ΑΝΑΚΟΙΝΩΣΕΙΣ ΜΗ ΜΕΛΩΝ

ANALYSE MATHÉMATIQUE.—Sur les couples de fonctions multiformes correspondant aux points d'une courbe algébrique de genre un et de genre zéro. *Note de M.* ***Th. Varopoulos.*** Présentée par M. Const. Maltezos.

---

1. Pour les systèmes de deux fonctions uniformes d'une variable liées par une relation algébrique de genre supérieur à l'Unité, on doit à M. PICARD[1] une proposition fondamentale à savoir:

Soit $$f(x,y)=o$$

une relation algébrique de genre supérieur à un. Nous supposons que l'on ait résolu cette relation du moyen de deux fonctions

$$x=a_0+a_1 z+a_2 z^2+\ldots$$

$$y=\beta_0+\beta_1 z+\beta_2 z^2+\ldots$$

méromorphes daus le cercle $|z|<R$ *il existe un nombre* R_0 *ne dépendant que de* a_0 *et de* a_1 *tel que à l'intérieur de tout cercle de rayon* R_0 *une des deux fonctions* x *et* y *au moins cesse d'être méromorphe.*

M. MONTEL a completé le théorème de M. PICARD; pour les couples de fonctions uniformisautes il a introduit des couples de valeurs exceptionnelles.

On lui doit[2] les deux théorèmes qui suivent

1°. *Il existe un nombre* R_0 *ne dépendant que de* a_0 a_1 a, β *tel que, dans tout cercle de centre origine et de rayon supérieur à* R_0 *ou bien l'une des fonctions* x, *et* y *cesse d'êtve méromorphe, ou bien le point* (x, y) *de la surface correspondante de Riemann coïncide avec le point* (a, β).

On suppose que lorsque z vérifie $|y|<R$ le point (x, y) ne coïncide jamais avec un point déterminé (a, b) de la sur-

[1] E. PICARD. *Sur les systèmes de deux fonctians uniformes d'une variable liées par une relation algébrique.* (Bulletin de la Societé Mathématique de France, t XL, 1912, p. 201-205).

[2] P. MONTEL. *Leçons sur les familles normales de fonctions analytiques et leurs applications.* (Collection de monographies sur la théorie des fonctions pulliée sous la direction de M. Borel). Édition Gauthier-Villars et Cie, Paris 1927. p. 252-258.

face de Riemann; c'est un point exceptionnel pour le couple selon la terminologie de M. MONTEL.

2°. Pour le cas de genre zéro on introduit trois points exceptionnels (a, b), (a′ b′), (a″, b″).

Il existe un nombre R_0 ne dépendant que de a, b, a′, b′, a″, b″, a_0, b_1 tel que à l'intérieur de tout cercle origine et de rayon superieur à R_0 ou bien l'une des fonctions x *et* y *cesse d'être méromorphe ou bien l'un des points* (a, b), (a′, b′), (a″, b″) *au moins, cesse d'être exceptionnel pour le couple.*

2. Je me propose d'établir deux propositions analogues à celles de M. MONTEL lorsqu'on remplace x, y par deux fonctions non uniformes dans le cercle $|z| < R$

Je considère les deux algébroïdes dans ce cercle

$$x^\nu + f_1(z)x^{\nu-1} + f_2(z)x^{\nu-2} + \ldots + f_\nu(z) = 0$$

$$y^\varrho + g_1(z)y^{\varrho-1} + g_2(z)y^{\varrho-2} \ldots + g_\varrho(z) = 0$$

uniformisant la relation algébrique

$$f(x,y) = 0$$

pour le cercle $|z| < R$

Soit
$$f_1 = a_0^1 + a_1^1 z + a_2^1 z^2 + \ldots$$
$$f_2 = a_0^2 + a_1^2 z + a_2^2 z^2 + \ldots$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$f_\nu = a_0^\nu + a_1^\nu z + a_2^\nu z^2 + \ldots$$

dans le cercle et supposons que lorsque z est intérieur à $|z| < R$ le point (x, y) ne coïncide jamais avec un point fixe (α, β) de la surface de Riemann.

Supposons-le exceptionnel pour le couple d'ordre ν.

Dans ces conditions lorsque le genre est $p=1$ on en dnduit une limite supérieure pour R ne dépendant que de α_0^i, α_1^i, α, β, ν $(i^1 = 1, 2, \ldots, \nu)$

I. Théorème: *Considérons une relation algébrique*

$$f(x, y) = 0$$

de genre un que l'on ait résolu au moyen de deux fonctions non uniformes

$$x^\nu + f_1(z)x^{\nu-1} + \ldots + f_\nu(z) = 0$$

$$y^\varrho + g_1(z)y^{\varrho-1} + \ldots + g_\varrho(z) = 0$$

dans le cercle (c), $|z| < R$

Soit $f_i = a_0^i + a_1^i z + a_2^i z_2 + \ldots \qquad i^1 = 1, 2, \ldots, v$

dans ce cercle.

Il existe un nombre R_0 ne dépendant que de a_0^i, a_1^i *et de* (a, b) *qui est un point exceptionnel d'ordre v pour le couple, tel que, à l'intérieur de tout cercle de rayon supérieur à R_0 ou bien une des deux fonctions* x, y *cesse d'être algébroïde dans le cercle* (c) *ou bien le point* (a, b) *de la surface de Riemann cesse d'être exceptionnel d'ordre* v[1].

Supposons maintenant que la relation algébrique soit de genre zéro. On a besoin de trois points exceptionnels[2] (α_1, β_1), (α_2, β_2), (α_3, β_3); lorsque z est dans le cercle $|z| < R$ le point (x, y) ne coïncide jamais avec ces points de la surface de Riemann· on en déduit une limite supérieure pour R:

II. Théorème: *Il existe un nombre R_0 ne dépendant que de* a_0^i, a_1^i *et de* $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ *tel que, à l'intérieur de tout cercle de centre origine et de rayon supérieur à R_0, ou bien l'une des fouctious* x *et* y *cesse d'être algébroïde ou bien le point* (α_1, β_1) *ou* (α_2, β_2) *ou* (α_3, β_3) *cesse d'être exceptionnel d'ordre* v *pour le couple.*

Αἱ ἀλγεβρικαὶ σχέσεις γένους μηδὲν καὶ ἕν.

Ἐὰν θεωρήσωμεν μίαν ἀλγεβρικὴν σχέσιν

$$f(x,y) = 0$$

γένους p καὶ ὑποθέσωμεν ὅτι $p > 1$ λύσωμεν δὲ ταύτην διὰ δύο συναρτήσεων

$$x = \alpha_0 + \alpha_1 z + \ldots$$

$$y = \beta_0 + \beta_1 z + \ldots$$

μερομόρφων ἐντὸς ἑνὸς κύκλου

$$|z| < R$$

τότε διὰ τὴν ἀκτῖνα R ὁ PICARD εὗρεν ἀνώτερον ὅριον ἐξαρτώμενον μόνον ἐκ τῶν α_0, α_1 τοιοῦτον ὥστε ἐντὸς κύκλου ἔχοντος κέντρον τὴν ἀρχὴν καὶ ἀκτῖνα R (α_0, α_1) ἢ x ἢ y παύει νὰ εἶναι συνάρτησις μερόμορφος.

Ὁ PICARD ὑποθέτει ὅτι τὸ γένος τῆς ἀλγεβρικῆς σχέσεως εἶναι μεγαλείτερον τῆς μονάδος.

Τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν τὸ γένος p εἶναι *μηδὲν* ἢ *ἓν* ἐξετάζει ὁ MONTEL εἰς τὸ βιβλίον του «*Leçons sur les familles normales de fonctions analytiques et*

[1] P. MONTEL. loc· cité p. 292 § 143

[2] d'ordre v

leurs applications» τῆς Collection de monographies sur la théorie de fonctions publiée sous la Direction de M. BOREL καὶ εὑρίσκει ἰδιότητας αἵτινες δίδουν ἀνώτερον ὅριον τῆς ἀκτῖνος τοῦ κύκλου $|z| < R$.

Εἰς τὴν παροῦσαν ἐργασίαν ἐπεκτείνονται τὰ θεωρήματα τοῦ MONTEL εἰς τὰς συναρτήσεις τὰς μὴ μονοτίμους: εἰς τὴν ἀλγεβρικὴν σχέσιν $f(x,y)=0$ τίθεται ἀντὶ x συνάρτησις πλειονότιμος καὶ ἀντὶ y ἐπίσης, καὶ ὁρίζεται ἀνώτερον ὅριον διὰ τὴν ἀκτῖνα τοῦ κύκλου $|z| < R$.

Πρὸς τοῦτο εἰσάγονται σημεῖα ἐξαιρετικὰ τῆς ἀντιστοίχου ἐπιφανείας τοῦ RIEMANN ἓν διὰ τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν τὸ γένος εἶναι *ἓν* καὶ τρία ἐξαιρετικὰ σημεῖα διὰ τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν τὸ γένος εἶναι *μηδέν*.

ΕΦΗΡΜΟΣΜΕΝΗ ΦΥΣΙΚΗ. — **Ἡ ἄμεσος χρησιμοποίησις τῆς ἡλιακῆς θερμότητος** *, *ὑπὸ τοῦ κ.* ***Γ. Κωνσταντινίδου.*** Ἀνεκοινώθη ὑπὸ τοῦ κ. Κ. Μαλτέζου.

Τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος τὸ ὁποῖον πέμπει ὁ ἥλιος πρὸς τὴν γῆν ἀνὰ 1 ἑκ^2 καὶ 1 λεπτὸν ἰσοῦται ὡς γνωστὸν πρὸς 2 περίπου θερμίδας, πρὸ τῆς εἰσόδου τῶν ἀκτίνων εἰς τὴν γηΐνην ἀτμοσφαίραν.

Ἐκ τοῦ ποσοῦ τούτου τῆς θερμότητος τὰ 0,4 κατὰ μέσον ὅρον ἀπορροφῶνται ὑπὸ τῆς ἀτμοσφαίρας, ἡ δὲ ὑπόλοιπος θερμότης προσπίπτει ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς.

Πρὸς τεχνικὴν χρησιμοποίησιν τῆς θερμότητος ταύτης ἔχουσι προταθῇ διάφοροι μέθοδοι ἐκ τῶν ὁποίων, ἄλλαι μὲν ἀποβλέπουν εἰς τὴν ἀπ' εὐθείας μετατροπὴν τῆς ἡλιακῆς θερμότητος εἰς ἠλεκτρικὸν ῥεῦμα τῇ βοηθείᾳ τῶν θερμοηλεκτρικῶν στηλῶν, ἄλλαι δὲ εἰς τὴν παραγωγὴν μηχανικῆς ἐνεργείας διὰ τῆς συνήθους θερμικῆς ὁδοῦ.

Ἡ πρώτη συσκευὴ ἥτις κατεσκευάσθη πρὸς παραγωγὴν μηχανικῆς ἐνεργείας διὰ χρησιμοποιήσεως τῆς ἡλιακῆς θερμότητος εἶναι ὁ ὑπὸ τοῦ Mouchot ἐφευρεθεὶς προσηλιαστήρ, ὅστις ἐτελειοποιήθη καὶ κατεσκευάσθη τῷ 1880 ὑπὸ τοῦ Abel Piffre.

Ἀπετελεῖτο ἡ συσκευὴ αὕτη ἐξ ἑνὸς παραβολικοῦ κατόπτρου, τὸ ὁποῖον τῇ βοηθείᾳ ἡλιοστάτου συνεκέντρου διαρκῶς τὰς ἡλιακὰς ἀκτῖνας ἐπὶ μικροῦ ἀτμολέβητος τοποθετημένου εἰς τὸ κέντρον τοῦ κατόπτρου. Τὸ ἐντὸς τοῦ λέβητος ὕδωρ ἐτίθετο εἰς βρασμὸν καὶ οἱ παραγόμενοι ἀτμοὶ ἐχρησιμοποιοῦντο πρὸς κίνησιν συνήθους ἐμβολοφόρου ἀτμομηχανῆς.

Ἑτέρα ἐγκατάστασις βασιζομένη ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς, πολὺ μεγαλειτέρας ὅμως ἰσχύος, κατεσκευάσθη ἐν Αἰγύπτῳ ὑπὸ τῶν Schumann καὶ Ackermann καὶ ἐχρη-

---

* **G. CONSTANTINIDIS. — Utilisation directe de la chaleur solaire.**

* Ἀνεκοινώθη κατὰ τὴν συνεδρίαν τῆς 8 Μαρτίου 1928.