ressanten Verbindungen des Eiweisses mit Formaldehyd, mit Estern, Alkoholen und höheren Aldehyden an. Es würde sehr interessant sein festzustellen, ob Pyridinhomologe, in denen das N Atom im Pyridinkern vollkommen abgesätigt ist (fünfwertig), die analogen Eiweissverbindungen hervorrufen.

Weitere diesbezügliche Untersuchungen, sowie Versuche über die Natur dieser Verbindung, sind im Gange.

Aus dem Pharmakologischen Institut
der Universität Athen.

ΠΕΡΙΛΗΨΙΣ

Τῇ ἐπιδράσει πυριδίνης ἐπὶ λευκώματος ᾠοῦ παράγεται μετ' ἐκκλήσεως θερμότητος σῶμα λευκόν, ὅπερ θερμαινόμενον εἰς τοὺς 100° μεταβάλλεται εἰς ὑγρὸν διαυγὲς ὑποκίτρινον. Διὰ τῆς προσθήκης νῦν μεγαλυτέρας ποσότητος πυριδίνης κατακρημνίζεται σῶμα λευκόν, ὅπερ ἐν τελείως ξηρᾷ καταστάσει ἔχει ὑφὴν κρυσταλλοειδῆ καὶ τὸ ὁποῖον συμφώνως πρὸς τὰς ἀναλύσεις πρέπει νὰ ἐκληφθῇ ὡς ἕνωσις λευκώματος μετὰ πυριδίνης.

Ἡ διάλυσις λευκώματος πυριδίνης ἐν ὕδατι πήγνυται κατὰ τὴν ζέσιν καὶ δίδει σχεδὸν ἁπάσας τὰς ἀντιδράσεις τῶν λευκωμάτων.

Χαρακτηριστικὴ εἶναι ἡ ἔλλειψις τῆς ἰσχρώου ἀντιδράσεως μετὰ πυκνοῦ ὑδροχλωρικοῦ ὀξέος, γεγονὸς ὅπερ παρετηρήσαμεν ὡσαύτως εἰς τὸ μεθυλενιολεύκωμα τοῦ Blum ὡς καὶ εἰς τὴν ζελατίνην. Ἐπίσης ἡ ὑφ' ἡμῶν εὑρεθεῖσα ἕνωσις λευκώματος καὶ πυριδίνης δὲν δίδουν ἴζημα μετὰ πικρικοῦ ὀξέος. Ἡ ἕνωσις αὕτη πέπτεται ὑπὸ τῆς πεψίνης ὡς καὶ τῆς τριψίνης ἀλλ' εἰς μικροτέραν κλίμακα.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΙΣ.—Sur quelques propriétés des polygones convèxes*, *par Th. Varopoulos*. Ἀνεκοινώθη ὑπὸ κ. Κ. Μαλτέζου.

1. *Je considère une fonction* $\varphi(x)$ *convexe, pour*

$$0 \leqslant x \leqslant 1;$$

le minimum de la somme:

$$u = \varphi(x) + \varphi(y) + \varphi(z) + \cdot \cdot + \varphi(w),$$

avec

$$x + y + z + \cdot \cdot + w = 1,$$

est atteint, pour

$$x = y = z = \cdot \cdot = w = \frac{1}{p};$$

s'il y a p *variables.*

En effet, si $x \neq y$, on remplace u par

$$u_1 = \varphi\left(\frac{x+y}{2}\right) + \varphi\left(\frac{x+y}{2}\right) + \varphi(z) + \cdot \cdot + \varphi(w),$$

* Θ. ΒΑΡΟΠΟΥΛΟΥ.— Περί τινων ἰδιοτήτων τῶν κυρτῶν πολυγώνων.

qui est plus petit, car

$$\varphi\left(\frac{x+y}{2}\right) < \frac{\varphi(x)+\varphi(y)}{2};$$

ensuite, si

$$\frac{x+y}{2} \neq z,$$

on remplace u_1 par

$$u_2 = \varphi\left(\frac{x+y+z}{3}\right) + \varphi\left(\frac{x+y+z}{3}\right) + \varphi\left(\frac{x+y+z}{3}\right) + \cdots + \varphi(w),$$

qui est plus petit, car

$$2\varphi\left(\frac{x+y}{2}\right) + \varphi(z) > 3\varphi\left(\frac{x+y+z}{3}\right)$$

et ainsi de suite;

donc, *le minimum ne peut être que*

$$p\varphi\left(\frac{1}{p}\right).$$

2. Appliquons ce lèmme pour $\varphi(x) = \mathrm{tg}^n x$, n étant un entier positif,

$$0 \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{2}, \qquad \text{avec } p = 3.$$

On a $\varphi''(x) > 0$, donc, $\varphi(x)$ est une fonction convexe; *La somme*

$$u = \varphi(A) + \varphi(B) + \varphi(C),$$

pour un triangle acutangle, atteint son minimum pour

$$A = B = C = \frac{\pi}{3};$$

ce minimum est

$$3\left(\mathrm{tg}\,\frac{\pi}{3}\right)^n = 3\left(\sqrt{3}\right)^n.$$

Nous retrouvons, ainsi, d'une manière simple, le resultat de M. Criticos[1], à savoir:

L'inegalité

$$\mathrm{tg}^n A + \mathrm{tg}^n B + \mathrm{tg}^n C \geqslant 3\left(\sqrt{3}\right)^n$$

est valable pour tout triangle acutangle, et pour n *entier* > 0.

Lorsque

$$\mathrm{tg}^n A + \mathrm{tg}^n B + \mathrm{tg}^n C = 3\left(\sqrt{3}\right)^n$$

le triangle est équilateral.

Pour un triangle ayant un angle obtus, le minimum est zéro, pour n pair, $-\infty$ pour n impair.

[1] *Sur quelques inégalités ayant lieu entre trois quantités, liées par la relation* $x+y+z = xyz$, *et quelques applications au triangle.* Actes du Congrès Interbalkanique de Mathématiciens, Athènes, 2-9 Septembre, 1934, (I), Imprimerie Nationale, 1935, p. 157-158.

3. Considérons la fonction $\varphi(x) = \cot^n x$, n entier et positif,

$$0 \leqslant x \leqslant \frac{\pi}{2}, \qquad p = 3$$

nous avons

$$\varphi''(x) > 0$$

$\varphi(x)$ est convexe, et, alors, *la somme*

$$u = \varphi(A) + \varphi(B) + \varphi(C)$$

pour un triangle acutangle, atteint son minimum pour

$$A = B = C = \frac{\pi}{3};$$

ce minimum est

$$\frac{3}{(\sqrt{3})^n}$$

4. *Si le triangle a un angle obtus* A, *le minimum est* 2. En effet, si A est fixe, le minimum aura lieu pour

$$B = C = \frac{\pi - A}{2};$$

comme on le voit, en appliquant le lèmme du § 1, pour $p = 2$. On a, alors, la valeur

$$2 \cot^n B - \cot^n (2B) \qquad 0 \leqslant B \leqslant \frac{\pi}{4}$$

or,

$$\cot^n B \geqslant 1, \qquad \text{et} \qquad \cot^n B - \cot^n (2B) \geqslant 1;$$

car,

$$\cot^n B - \cot^n (2B) = \left[\cot B - \cot(2B)\right]\left[\cot^{n-1} B + \cot^{n-2} B \cot(2B) + \cdots + \cot^{n-1}(2B)\right]$$

et

$$\cot B - \cot(2B) \geqslant 1;$$

ou

$$\cot B - \frac{\cot^2 B - 1}{2 \cot B} - 1 = \frac{(\cot B - 1)^2}{2 \cot B} \geqslant 0;$$

la valeur 2 est atteinte pour

$$B = C = \frac{\pi}{4}, \qquad A = \frac{\pi}{2}$$

mais

$$\frac{3}{(\sqrt{3})^n} < \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} < 2$$

Donc[1], *pour tout triangle le minimum de l'expression*

$$\cot^n A + \cot^n B + \cot^n C$$

est

$$\frac{3}{(\sqrt{3})^n};$$

le minimum est atteint pour le triangle equilateral.

[1] Loc. cit.

5. Plus généralement, *le minimum de*

$$f(\operatorname{tg} A)+f(\operatorname{tg} B)+f(\operatorname{tg} C)$$
$$f(\cot A)+f(\cot B)+f(\cot C)$$

pour les triangles acutangles, a lieu pour

$$A=B=C=\frac{\pi}{3};$$

si f(x) *est une fonction croissante et convexe.*

Exemple $$f(x)=x^n \qquad (x>0).$$

De même, *si* $p \geqslant 2$ *les expressions*

$$\operatorname{tg}^n\left(\frac{A}{p}\right)+\operatorname{tg}^n\left(\frac{B}{p}\right)+\operatorname{tg}^n\left(\frac{C}{p}\right)$$

$$\cot^n\left(\frac{A}{p}\right)+\cot^n\left(\frac{B}{p}\right)+\cot^n\left(\frac{C}{p}\right)$$

sont minima pour un triangle quelconque, si

$$A=B=C=\frac{\pi}{3};$$

Voici, encore, deux propositions, concernant les polygones convexes.

I. *Pour un quadrilatère convexe, le minimum de la somme*

$$\operatorname{tg}^n\frac{A}{2}+\operatorname{tg}^n\frac{B}{2}+\operatorname{tg}^n\frac{C}{2}+\operatorname{tg}^n\frac{D}{2};$$

n *entier* >0, *est atteint pour le rectangle; ce minimum est 4.*

II. *Pour un polygone convexe, de* p *côtés, le miuimum de*

$$\operatorname{tg}^n\frac{A}{2}+\operatorname{tg}^n\frac{B}{2}+\operatorname{tg}^n\frac{C}{2}+\cdots+\operatorname{tg}_n\frac{L}{2}$$

a lieu pour

$$A=B=C=\cdots=L=\frac{(p-2)\pi}{p};$$

ce minimum est

$$p\cot^n\left(\frac{\pi}{p}\right).$$

ΠΕΡΙΛΗΨΙΣ

Ἡ ἑπομένη ἰδιότης τῶν κυρτῶν συναρτήσεων $\varphi(x)$, διὰ $0 \leqslant x \leqslant 1$, καθ' ἣν «τὸ ἄθροισμα $\varphi(x_1)+\varphi(x_2)+\cdots+\varphi(x_p)$,

ὅταν $x_1+x_2+x_3+\cdots+x_p=1$,

γίνεται ἐλάχιστον, ἐὰν

$$x_1=x_2=\cdots=x_p=\frac{1}{p}\text{»},$$

μᾶς ἐπιτρέπει νὰ εὕρωμεν διαφόρους ἐλαχιστικὰς ἰδιότητας τῶν κυρτῶν πολυγώνων.