

λοιπόν τοῦ αὐτοκεφάλου τῶν ἐπὶ μέρους Ἐκκλησιῶν ἐν τοῖς πράγμασι περιορίζετο ἀκριβῶς ὑπ' αὐτῆς. Ἔχει λοιπόν καὶ γενικωτέραν σημασίαν τὸ τακτικὸν τοῦ Τσιμισκῆ.

Κίμωνος Α. Παραγοπούλου: Σχέσεις μεταξύ κυκλοπεντανοφαινανθρενικῶν παραγῶγων καὶ ἐνζύμων: I Ἐπίδρασις α - οἰστραδιόλης καὶ διοξυδισουλφονίου ἐπὶ τῆς περιεκτικότητος τοῦ αἵματος εἰς φωσφορομονοεστέρην ΑΙ.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ. — **Ondes gravifiques du corpuscule monobipolaire** * *par P. Papapetrou*. — Présentée par C. Maltézos.

§ 1. Les ondes gravifiques sont une conséquence de la théorie de la relativité généralisée, qui n'a reçu aucune vérification expérimentale et ne présente par conséquent qu'un intérêt purement théorique. D'après cette théorie, de l'énergie est rayonnée par ondes gravifiques toutes les fois qu'un corps en mouvement de rotation n'est pas symétrique par rapport à son axe de rotation. Ce rayonnement a été étudié en détail pour le cas macroscopique d'une barre tournant autour d'un axe normal à celle-ci¹. Ces calculs ont mis en lumière l'existence d'un très faible rayonnement, croissant rapidement avec la vitesse de rotation, mais en somme absolument négligeable, pour toutes les vitesses pratiquement réalisables.

On connaît cependant aujourd'hui le cas d'un corpuscule microscopique non symétrique par rapport à son axe de rotation, pour lequel il faut présumer un rayonnement gravifique: c'est le cas du corpuscule mono-bipolaire qui constitue le modèle classique de l'électron magnétique², et dont le rayonnement gravifique peut être par contre considérable, la vitesse de mouvement de ce corpuscule se rapprochant de celle de la lumière. A ce rayonnement on ne doit pas attacher une signification physique immédiate, l'électron magnétique étant un corpuscule stable. Pourtant, la considération de ce rayon-

* Α. ΠΑΠΑΠΕΤΡΟΥ, Βαρυτικά κύματα τοῦ μονοδιπολικοῦ σωματίου.

¹ Voir A. S. Eddington, Relativitätstheorie in mathematischer Behandlung, Springer 1925.

² H. Hönl et A. Papapetrou, ZS. f. Phys. **112**, (1939), 512, **114**, (1939) 478 et **116**, (1940), 153. Par la suite cités sous I, II, III.

nement peut probablement nous être utile dans une étude plus générale du problème du corpuscule mono-bipolaire et c'est pour cette raison que nous avons procédé à son évaluation. Comme pour la barre tournante, le calcul repose sur la solution générale approchée des équations gravifiques, d'après lesquelles d'ailleurs on avait étudié d'abord le corpuscule mono-bipolaire. Cette évaluation ne présente pas aucune difficulté fondamentale, mais les calculs en sont longs; pour être bref nous ne donnerons que les équations de départ et les résultats finaux. Nous nous bornerons au cas du corpuscule mono-bipolaire à trajectoire circulaire, en repos macroscopique¹.

§ 2. Dans le cas de la barre tournante, deux méthodes différentes de calcul ont été appliquées. La première comporte l'application directe de la relation²:

$$\frac{dE}{cdt} = \int_V \frac{\partial}{c\partial t} \left(\sqrt{g} T^4_4 \right) dv = \frac{1}{2} \int_V \sqrt{g} T^{kr} \frac{\partial g_{kr}}{c\partial t} dV, \quad (1)$$

E étant l'énergie totale contenue dans le volume v, T^{kr} le tenseur de matière, g_{kr} le tenseur métrique fondamental, et g le déterminant de g_{kr} . Dans la solution approchée des équations gravifiques les g_{kr} se déduisent des potentiels φ_{kr} d'après les relations:

$$g_{kr} = \delta_{kr} + \varphi_{kr} - \frac{1}{2} \delta_{kr} (-\varphi), \quad \varphi = \varphi_a^a,$$

et l'équation (1) devient

$$\frac{dE}{cdt} = \frac{1}{2} \int_V T^{kr} \frac{\partial \varphi_{kr}}{c\partial t} dV - \frac{1}{4} \int_V T \frac{\partial \varphi}{c\partial t} dV, \quad T = T_a^a. \quad (1a)$$

La deuxième méthode est basée sur la transformation de (1a) en intégrale étendue sur la surface S qui limite le volume V. On déduit:

$$\frac{dE}{cdt} = \int_S t_n^+ dS, \quad (2)$$

où t_n^+ est la composante suivant la normale extérieure de la surface S du «vecteur Poynting» du rayonnement gravifique. On a³:

$$t_n^+ = \frac{K}{2\pi} \left(\frac{\partial \varphi_{kr}}{\partial n} \frac{\partial \varphi_{kr}}{c\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial \varphi}{\partial n} \frac{\partial \varphi}{c\partial t} \right), \quad (2a)$$

K la constante d'attraction universelle.

¹ Voir I et II.

² Voir A. S. Eddington, l. c. § 74a, relation 74, 1 a.

³ Voir A. S. Eddington, l. c. § 59a.

§ 3. La première méthode peut être appliquée au corpuscule mono-bipolaire avec $p_K = 0$ et $n_{Kr} = 0$, lequel peut être représenté par une distribution linéaire de la masse¹. Le calcul peut être effectué pour toutes les vitesses v du corpuscule sur sa trajectoire, et le résultat final s'écrit:

$$\frac{dE}{cdt} = - \frac{32 + 8\beta^2}{5} \cdot \frac{K\mu^2}{R^2} \cdot (-)\beta^6 u_0^6, \quad (3)$$

où μ est la masse du corpuscule, R le rayon de la trajectoire et u_0 la composante de temps de la vitesse:

$$u_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}. \quad (3a)$$

§ 4. La deuxième méthode a l'avantage de pouvoir être utilisée pour un corpuscule mono-bipolaire quelconque et donne même la distribution de l'énergie rayonnée dans l'espace. Elle utilise seulement les valeurs des potentiels φ_{Kr} du corpuscule sur la surface S , laquelle peut être par exemple une sphère de très grand rayon, et dont le centre serait celui de la trajectoire du corpuscule. Ici encore les calculs sont excessivement longs et pour cela ils n'ont été effectués que pour certains cas spéciaux, pour lesquels nous donnons les résultats finaux.

I) Dans le cas du corpuscule avec $p_K = 0$ et $n_{Kr} = 0$, la seconde méthode donne une vérification du résultat (3). Le calcul, effectué pour les deux cas limites $\beta \ll 1$ et $u_0 \gg 1$, conduit aux formules suivantes, qui d'ailleurs peuvent être déduites directement de l'équation (3):

$$\left. \begin{aligned} \beta \ll 1 : \quad \frac{dE}{cdt} &= - \frac{32}{5} \cdot \frac{K\mu^2\beta^6}{R^2}, \\ u_0 \gg 1 : \quad \frac{dE}{cdt} &= - 8 \cdot \frac{K\mu^2 u_0^6}{R^2}. \end{aligned} \right\} (3')$$

La première de ces relations coïncide avec le résultat obtenu pour la barre tournante². En ce qui concerne la distribution de l'énergie rayonnante dans

¹ Voir modèle à deux masses dans II. Dans le calcul de la barre tournante, Eddington suppose que la distribution de la masse sur la barre tournante est symétrique par rapport à l'axe de rotation. Cette condition n'est pas indispensable, et il suffit d'introduire la condition plus générale que le centre de gravité se trouve sur l'axe de rotation. Cette condition est satisfaite par le corpuscule mono-bipolaire, comme par tout système isolé en rotation.

² Voir A. S. Eddington, l. c. relation 59, 9a.

l'espace, le cas où $u_0 \gg 1$ présente un intérêt particulier. La quantité t_n^4 a dans ce cas un maximum très accentué sur le plan de la trajectoire, autrement dit le rayonnement est émis presque uniquement sur ce plan.

II) Dans le cas du corpuscule avec $p_{kr} = 0$ et $n_{kr} = 0$ on obtient les résultats suivants :

$$\left. \begin{aligned} \beta \ll 1 : \quad \frac{dE}{cdt} &= -\frac{2}{5} \cdot \frac{K\mu^2\beta^4}{R^2}, \\ u_0 \gg 1 : \quad \frac{dE}{cdt} &= -2 \cdot \frac{K\mu^2 u_0^6}{R^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Pour $u_0 \gg 1$ le rayonnement est également émis presque uniquement sur le plan de la trajectoire.

§ 5. Nous comparons le rayonnement gravifique au rayonnement électromagnétique, qui serait émis, si ce corpuscule possédait une charge électrique e . Le rayonnement électromagnétique est donné par la formule :

$$\left(\frac{dE}{cdt} \right)_{em} = - \int T_n^4 dS, \quad (5)$$

où T_n^4 est la composante suivant la normale extérieure à S du vecteur Poynting. Le calcul de ce rayonnement électromagnétique est très simple et le résultat final est

$$\left(\frac{dE}{cdt} \right)_{em} = -\frac{2}{3} \frac{e^2 p^4 u_0^4}{R^2}. \quad (5a)$$

Pour $\beta \ll 1$ ce rayonnement dépend de β de la même manière que le rayonnement gravifique du corpuscule mono-bipolaire, de sorte que le rapport de ces deux rayonnements est indépendant de β :

$$\lambda = \left(\frac{dE}{cdt} \right)_{gr} : \left(\frac{dE}{cdt} \right)_{em} = \frac{3}{5} \frac{K\mu^2}{e^2},$$

et pour l'électron ($\mu = 0,9 \cdot 10^{-27}$ gr, $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$ u.e.s.), est de l'ordre de grandeur 10^{-43} . Pour le corpuscule avec $n_{kr} = 0$ ce rapport contient le facteur β^2 et par conséquent il est encore plus petit. Pour $u_0 \gg 1$ le rayonnement électromagnétique croît proportionnellement à u_0^4 , tandis que le rayonnement gravifique est proportionnel à u_0^6 . Par conséquent le rapport λ augmente selon u_0^2 :

$$\lambda = \left(\frac{dE}{cdt} \right)_{gr} : \left(\frac{dE}{cdt} \right)_{em} = u_0^2 \frac{K\mu^2}{e^2},$$

et pour

$$u_0^2 \approx \frac{e^2}{K\mu^2} \approx 10^{-43}$$

il serait $\lambda = 1$. Cette valeur de u_0^2 est du même ordre de grandeur avec celle qui résulte de l'hypothèse de I, p. 529, sans qu'il puisse être attribué à cette coïncidence une signification physique déterminée.

Nous donnons aussi la valeur moyenne dans le temps de T_n^4 pour le cas $u_0 \gg 1$, dont on peut déduire la distribution du rayonnement dans l'espace:

$$T_n^4 = \frac{e^2}{8\pi r^2 R^2} \left[3(1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{-\frac{5}{2}} - \frac{5}{4u_0^2} (1 - \beta^2 \sin^2 \theta)^{-\frac{7}{2}} \right]; \quad (6)$$

r est le rayon de la sphère S et θ l'angle compris entre la direction de l'émission et la normale au plan de la trajectoire. La quantité $\overline{T_n^4}$ a un maximum très accentué pour $\theta = \frac{\pi}{2}$. On voit donc que, dans le cas $u_0 \gg 1$, le rayonnement électromagnétique est émis presque uniquement sur le plan de la trajectoire, tout comme le rayonnement gravifique.

Π Ε Ρ Ι Δ Η Ψ Ι Σ

Δίδονται τὰ ἀποτελέσματα τοῦ ὑπολογισμοῦ τῆς ἀκτινοβολουμένης ἐνεργείας μὲ κυμάνσεις βαρύτητος δι' ὠρισμένης μορφᾶς καὶ περιπτώσεις κινήσεως τοῦ μονο-δipολικοῦ σωματίου.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ.—La loi des moments dans un système quelconque de coordonnées* par *A. Papapetrou*.—Presenté par C. Maltézos.

§ 1. Dans la théorie de la relativité restreinte, nous connaissons deux lois de conservation. La première est celle de la conservation de la quantité de mouvement et d'énergie; elle est exprimée sous forme différentielle directement par les équations fondamentales, auxquelles satisfait le tenseur matériel T^{ia} dans la relativité restreinte:

$$\frac{\partial T^{ia}}{\partial x^i} = 0. \quad (1)$$

La seconde loi est celle de la conservation des moments. Son expression dif-

* Α. ΠΑΠΑΠΕΤΡΟΥ, Ὁ νόμος τῶν ροπῶν εἰς οἰονδήποτε σύστημα συντεταγμένων.