλεῖται «ἡ κατανομὴ τῆς  $X$ » (distribution of  $X$ ) καὶ ἀποτελεῖ στὴν προκειμένη περίπτωσι τὸ ζητούμενο μοντέλο.

Στὴ συνέχεια παραθέτομε τοὺς αὐστηροὺς μαθηματικοὺς ὀρισμοὺς τῶν παραπάνω ἐννοιῶν.

Ἔστω  $S$  ἓνα τυχόν σύνολον καὶ  $B$  μιὰ  $\sigma$ -ἄλγεβρα ὑποσυνόλων τοῦ  $S$ . Καλοῦμε πιθανοθεωρητικὸ μέτρο ἐπὶ τῆς  $B$  μιὰ συνολοσυνάρτηση  $P(E)$  ὀρισμένη γιὰ κάθε  $E \in B$  καὶ ἡ ὁποία ἱκανοποιεῖ τὶς ἀκόλουθες συνθήκες:

$$(i) P(E) \geq 0,$$

$$(ii) \text{ Γιὰ κάθε ἀκολουθία } (E_n), (n=1, 2, \dots), \text{ ἀνὰ δύο διαζευγμένων στοιχείων τῆς } B, \\ \text{ εἶναι: } P(\cup_n E_n) = \sum_n P(E_n),$$

$$(iii) P(S) = 1.$$

Ἡ τριάδα  $(S, B, P)$  καλεῖται «πιθανοθεωρητικὸς χῶρος».

Καλοῦμε «τυχαία μεταβλητὴ» (random variable) κάθε πραγματικὴ συνάρτηση  $X$  ὀρισμένη στὸ  $S$ , ἡ ὁποία εἶναι  $B$ -μετρήσιμη (δηλαδή: γιὰ κάθε πραγματικὸ ἀριθμὸ  $a$ , τὸ σύνολο  $\{\omega \in S: X(\omega) < a\}$  ἀνήκει στὴν  $B$ ).

Ἔστω  $B^1$  ἡ  $\sigma$ -ἄλγεβρα ὄλων τῶν συνόλων τοῦ Borel τῆς πραγματικῆς εὐθείας  $R$ . Τότε σὲ κάθε τυχαία μεταβλητὴ  $X$  ἀντιστοιχεῖ ἓνα πιθανοθεωρητικὸ μέτρο,  $\Phi$ , στὸν χῶρο  $(R, B^1)$  τὸ ὁποῖο ὀρίζεται ὡς ἐξῆς:

$$\Phi(A) = P\{\omega: X(\omega) \in A\}, \quad A \in B^1$$

Τὸ πιθανοθεωρητικὸ μέτρο,  $\Phi$ , καλεῖται «ἡ κατανομὴ τῆς  $X$ » (*the distribution of  $X$* ). Ἀποδεικνύεται ὅτι ἡ κατανομὴ  $\Phi$  εἶναι μία μὴ φθίνουσα συνάρτηση τῆς πραγματικῆς μεταβλητῆς  $x \in \mathbb{R}$ , τέτοια ὥστε  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \Phi(x) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \Phi(x) = 1$ .

Ἐνα Μαθηματικὸ Πρότυπο (μοντέλο) ὀρίζεται ἀπὸ τὴν στιγμή πού θὰ καθορισθεῖ ἡ δομὴ τῆς κατανομῆς  $\Phi$  τῆς τυχαίας μεταβλητῆς  $X$  πού ἀναφέρεται στὰ σχετικὰ ἀποτελέσματα ἢ στὶς παρατηρήσεις τοῦ φαινομένου πού ἐξετάζεται, σκοπὸς δὲ τοῦ μοντέλου εἶναι νὰ χρησιμεύσει γιὰ τὴν πρόβλεψη τοῦ ὑπὸ μελέτην φαινομένου.

Καὶ τώρα ἄς ἐπανέλθομε στὰ ἀποτελέσματα τῆς ομάδας τῶν μαθηματικῶν τοῦ *Los Alamos*.

#### Ρ υ θ μ ὶ ς α ὕ ξ ἡ σ ε ω ς τ ο ὺ A I D S

Ἐνα ἀπὸ τὰ πιὸ ἐκπλήσσοντα χαρακτηριστικὰ τῆς ἐπιδημίας τοῦ AIDS εἶναι ὅτι ἡ ἐπιδημία αὐτὴ δὲν αὐξάνεται ἀκολουθώντας μιὰ ἐκθετικὴ συνάρτηση, ὅπως αὐτὸ συμβαίνει στὶς περισσότερες ἀπὸ τὶς ἐπιδημικὲς νόσους οἱ ὁποῖες αὐξάνονται ταχύτατα ἀκολουθώντας μιὰ ἐκθετικὴ συνάρτηση, μετὰ ἐπέρχεται κάποιος κορεσμός, καὶ μετὰ φθίνουν πάλι ταχύτατα καὶ ἐξαφανίζονται. Ἀντιθέτως τὰ μέχρι τοῦδε συγκεντρωθέντα ἀποτελέσματα παρατηρήσεως τοῦ AIDS δικαιολογοῦν αὐξηση ἢ ὁποῖα ἀκολουθεῖ ἕνα πολυώνυμο 3ου βαθμοῦ (Σχῆμα I). Τὸ ἰδιότυπο αὐτὸ φαινόμενο εἶχε παρατηρηθεῖ ἀκόμα καὶ στὰ πρῶτα μοντέλα τῆς ἐπιδημίας τοῦ AIDS τὰ ὁποῖα εἶχαν κατασκευασθεῖ σὲ Κέντρα Ἐλέγχου τῆς Ἀσθενείας (CDC) τὸ 1986. Εἶναι ἄξιο λόγου καὶ ἀπαραίτητο νὰ τονισθεῖ ὅτι, ἀκόμα καὶ ἂν χωρίσουμε τοὺς ἀσθενεῖς κατὰ ομάδες, ἀνάλογα μὲ τὴν φυλὴ στὴν ὁποῖα ἀνήκουν, ἢ μὲ τὴν ἡλικία, ἢ μὲ τὸ φῶλο ἢ ἀκόμα ἀνάλογα μὲ τὶς γεωγραφικὲς περιοχὲς στὶς ὁποῖες ζοῦν, ἢ αὐξηση πού παρατηρεῖται μέσα σὲ κάθε τέτοια ομάδα ἀκολουθεῖ τὸν ἴδιο ρυθμὸ, τὰ κρούσματα δηλαδὴ τοῦ AIDS αὐξάνονται ἀκολουθώντας ἕνα πολυώνυμο 3ου βαθμοῦ καὶ ὄχι μιὰ ἐκθετικὴ συνάρτηση. Φαίνεται λοιπὸν ὅτι ἡ αἰτία, ὁ μηχανισμὸς ὁ ὁποῖος ἐμποδίζει τὴν αὐξηση νὰ εἶναι ἐκθετικὴ εἶναι ὁ ἴδιος σὲ ὅλες τὶς ομάδες.

Καὶ γεννᾶται τὸ εὔλογο ἐρώτημα: γιατί τὸ AIDS διαφέρει ἀπὸ τὶς ἄλλες ἐπιδημίες κατὰ τὸν παραπάνω τρόπο διαδόσεώς του; Φαίνεται ὅτι ὁ κύριος λόγος ὑπάρξεως τῆς διαφορᾶς αὐτῆς πρέπει νὰ ἀναζητηθεῖ σὲ κοινωνικοὺς παράγοντες οἱ ὁποῖοι παίζουν πολὺ μεγάλο ρόλο στὴν διάδοση τοῦ ἰοῦ τοῦ AIDS. Διότι, ἡ μετάδοση μιᾶς ἀσθενείας, ὅπως π.χ. εἶναι ἡ Ἐλονοσία, ἀκολουθεῖ μιὰ «τυχαία» πορεία μέσα στὸν πληθυσμὸ ὅπου ἐκδηλώνεται, κυρίως διότι τὰ κουνούπια δὲν ἐνδιαφέρονται ἂν αὐτὸς πού θὰ τσιμπήσουν ἀνήκει στὴν ἄλφα ἢ βῆτα κοινωνικὴ ομάδα. Ἀντιθέτως ἡ συμπεριφορὰ ἐκεῖνη τῶν ἀτόμων πού τὰ ὀδηγεῖ στὸ νὰ ἐκτεθοῦν στὸν κίνδυνο μόλυνσεως ἀπὸ τὸν ἰὸ τοῦ AIDS ὄχι μόνο δὲν εἶναι τυχαία κατανεμημένη ἀλλά, ὅπως θὰ δοῦμε ἀμέσως παρακάτω, περιορίζεται σὲ ὀρισμένα ὑποσύνολα τοῦ πληθυσμοῦ.

*Μαθηματικὸ Πρότυπο βασισμένον στὸν «Κατ' ἐπιλογὴν  
Συγχρωτισμὸ (Biased mixing model)*

Οἱ κυριώτεροι τρόποι (μηχανισμοὶ) μεταδόσεως τοῦ ἰοῦ τοῦ AIDS εἶναι ἡ σεξουαλικὴ ἐπαφή καὶ ἡ ἀπὸ κοινοῦ χρῆση ἐνδοφλέβιας σύριγγας. Δεδομένου ὅτι λίγα (στατιστικὰ στοιχεῖα) εἶναι γνωστὰ γιὰ τὴν ἀπὸ κοινοῦ χρῆση συριγγῶν, ἡ ὁμάδα τοῦ *Los Alamos* ἐπικέντρωσε τὴν ἀναζήτηση τοῦ Μαθηματικοῦ Προτύπου στὰ δεδομένα ποὺ ἀφοροῦν τὴν σεξουαλικὴ ἐπαφή. Τὸ μοντέλο αὐτὸ διαχωρίζει τὸν πληθυσμὸ σὲ «ὁμάδες κινδύνου» ἀνάλογα μὲ τὶς ποικίλες συμπεριφορὰς τῶν ἀτόμων σὲ σχέση μὲ τὴν διὰ τοῦ ἰοῦ μόλυνσή τους. Παράδειγμα μιᾶς τέτοιας συμπεριφορᾶς εἶναι ὁ ρυθμὸς, ἡ συχνότητα ἀλλαγῆς σεξουαλικοῦ συντρόφου. Ἐπίσης ἀποφασίσθηκε νὰ ληφθεῖ ὑπόψη ἡ ἔννοια τοῦ «Κατ' ἐπιλογὴν συγχρωτισμοῦ» (*biased mixing*), δηλαδὴ ἡ ἰδέα ὅτι τὸ ἄτομο δὲν ἐπιλέγει τὸν σεξουαλικὸ του σύντροφο στὴν τύχη, ἀλλὰ ἔχει τὴν τάση νὰ τὸν ἐπιλέξει ἀπὸ τὰ ἄτομα ἐκεῖνα ποὺ ἀνήκουν στὴν ἴδια ὁμάδα κινδύνου μὲ τὸν ἑαυτὸ του. Π.χ. στὸ μοντέλο ποὺ βασίζεται στὸν «Κατ' ἐπιλογὴν συγχρωτισμὸ» ὑποτίθεται ὅτι αὐτοὶ ποὺ ἀλλάζουν ἐρωτικὸ σύντροφο μὲ ταχὺ ρυθμὸ ἔχουν τὴν τάση νὰ συγχρωτισθοῦν μὲ ἄλλα ἄτομα τὰ ὁποῖα ἐπίσης ἔχουν μεγάλο ἀριθμὸ ἐρωτικῶν συντρόφων, ἐνῶ ἀντιθέτως οἱ ἔχοντες μονογαμικὰς τάσεις ἐπιλέγουν ἄτομα ποὺ ἔχουν ὀλίγους ἐρωτικούς συντρόφους. Ἐπιπλέον τὸ μοντέλο ὑποθέτει ὅτι ΜΕΣΑ ΣΤΗΝ ΙΔΙΑ ΟΜΑΔΑ ΚΙΝΔΥΝΟΥ Η ΕΠΙΛΟΓΗ ΕΙΝΑΙ ΤΥΧΑΙΑ.

Μὲ τὶς παραπάνω προϋποθέσεις λαμβάνομε μιὰ εἰκόνα μεταδόσεως τῆς νόσου τελείως διαφορετικὴ ἀπὸ ἐκείνη ποὺ προκύπτει ἂν ὑποτεθεῖ ὅτι ὁ συγχρωτισμὸς γίνεταί κατὰ τρόπο τυχαῖο.

Σχετικὰ μὲ τὸ μοντέλο ποὺ βασίζεται στὸν κατ' ἐπιλογὴν συγχρωτισμὸ παρατηροῦμε τὰ ἑξῆς:

(α) Τὸ μοντέλο κάνει τὴν πρόβλεψη ὅτι: πρῶτα μολύνονται τὰ ἄτομα ποὺ ἀνήκουν σὲ ὁμάδες ὑψηλοῦ κινδύνου, ἐν συνεχείᾳ δὲ ἔχουν τὴν τάση νὰ μολύνουν τὰ ἄτομα ποὺ ἀνήκουν στὴν ἴδια ὁμάδα μὲ αὐτά.

(β) Τὸ μέγιστον τοῦ ἀριθμοῦ τῶν μολυνθέντων ἀτόμων λαμβάνει χώραν κατὰ πρῶτον στὶς ὁμάδες ὑψηλοῦ κινδύνου (Σχῆμα 2) καὶ ἐν συνεχείᾳ, μὲ τὴν πάροδο τοῦ χρόνου, κινεῖται πρὸς τὶς ὁμάδες χαμηλοτέρου κινδύνου.

(γ) Τὸ μοντέλο εὐρίσκεται σὲ συνέπεια μὲ τὰ δεδομένα τῆς παρατηρήσεως διότι προβλέπει ὅτι ὁ ἀριθμὸς τῶν κρουσμάτων τοῦ AIDS θὰ αὐξηθεῖ ἀκολουθώντας τὴν 3ου βαθμοῦ πολυωνυμικὴ αὔξηση.

Ἀπὸ τὶς παραπάνω παρατηρήσεις προκύπτει ὅτι ὅταν ἡ «κοινωνικὴ συμπεριφορὰ» τοῦ ἀτόμου εἰσαχθεῖ ὡς παράμετρος μέσα στὸ μοντέλο, ἂν δηλαδὴ ληφθεῖ αὕτῃ ὑπόψη κατὰ τὴν κατασκευὴ του, τότε προκύπτει ὅτι ἡ ταχύτητα μεταδόσεως τῆς νόσου ἐλαττώνεται σημαντικὰ καὶ ὑπολείπεται κατὰ πολὺ ἀπὸ τὴν συνήθη «ἐκθετικὴ» αὔξηση.



Ἀντιθέτως ἂν στήν κατασκευή τοῦ μοντέλου δὲν λάβομε ὑπόψη τὴν κοινωνικὴ συμπεριφορὰ τοῦ ἀτόμου, ἂν δηλαδή ὑποθέσουμε ὅτι ὁ συγχρωτισμὸς τῶν ἀτόμων ποὺ ἀνήκουν σὲ ὁμάδες ὑψηλοῦ καὶ χαμηλοῦ κινδύνου γίνεται κατὰ τρόπον τυχαῖο, τότε, ὅπως ἀναφέραμε καὶ παραπάνω, λαμβάνομε μιὰ πολὺ διαφορετικὴ εἰκόνα τοῦ φαινομένου.

Στὸ μοντέλο ποὺ βασίζεται στὸν τυχαῖο συγχρωτισμὸ παρατηροῦμε:

(α) Ἡ ἐπιδημία διαδίδεται πολὺ ταχύτερα ἀπὸ ὅτι διαδίδεται στὴν περίπτωση τοῦ κατ' ἐπιλογὴν συγχρωτισμοῦ. Αὐτὸ ὀφείλεται στὸ ὅτι τὸ μεγαλύτερο μέρος τοῦ πληθυσμοῦ ἀνήκει στὶς ὁμάδες χαμηλοῦ κινδύνου, κατὰ δὲ τὸν τυχαῖο συγχρωτισμὸ πολὺ περισσότερα ἄτομα ἐκτίθενται στὸν ἰὸ (Σχῆμα 3).

(β) Τὸ μοντέλο αὐτὸ δὲν ἐναρμονίζεται, δὲν εὐρίσκεται σὲ συνέπεια μὲ τὶς σύγχρονες ἀπόψεις τῶν ἐρευνητῶν ὡς πρὸς τὴν ἐπιδημία τοῦ AIDS, διότι προβλέπει ὅτι ὁ μέγιστος ἀριθμὸς τῶν μολυνθέντων ἀτόμων ἐμφανίζεται κατὰ πρῶτον καὶ παραμένει στὶς χαμηλοῦ κινδύνου ὁμάδες.

(γ) Τὸ μοντέλο προβλέπει ὅτι ἡ νόσος αὐξάνεται κατὰ τρόπον ἐκθετικὸ καὶ ὄχι πολυωνύμου 3ου βαθμοῦ, ποὺ σημαίνει ὅτι οἱ προβλέψεις του δὲν συμφωνοῦν μὲ τὰ δεδομένα τῆς παρατηρήσεως.

Στηριζόμενοι στὶς παραπάνω παρατηρήσεις οἱ ἐρευνητὲς κατέληξαν στὸ βασικὸ συμπέρασμα ὅτι ὁ παράγων «κοινωνικὴ δομὴ» παίζει ζωτικὸ καὶ πρωταρχικῆς σημασίας ρόλο στὴν κατασκευή τῶν Μαθηματικῶν Προτύπων τῆς ἐπιδημίας τοῦ AIDS.

Ἐκτὸς ἀπὸ τὸν ἀριθμὸ τῶν ἐρωτικῶν συντρόφων κατ' ἔτος, ποὺ μνημονεύσαμε παραπάνω καὶ ποὺ εἶναι μιὰ ἀπὸ τὶς παραμέτρους ποὺ ἀναφέρονται στὴν κοινωνικὴ δομὴ, ὑπάρχουν καὶ ἄλλες παράμετροι ποὺ πρέπει νὰ ληφθοῦν ὑπόψη ὅπως εἶναι ἡ ἡλικία, ἡ συχνότητα ἐρωτικῆς ἐπαφῆς, καθὼς ἐπίσης καὶ ἡ πιθανότητα μολύνσεως.

Ἄς συμβολίσουμε μὲ  $I(t)$  τὸν ἀριθμὸ τῶν μολυσμένων ἀτόμων κατὰ τὴν χρονικὴ στιγμή  $t$ . Ἡ ὁμάδα τοῦ Los Alamos ξεκίνησε μὲ τὴν ἀκόλουθη διαφορικὴ ἐξίσωση

$$\frac{dI}{dt} = a I \left( 1 - \frac{I}{N} \right)$$

ὅπου τὸ πρῶτο μέλος παριστάνει τὴν παράγωγο τῆς συναρτήσεως  $I(t)$ ,  $a$  εἶναι ἡ ταχύτητα (ὁ ρυθμὸς) μὲ τὴν ὁποία τὸ μολυσμένο ἄτομο μεταδίδει τὸν ἰὸ σὲ ἄλλα ἄτομα, καὶ  $N$  εἶναι τὸ μέγεθος τοῦ πληθυσμοῦ ὅπου ἐκδηλώθηκε ἡ ἐπιδημία. Οἱ ἀσχολούμενοι μὲ τὰ θέματα αὐτὰ γνωρίζουν ὅτι ἡ παραπάνω ἐξίσωση εἶναι ἡ βασικὴ ἐξίσωση τῆς Ἐπιδημιολογίας καὶ περιγράφει τὴν διάδοση τοῦ ἰοῦ ὑπὸ τὴν προϋπόθεση ὅτι ἡ μόλυνση, ἡ διάδοση δηλαδή τοῦ ἰοῦ, γίνεται κατὰ τρόπον τυχαῖο.

Ξεκινώντας λοιπόν, ἡ ὁμάδα τοῦ Los Alamos, ἀπὸ τὴν παραπάνω ἐξίσωση ἄρχισε νὰ ἐπιφέρει διαδοχικὲς μετατροπὲς στὴν ἐξίσωση προσπαθώντας νὰ εἰσαγάγει σ' αὐτὴν

ὅσο τὸ δυνατόν περισσότερες παραμέτρους, ἢ εἰσαγωγή τῶν ὁποίων συνεπάγεται τὴν εἰσαγωγή, στὸ μοντέλο, τῆς «κοινωνικῆς δομῆς» γιὰ τὴν ὁποία μιλήσαμε πρὸ ὀλίγου.

Μιὰ ἀπὸ τὶς παραμέτρους ὡς πρὸς τὴν ὁποία τὸ ὑπὸ κατασκευὴν μοντέλο εἶναι παρὰ πολὺ εὐαίσθητο εἶναι ἐκείνη πού ἀφορᾷ τὴν «μεταδοτικότητα». Πρόκειται γιὰ μιὰ ποσότητα πού συνδέεται μὲ τὴν ποσότητα, α, πού ὑπάρχει στὴν παραπάνω διαφορική ἐξίσωση, καὶ ἡ ὁποία μετράει τὴν πιθανότητα μεταδόσεως τοῦ ἰοῦ ἀπὸ ἓνα μολυσμένο ἄτομο σὲ ἓνα ἄλλο. Μολονότι δὲν ἔχει γίνει πλήρως ἀντιληπτό τὸ πῶς ἡ μεταδοτικότητα μεταβάλλεται μὲ τὴν πάροδο τοῦ χρόνου, ὑπάρχουν βασικὲς ἐνδείξεις ὅτι οἱ φορεῖς τοῦ ἰοῦ τοῦ AIDS μεταδίδουν τὸν ἰὸ εὐθὺς ἀμέσως μετὰ τὴν μόλυσή τους. Μὲ τὴν πάροδο τοῦ χρόνου ἡ μεταδοτικότητα ἐλαττώνεται ἀποτόμως, ἐν συνεχείᾳ δὲ αὐξάνεται πάλι, ὅταν πιά ὁ ἰὸς ἀρχίζει νὰ καταστρέφει τὸ ἀνοσοποιητικὸ σύστημα τοῦ ἀσθενοῦς.

Ἡ εὐαίσθησις αὕτη τοῦ Μαθηματικοῦ Προτύπου ὡς πρὸς τὴν παράμετρο «μεταδοτικότητα» εἶναι μιὰ σαφὴς ἐνδειξη ὅτι οἱ ἐρευνητὲς ἔχουν ἀνάγκη ἀπὸ περισσότερα δεδομένα παρατηρήσεως (data) ἀναφερόμενα στὴν πιθανότητα μεταδόσεως τοῦ ἰοῦ. Τὰ δεδομένα ὅμως παρατηρήσεως πού ἀφοροῦν τὴν σεξουαλικὴ συμπεριφορὰ τῶν ἀτόμων μέσα σὲ κάθε ὁμάδα κινδύνου, καθὼς ἐπίσης καὶ τὴν συμπεριφορὰ τῶν ὁμάδων μεταξὺ τους, δὲν εἶναι πολλὰ. Αὐτὸ ἴσως εἶναι φυσικὸ διότι, σὲ μιὰ ἀτμόσφαιρα κοινωνικὰ καὶ πολιτικὰ φορτισμένη πού περιβάλλει τὸ AIDS, ἡ ἀπόκτηση ἀποτελεσμάτων τοῦ εἴδους αὐτοῦ (φύσεως τόσο προσωπικῆς) συναντᾷ πολλὰς δυσκολίες οἱ ὁποῖες συχνὰ εἶναι ἀνυπέρβλητες.

*Ἡ ὑπολογιστικὴ ἱκανότητα τῶν ΗΥ εἶναι περιορισμένη*

Τὰ Μαθηματικὰ Πρότυπα πού κατασκεύασε ἡ ὁμάδα τοῦ Los Alamos ἐπιτρέπουν, ἀπὸ θεωρητικῆς πλευρᾶς, τὴν δυνατότητα παροχῆς πολλῶν καὶ λεπτομερῶν πληροφοριῶν. Ὅμως οἱ ὑπολογιστικὲς δυνατότητες τῶν σημερινῶν ὑπολογιστῶν, μὲ τὴν βοήθεια τῶν ὁποίων θὰ καταστεῖ δυνατὴ ἡ παροχὴ τῶν πληροφοριῶν αὐτῶν, εἶναι περιορισμένες.

Γιὰ τὴν κατασκευὴ ἐνὸς Μαθηματικοῦ Προτύπου στὸ ὁποῖο θέλομε νὰ εἰσαγάγομε ν τὸν ἀριθμὸν παραμέτρους, ἢ κάθε μιὰ ἀπὸ τὶς ὁποῖες μπορεῖ νὰ λάβει περισσότερες ἀπὸ 100 διαφορετικὲς τιμές, ὁ ἀριθμὸς τῶν δεδομένων παρατηρήσεως εἶναι 100<sup>ν</sup>. Οἱ συνήθεις ἀριθμητικὲς τεχνικὲς γιὰ τὴν λύση διαφορικῶν ἐξισώσεων πού ἀπαιτεῖ τὸ πρότυπο, μποροῦν μὲ ἐπιτυχία νὰ ἐφαρμοσθοῦν ἂν τό, ν, δὲν εἶναι μεγαλύτερο τοῦ 3 ἢ τοῦ 4. Ἄν τὸ ν ὑπερβαίνει τὸ 4, τότε τὸ πρόβλημα ξεφεύγει ἀπὸ τὶς ἱκανότητες τῶν Ὑπολογιστῶν πού διαθέτομε σήμερα. Γιὰ τὸν λόγο αὐτὸ ἡ προσπάθεια τῶν μαθηματικῶν ἔχει στραφεῖ πρὸς τὴν ἐπινόηση καὶ ἄλλων ἐκλεπτυσμένων μεθόδων (ὅπως εἶναι ἡ μέθοδος τοῦ διαχωρισμοῦ τῶν μεταβλητῶν στὴ λύση διαφορικῶν ἐξισώσεων) πού θὰ μπορούσαν νὰ ἀπλουστεύσουν τὰ πράγματα.



Ἐκτὸς ἀπὸ τὴν ομάδα τῶν μαθηματικῶν τοῦ *Los Alamos National Laboratory* καὶ ἄλλοι μαθηματικοὶ ἐργάζονται στὴν ἔρευνα γιὰ τὴν καταπολέμηση τῆς ἐπιδημίας τοῦ AIDS. Θὰ ἀναφέρω ἐνδεικτικὰ τὸ Πανεπιστήμιο τῆς *Utah*, τοῦ *Michigan*, τὸ *Cornel* κ.ἄ.

Παράλληλα μὲ τὶς ἔρευνες ποὺ ἀναφέραμε παραπάνω, ἄλλες ομάδες μαθηματικῶν προσπαθοῦν νὰ κατασκευάσουν μοντέλα ποὺ ἀφοροῦν τὴν ἀσθένεια καὶ ἀπὸ ἄλλης σκοπιᾶς, ὅπως π.χ. εἶναι ὁ τρόπος μὲ τὸν ὁποῖο μεταβάλλεται ἡ τριδιάστατη δομὴ τοῦ ἰοῦ τοῦ AIDS ἢ ὁ τρόπος μὲ τὸν ὁποῖο ὁ ἴδς καταστρέφει τὸ ἀνοσοποιητικὸ σύστημα τοῦ ἀνθρώπου, καθὼς ἐπίσης καὶ ὁ τρόπος μὲ τὸν ὁποῖο γίνεται ἡ μετάλλαξη τοῦ ἰοῦ.

Ἡ ομάδα τοῦ *Los Alamos* ἐργάζεται ἤδη πρὸς τὴν κατεύθυνση κατασκευῆς Μαθηματικοῦ Προτύπου τὸ ὁποῖο θὰ βοηθήσει τοὺς κοινωνικοὺς λειτουργοὺς νὰ ἀντιληφθοῦν καλύτερα τὰ τῆς ἐπιδημίας τοῦ AIDS.

Πρὸς τὸν ἴδιο σκοπὸ ἐργάζονται ἐρευνητὲς τοῦ Πανεπιστημίου τοῦ *Illinois*, ἐνῶ τὸ λεγόμενο *Census Bureau* (Ἵπηρεσία ἀπογραφῆς τοῦ Πληθυσμοῦ) παρέχει τὰ δεδομένα παρατηρήσεως (*data*).

Τὰ τελικὰ ἀποτελέσματα τῶν παραπάνω προσπαθειῶν θὰ χρησιμοποιηθοῦν, ἐνδεχομένως, ὡς μέρος ἐνὸς Δημογραφικοῦ Προτύπου τῆς Ἀφρικῆς τοῦ ὁποῖου ἡ ἐπιδημία τοῦ AIDS θὰ ἀποτελέσει τὴν μιὰ συνιστώσα.

#### Ἡ χ ρ η σ ι μ ὶ τ η τ α τ ῶ ν Μ α θ η μ α τ ι κ ῶ ν Π ρ ο τ ῦ π ω ν

Κατὰ τὴν ἐκτίμηση καὶ τῶν ἰδίων τῶν μαθηματικῶν τῆς ομάδας τοῦ *Los Alamos*, ἡ χρησιμότητα τῶν Μαθηματικῶν Προτύπων δὲν ἔγκειται τόσο στὴν παροχὴ πληροφοριῶν ποσοτικῆς (στατιστικῆς) φύσεως ὅσο στὸ ὅτι μᾶς παρουσιάζουν μιὰ ποιοτικὴ εἰκόνα τῆς Ἐπιδημίας ἢ ὁποῖα ἀπαντᾶ σὲ ἐρωτήματα ὅπως εἶναι αὐτὰ ποὺ ἔχουν σχέση μὲ τὴν ἀποτελεσματικότερη κατανομὴ τῶν δαπανῶν, καθὼς ἐπίσης καὶ μὲ τὸ νὰ βοηθήσουν στὴν πρόβλεψη καὶ λήψη τῶν πλέον ἀποτελεσματικῶν μέτρων κατὰ τῆς νόσου. Λόγω τῆς φύσεως τοῦ θέματος ἀναγκάζομαι νὰ περιορισθῶ σὲ γενικότητες. Παραδείγματα ἐρωτημάτων στὰ ὁποῖα ἀπαντοῦν τὰ Μαθηματικὰ Πρότυπα εἶναι τὰ ἀκόλουθα: Ἀπὸ πλευρᾶς σπουδαιότητος, τί προέχει περισσότερο, ἡ χρῆση καθαρῶν συρίγγων ἢ ἡ δημιουργία μεγάλων ἀποθηκῶν καθαροῦ αἵματος; Εἶναι προτιμότερο νὰ δαπανηθοῦν περισσότερα χρήματα γιὰ προφυλακτικὰ ἢ νὰ στραφοῦμε πρὸς τὴν ἔρευνα ἄλλων ἀσθενειῶν ποὺ μεταδίδονται διὰ τῆς σεξουαλικῆς ἐπαφῆς;

Πιστεύεται ὅτι τὰ προφυλακτικὰ μειώνουν τὸν κίνδυνο μόλυνσεως κατὰ 80%. Ὅμως πολλὰ ἄτομα δὲν ἐπιθυμοῦν νὰ μεταβάλουν τὴν σεξουαλική τους συμπεριφορά, παρὰ τὸν προφανῆ κίνδυνο ποὺ διατρέχουν.

Μιὰ ἐπιδημικὴ νόσος θὰ ἐξακολουθήσει νὰ παραμένει μέσα στὸν πληθυσμὸ ὅπου αὐτὴ ἐκδηλώθηκε, ἂν κάθε μολυσμένο ἄτομο, πρὶν νὰ ἐγκαταλείψει τὸν πληθυσμὸ, μολύνει τουλάχιστον ἓνα ἄλλο ἄτομο.

Ὁ παράγων ἐκεῖνος ποὺ μετράει τὴν δυνατότητα αὐτῆς τῆς συνεχίσεως ὑπάρξεως τῆς νόσου καλεῖται στὴν Ἐπιδημιολογία «παράγων ἀναπαραγωγῆς τῆς νόσου», συμβολίζεται μὲ τὸ γράμμα  $R$  (*reproductive factor*), καὶ ὀρίζεται μὲ τὴν σχέση  $R = CTD$ , ὅπου τὸ  $C$  παριστάνει τὴν συχνότητα ἐπαφῆς τοῦ ἀτόμου μὲ ἄλλα ἄτομα,  $T$  εἶναι ἡ πιθανότητα μεταδόσεως τῆς νόσου ἀνὰ ἐπαφήν, καὶ  $D$  παριστάνει τὴν διάρκεια παραμονῆς (ἐπωάσεως) τῆς μολύνσεως.

Π.χ. στὴν περίπτωση τοῦ AIDS ἓνα ἄτομο ποὺ ἔχει μολυνθεῖ μὲ τὸν ἰό, τὸ ὁποῖο ἔχει 200 σεξουαλικές ἐπαφές τὸ χρόνο ( $C = 200$ ) μὲ πιθανότητα μεταδόσεως τῆς νόσου 1% ( $T = 1/100$ ) καὶ περίοδο ἐπωάσεως 10 χρόνια ( $D = 10$ ), ὁ παράγων ἀναπαραγωγῆς ἴσουςται μὲ  $R = 200 \times 0.01 \times 10 = 20$ . Αὐτὸ σημαίνει ὅτι ὁ ἀριθμὸς τῶν μολυσμένων ἀτόμων, μετὰ τὴν ἀποχώρηση τοῦ ἐν λόγω ἀτόμου, αὐξήθηκε κατὰ 19.

Καταβάλλονται μεγάλες προσπάθειες ὁ παράγων ἀναπαραγωγῆς  $R$  νὰ γίνῃ μικρότερος τοῦ 1 (ἓνα), ὁπότε ἐνδεχομένως ἡ νόσος θὰ ἐξαφανισθεῖ. Ἡ χρησιμότητα τῶν Μαθηματικῶν Προτύπων ἔγκειται ἐπίσης στὸ ὅτι αὐτὰ μᾶς πληροφοροῦν κατὰ πόσο οἱ προσπάθειες αὐτές, κατὰ πόσο ἡ στρατηγικὴ ποὺ ἀκολουθεῖται γιὰ νὰ περιορισθεῖ ὁ παράγων  $R$  εἶναι ἀποτελεσματικὴ.

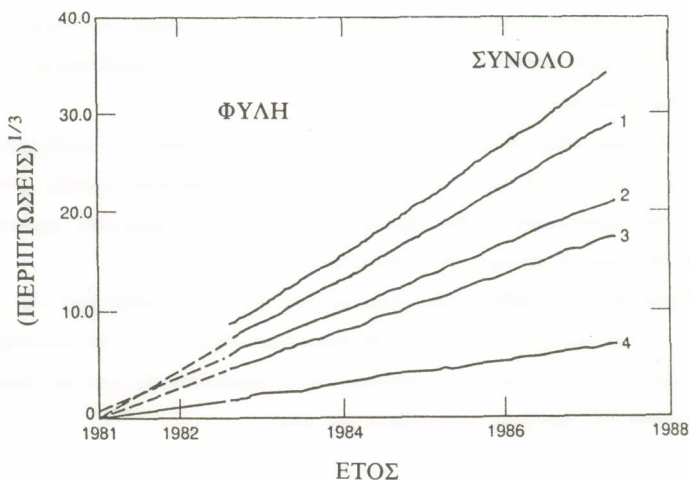
Ὁ James M. Hyman, ὁ ἐπὶ κεφαλῆς τῆς ἐν λόγω ὁμάδας, μολονότι διαβλέπει ὅτι τὰ Μαθηματικὰ Πρότυπα ὑπόσχονται πάρα πολλά, ἐκφράζει κάποια ἀνησυχία του λέγοντας: Αὐτὸ ποὺ φοβόμαστε περισσότερο ἀπ' ὅλα εἶναι ἡ κατὰ τρόπον αὐστηρῶς ἀπόλυτο ἐρμηνεία τῶν παρεχομένων προβλέψεων, ἀπὸ τὸ εὐρὸ κοινό. Τὸ κύριο πλεονέκτημα τῶν Μαθηματικῶν Προτύπων ἔγκειται στὴν ποιοτικὴ πρόβλεψη τῆς ἐπιδημίας. Οἱ ὑπάρχουσες στατιστικὲς μέθοδοι μποροῦν μὲ ἀρκετὴ ἀκρίβεια νὰ προβλέψουν τὸν ἀριθμὸ τῶν κρουσμάτων τοῦ AIDS, τὸ πολὺ, γιὰ τὰ προσεχῆ πέντε χρόνια. Τὰ πρότυπα τοῦ Los Alamos προέβλεψαν καὶ αὐτὰ καὶ πλησίασαν μὲ ἀκρίβεια 2% ἕως 3% τὰ ὑπάρχοντα δεδομένα παρατηρήσεως, ὅμως τὸ κύριο πλεονέκτημα τῶν μοντέλων εἶναι ὅτι ἐπιτρέπουν στοὺς ἐρευνητὲς νὰ μποροῦν νὰ ἐλέγχουν τὶς διαφορὲς ὑποθέσεις ποὺ διατυπώνονται σχετικὰ μὲ τὸ ὑπὸ μελέτην θέμα. Π.χ. καμιά στατιστικὴ μέθοδος δὲν μπορεῖ νὰ ἀπαντήσῃ στὸ ἐρώτημα: «Τί θὰ συμβεῖ ἂν ὁ ἀριθμὸς τῶν ἀτόμων ποὺ χρησιμοποιοῦν προφυλακτικὸ διπλασιασθεῖ, κατὰ τί αὐτὸ θὰ ἐπηρεάσει τὶς προβλέψεις γιὰ τὴν νόσο;» Δὲν ὑπάρχει τρόπος, ἡ ὑπόθεση ποὺ θέτει τὸ ἐρώτημα αὐτό, νὰ εἰσαχθεῖ στὴν μέθοδο «τῶν ἐλαχίστων τετραγώνων». Στὴν στατιστικὴ γίνεται εὐρεία χρῆση τῆς λεγομένης μεθόδου τῆς *extrapolation*, ἡ ὁποία συνίσταται στὸν ἐμπλουτισμὸ μιᾶς ἀκολουθίας στατιστικῶν δεδομένων μὲ κάποιο νέο στοιχεῖο τὸ ὁποῖο ὑπακούει στὸν νόμο ποὺ διέπει τὰ ἤδη ὑπάρχοντα στοιχεῖα τῆς ἀκολουθίας. Ἄν θελήσομε νὰ χρησιμοποιήσομε τὴν μαθηματικὴ ὁρολογία, θὰ λέγαμε ὅτι ἡ *extrapolation* συνίσταται στὸν προσδιορισμὸ τῆς τεταγμένης ἑνὸς σημείου εὐρισκομένου στὴν πρόεκταση μιᾶς καμπύλης καὶ ἡ ὁποία (τεταγμένη) ἐπαληθεύει τὴν ἐξίσωση τῆς ἐν λόγω καμπύλης. Μὲ

τὴν μέθοδο τῆς *extrapolation* μποροῦν νὰ γίνουν προβλέψεις μέχρι καὶ πέντε ἐτῶν, ἐνῶ τὰ Μαθηματικὰ Πρότυπα εἶναι ἱκανὰ νὰ κάνουν ποιοτικὲς προβλέψεις γιὰ πολὺ μακρότερα χρονικὰ διαστήματα.

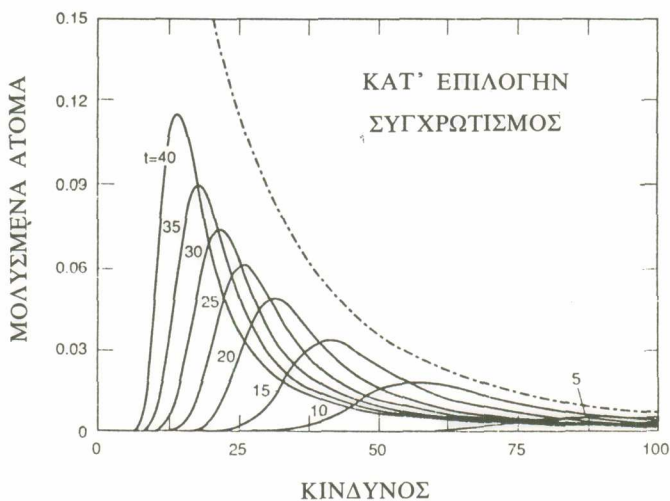
Ἡ ὅλη φιλοσοφία γύρω ἀπὸ τὰ Μαθηματικὰ Πρότυπα εἶναι νὰ προβληματίσει τὸ ἄτομο ὡς πρὸς τὴν μελλοντικὴ ἐξέλιξη τῆς νόσου. Δὲν περιορίζεται, ἀπλῶς, στὸ νὰ μᾶς πληροφορήσει πόσα κρούσματα AIDS ἔχουμε σήμερα, ἀλλὰ ἐπιπλέον προσπαθεῖ νὰ περιγράψει ποιά θὰ εἶναι ἡ εἰκόνα τῆς νόσου στὸ μέλλον.

Ὑπολογίζεται ὅτι τὸ πλῆθος τῶν ἀτόμων ποὺ ἔχουν μολυνθεῖ ἀπὸ τὴν ἀσθένεια ὑπερβαίνει τὸ ἓνα ἑκατομμύριο. Ἄν τὰ Μαθηματικὰ Πρότυπα ἐξακολουθήσουν νὰ παρέχουν βελτιωμένες εἰκόνες τῆς καταστάσεως, αὐτὸ ἀσφαλῶς θὰ ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα νὰ σωθεῖ ἓνας τεράστιος ἀριθμὸς συνανθρώπων μας.

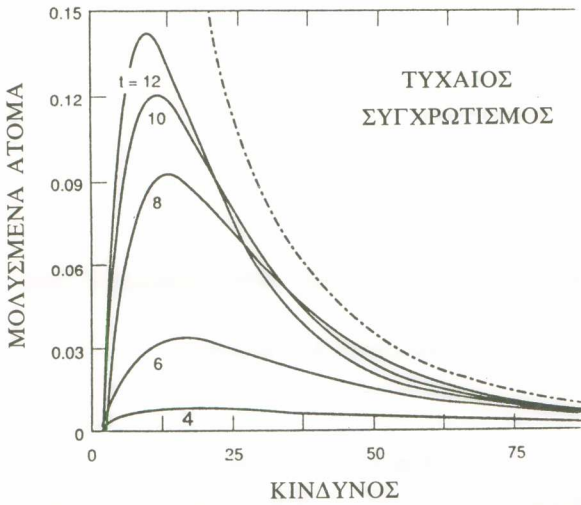




Σ χ ή μ α 1. Παριστάνει την κυβική ρίζα του αριθμού των περιπτώσεων του AIDS σε σχέση με τον χρόνο που παρατηρήθηκαν. Έπίσης παριστάνει τα ίδια δεδομένα παρατήρησης χωρισμένα σε ομάδες ανάλογα με την φυλή στην οποία κάθε άτομο ανήκει: 1. Λευκή, 2. Μαύρη, 3. Ίσπανική, 4. Άγνωστη.



Σ χ ή μ α 2. Μαθηματικό Πρότυπο βασισμένο στον «Κατ' επιλογήν συγχρωτισμό». Παρέχει το ποσοστό του πληθυσμού που έχει μολυνθεί, σε συνάρτηση με τον κίνδυνο που διατρέχει το άτομο. Έδω ό κίνδυνος μετριέται με τον αριθμό των έρωτικών συντρόφων κατ' έτος. Κάθε καμπύλη παριστάνει την κατανομή της μόλυνσεως σε δεδομένο χρόνο  $t$ , όπου ό  $t$  μετριέται σε έτη. Η στικτή γραμμή παριστάνει την κατανομή του κινδύνου στον πληθυσμό.



Σχ ή μ α 3. Παρέχει παρόμοιες πληροφορίες με εκείνες του Σχ. 2 με την διαφορά ότι το μαθηματικό αυτό Πρότυπο βασίζεται στον «τυχαίο συγχρωτισμό».

#### Β Ι Β Λ Ι Ο Γ Ρ Α Φ Ι Α

1. «AIDS and a risk-based model,» by Stirling A. Colgate, E. Ann Stanlay, James M. Hyman, Clifford R. Qualls, and Scott P. Layne, Los Alamos Science, Fall 1989.
2. «Los Alamos Researchers Model AIDS Epidemic,» by Stirling A. Colgate, James M. Hyman, and Stanley, SIAM News, May 1989.
3. «The Science of Computing: Modeling the AIDS Epidemic,» by Peter J. Denning, American Scientist, November/December, 1988.
4. «Mathematical and Statistical Approaches to AIDS Epidemiology» by C. Castillo-Chavez, Springer-Verlag, 1990.
5. NOTICES of the American Mathematical Society, Vol. 36, No 8, 1989.