On constate aisément que la condition (4) est vérifiée. On verra de même que le second problème conduit à l'équation

$$y\left[pqy - (1+q^2)x\right]r + \left[(1+q^2)x^2 - (1+p^2)y^2\right]s - x\left[pqx - (1+p^2)y\right]t = 0$$

pour laquelle la condition (4) est encore satisfaite.

Malgré l'intérêt incontestable de ces deux problèmes nous n'en développerons pas la solution complète, car cela nous entrainerait trop loin. Nous nous contenterons de signaler que le second est l'extension aux lignes de courbure du problème suivant, étudié pour la première fois par *Bianchi*.

Déterminer les surfaces qui admettent un système de lignes asymptotiques situé sur des cylindres coaxiaux. (On est conduit à une équation du second ordre dont l'intégration se ramène à celle de *l'équation de la Chaleur*).

ΠΕΡΙΛΗΨΙΣ

Ὁ συγγραφεὺς λαβὼν ἀφορμὴν ἐκ τῆς ἀνακοινώσεως τοῦ Dr. Mitrinovitch (τῆς 12 Δεκεμβρίου 1935), ἰδίως τοῦ δευτέρου μέρους αὐτῆς συνισταμένου εἰς τὸ νὰ προσδιορισθῶσιν αἱ ἐπιφάνειαι τῶν ὁποίων τὰ δύο συστήματα τῶν γραμμῶν καμπυλότητος προβάλλονται ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου x o y κατὰ δύο οἰκογενείας ὀρθογωνίων γραμμῶν, ἀνάγει τὸ πρόβλημα τοῦτο εἰς τὸ γενικώτερον πρόβλημα τοῦ προσδιορισμοῦ ἐξισώσεων μὲ μερικὰς παραγώγους γραμμικὰς τῆς β΄ τάξεως, τῶν ὁποίων τὰ δύο συστήματα τῶν χαρακτηριστικῶν εἶναι γραμμαὶ καμπυλότητος διὰ τὰς ἀρχικὰς (integrales) ἐπιφανείας. Ὁ συγγραφεὺς δίδει τὴν λύσιν τοῦ γενικοῦ τούτου προβλήματος, ἀναπτύσσει δὲ μετὰ ταῦτα ἐφαρμογάς τινας· τὸ ζήτημα δὲ τοῦ κ. Mitrinovitch, τοῦ ὁποίου ὁ κ. Guigue παρέχει καὶ λύσιν γεωμετρικήν, ἀποτελεῖ τὴν δευτέραν τῶν ἐφαρμογῶν τούτων. Ἄξιαι ἰδιαιτέρας μνείας εἶναι ἡ τετάρτη καὶ πέμπτη ἐφαρμογαὶ ἔχουσαι οὕτως:

Νὰ προσδιορισθῶσιν αἱ ἐπιφάνειαι τῶν ὁποίων ἓν σύστημα γραμμῶν καμπυλότητος εὑρίσκεται ἐπὶ ἐπιπέδων διερχομένων διὰ τῆς αὐτῆς εὐθείας OZ.

Νὰ προσδιορισθῶσιν αἱ ἐπιφάνειαι αἵτινες δέχονται σύστημα γραμμῶν καμπυλότητος ἐπὶ κυλίνδρων ἐκ περιστροφῆς ὁμοαξονικῶν.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ. — Remarque sur les surfaces de translation*, *par* ***Dragoslav S. Mitrinovitch***. Ἀνεκοινώθη ὑπὸ κ. Κ. Μαλτέζου.

I. — La détermination des courbes situées sur la surface

$$z = F(x, y), \tag{1}$$

dont l'arc est une fonction donnée des coordonnées x, y, z, à savoir,

$$s = \varphi(x, y, z)$$

* DRAGOSLAV S. MITRINOVITCH. — Παρατήρησις ἐπὶ τῶν ἐπιφανειῶν μεταβάσεως.

se ramène à l'intégration d'une équation différentielle

$$dx^2+dy^2+dz^2 = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\,dx+\frac{\partial\varphi}{\partial y}\,dy+\frac{\partial\varphi}{\partial z}\,dz\right)^2,$$

qui, en vertu de l'équation (1), devient

$$A(x, y)\left(\frac{dy}{dx}\right)^2+2B(x, y)\,\frac{dy}{dx}+C(x, y)=0, \tag{2}$$

les coefficients A, B, C étant

$$A = 1+\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 - \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}+\frac{\partial F}{\partial y}\,\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2,$$

$$B = \frac{\partial F}{\partial x}\,\frac{\partial F}{\partial y} - \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\frac{\partial F}{\partial x}\,\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}+\frac{\partial F}{\partial y}\,\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right),$$

$$C = 1+\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\frac{\partial F}{\partial x}\,\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2,$$

où z doit être remplacé par F(x, y).

Par l'intégration de l'équation différentielle (2) on obtient des projections des lignes en question dans le plan x o y. *Pour que ces projections soient à elles-mêmes leurs propres trajectoires orthogonales, il faut et il suffit qu'on ait*

$$A+C=0,$$

ou bien

$$2+\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 - \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}+\frac{\partial F}{\partial x}\,\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2 - \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}+\frac{\partial F}{\partial y}\,\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2=0. \tag{3}$$

Dans le cas où cette dernière relation est satisfaite identiquement par une couple de fonctions données

$$F(x, y) = F_0(x, y),$$

$$\varphi(x, y, z) = \varphi_0(x, y, z),$$

sur la surface

$$z = F_0(x, y)$$

on peut tracer les lignes définies par la relation

$$s = \varphi_0(x, y, z)$$

dont les projections sur le plan x o y représenteront un système de trajectoires orthogonales.

II.— Les fonctions F(x, y) et $\varphi(x, y, z)$ étant arbitraires *on peut partir d'une forme déterminée de la fonction* F(x, y) *en cherchant la fonction cor-*

respondante $\varphi(x, y, z)$, *pour laquelle le fait géométrique dont il s'agit aura lieu.*

La solution du problème revient à l'intégration de l'équation aux dérivées partielles (3), où φ figure comme fonction inconnue de trois variables indépendantes x, y, z.

Si l'on envisage, par exemple, une surface de translation de la forme

$$z = \lambda(x) + \mu(y),$$

l'équation (3) devient

$$2 + \left(\frac{d\lambda}{dx}\right)^2 + \left(\frac{d\mu}{dy}\right)^2 - \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \frac{d\lambda}{dx}\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2 - \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \frac{d\mu}{dy}\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2 = 0. \tag{4}$$

Comme dans l'équation (4) la variable z ne figure pas explicitement, on peut poser

$$\frac{\partial\varphi}{\partial z} = C_1,$$

et, par suite, on a

$$\left.\begin{aligned} 2 + \left(\frac{d\lambda}{dx}\right)^2 - \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} + C_1\frac{d\lambda}{dx}\right)^2 &= C_2, \\ \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y} + C_1\frac{d\mu}{dy}\right)^2 - \left(\frac{d\mu}{dy}\right)^2 &= C_2, \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

C_1 et C_2 représentant deux constantes arbitraires.

Des relations (5) on tire

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \pm\sqrt{2 - C_2 + \left(\frac{d\lambda}{dx}\right)^2} - C_1\frac{d\lambda}{dx},$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial y} = \pm\sqrt{C_2 + \left(\frac{d\mu}{dy}\right)^2} - C_1\frac{d\mu}{dy}.$$

Par conséquent, l'intégrale complète de l'équation (4) est

$$\varphi(x, y, z) = C_3 + C_1(z - \lambda - \mu) \pm \int\sqrt{2 - C_2 + \left(\frac{d\lambda}{dx}\right)^2}\,dx \pm \int\sqrt{C_2 + \left(\frac{d\mu}{dy}\right)^2}\,dy,$$

où C_3 désigne une constante arbitraire.

L'intégrale générale formée au moyen de cette intégrale complète, fournira la réponse à la question suivante:

Quelle forme doit être assignée à la fonction φ *dans la relation*

$$s = \varphi(x, y, z)$$

pour que sur les surfaces de translation

$$z = \lambda(x) + \mu(y)$$

existent des courbes, en question dont les projections sur le plan x o y *représenteront un système de trajectoires orthogonales?*

III. Le raisonnement précédent conduit, sans difficulté, à la forme de la fonction φ dans la relation

$$s = \varphi(x, y, z),$$

se rattachant aux surfaces de translation de la forme

$$x = \lambda_1(y) + \mu_1(z),$$
$$y = \lambda_2(x) + \mu_2(z).$$

ΠΕΡΙΛΗΨΙΣ

Ἐν συνεχείᾳ πρὸς τὴν προηγουμένην του ἀνακοίνωσιν (τῆς 12 Δεκεμβρίου 1935) ὁ κ. Mitrinovitch ἀνευρίσκει τὰς συνθήκας, ὅπως γραμμαὶ ἐπιφανείας, τῶν ὁποίων τὸ τόξον εἶναι συνεχὴς συνάρτησις τῶν συντεταγμένων, ἔχωσι προβολὰς ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου x o y τεμνομένας ἀμοιβαίως ὀρθογωνίως, κατότιν δὲ ἀνευρίσκει τὴν μορφὴν τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ δώσωμεν εἰς τὴν συνάρτησιν τὴν ἐκφράζουσαν τὸ τόξον τῶν γραμμῶν των ἐπὶ ἐπιφανειῶν μεταβασεως $z = \lambda(x) + \mu(y)$, ὥστε νὰ ὑφίστανται γραμμαὶ ὧν αἱ προβολαὶ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου x o y νὰ παριστῶσι σύστημα ὀρθογωνίων τροχιῶν.

ΦΥΣΙΚΗ. — Die Verwendung von Glimmentladungsröhren bei der Herstellung von Gleichspannung für den Betrieb von Zählröhren*, *von* ***Kessar D. Alexopoulos.*** Ἀνεκοινώθη ὑπὸ κ. Κ. Ζέγγελη.

Eines der wichtigsten Hilfsmittel, welche wir zur Feststellung und Mesung der bei Kernexperimenten vorkommenden Teilchen besitzen, ist das Geiger-Müller-Zählrohr; dieses wird auch bei der Messung von kosmischen Strahlen, Röntgenstrahlen, sogar Lichtquanten angewandt. Zählrohre brauchen zu ihrem Betrieb eine Gleichspannung von ca. 700 bis 1500 Volt. Ein zuverlässiges Arbeiten wird nur dann erreicht, wenn die Spannung während der ganzen Versuchsdauer keine Schwankungen aufweist. Für quantitative Messungen darf diese Schwankung den Betrag von ca. 20 Volt nicht übersteigen. Diese Forderung wurde bis jetzt durch den Gebrauch von Trockenbatterien erfüllt. Der hohe Anschaffungspreis aber und die relativ kurze Lebensdauer der Batterien (im optimalen Falle bis 1 Jahr) verteuern wesentlich die Zählrohrexperimente, so dass es natürlich

* ΚΑΙΣΑΡΟΣ Δ. ΑΛΕΞΟΠΟΥΛΟΥ. — Χρῆσις σωλήνων ἐκκενώσεως πρὸς ἐπίτευξιν σταθερᾶς τάσεως δι' ἀπαριθμητάς.