

## S U M M A R Y

In this article special attention is given to the stress of cross section suspension of hanging wire, where  $l$  = length of the wire,  $p$  = weight per unit-length. One of the ends of the wire remains constant, while the other moves along an horizontal straight line passing through the constant end. The corresponding diagram is traced and the solution of the following problems is effected:

For a wire, given by its  $p, l$ ,

1st: from the known distance of the ends, find the stress in these ends

2nd: from the stress in the ends, find their distance.

This study can be useful as a guide for the tracing diagrams of any cross-section of a wire, under the assumption that the type which gives the stress is known.

ΥΔΡΟΛΟΓΙΑ.— Αί καμπύλαι διαρκείας τῆς ἀπορροῆς ὄρεινῶν λεκανῶν ἐν Ἑλλάδι (τῆς γραμμῆς Πίνδου - Ὀλωνοῦ), ὑπὸ Γ. Π. Καρακασώνη. Ἀνεκοινώθη ὑπὸ τοῦ κ. Δημ. Λαμπαδαρίου.

Ἡ μελέτη ἔργων ὑδατικῆς οἰκονομίας ἐκάστης περιοχῆς βασιζέται εἰς τὰ ὑδρολογικὰ στοιχεῖα αὐτῆς· καὶ κατ' ἀρχὴν μὲν ἡ γνῶσις τῶν βροχῶν καὶ τῶν ἀπορροῶν (συνήθως εἰς ἔτησίαις τιμὰς) ὡς καὶ ἡ ἀλληλεξάρτησις αὐτῶν ἀποτελοῦν τὸν βασικὸν γνώμονα διὰ τὴν κατάστροφισιν τῆς γενικῆς μελέτης τῶν ἔργων. Προκειμένης ὅμως λεπτομερεστεράς ἐπεξεργασίας τῶν κατὰ μέρος μελετῶν, περισσότερα ὑδρολογικὰ στοιχεῖα εἶναι ἀπαραίτητα, μεταξὺ δὲ τούτων τὸν πρωτεύοντα ρόλον παίζει:

- α) αἱ ἀκραῖαι τιμαὶ τῆς ἀπορροῆς ἐκάστου ἀγωγοῦ (μέγιστα καὶ ἐλάχιστα) καὶ
- β) ἡ κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ ἔτους διακύμανσις τῶν ἀπορροῶν τοῦ ἀγωγοῦ.

Ἡ λελογισμένη ἐξακρίβωσις τῶν ἀκραίων τιμῶν τῶν ἀπορροῶν θὰ ἀποτελῆ ἐπὶ μακρὸν εἰσέτι χρονικὸν διάστημα δυσχερὲς πρακτικὸν πρόβλημα διὰ τὴν Ἑλλάδα, καὶ τοῦτο, διότι δέον νὰ ὑπάρχουν παρατηρήσεις τῶν ἀκραίων τιμῶν διὰ μακρὰν σειρὰν ἐτῶν καὶ νὰ μελετῶνται εἶτα αὗται ἐπὶ τῇ βάσει τῶν στατιστικῶν μεθόδων τῶν πιθανοτήτων, πρὸς προσδιορισμὸν τῶν πραγματικῶν ἀναμενομένων μεγίστων καὶ ἐλαχίστων τιμῶν κατὰ διαφόρους χρονικὰς περιόδους (δεκαετίαν, πεντηκονταετίαν, ἑκατονταετίαν κλπ.). Ὅθεν διὰ μακρὸν εἰσέτι χρονικὸν διάστημα θὰ καταφεύγωμεν πρὸς προσδιορισμὸν τῶν ἀκραίων τιμῶν διὰ τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς εἰς τοὺς γνωστούς, ἀμφιβόλου ἀκριβείας, ἐμπειρικοὺς τύπους καὶ εἰς τοὺς ἐπικινδύνους παραλληλισμοὺς πρὸς λεκάνας μὲ συναφεῖς ὑδρολογικὰς, τοπογραφικὰς καὶ κλιματολογικὰς συνθήκας. Τὸ δεῦτερον ἐκ τῶν βασικῶν ὑδρολογικῶν στοιχείων, ἤτοι ἡ κατὰ τὴν διάρ-

κειαν τοῦ ἔτους διακύμανσις τῶν ἀπορροῶν, δὲν δύναται δυστυχῶς εὐκόλως νὰ προσδιορισθῇ δι' ἐμπειρικῶν τύπων, χρήζει δὲ πάντοτε ποιᾶς τινος ἐγγυτέρας μελέτης.

Ἡ διακύμανσις τῶν ἀπορροῶν ἐνὸς ἀγωγοῦ ἀποδίδεται γραφικῶς διὰ τοῦ διαγράμματος ἀπορροῆς ἢτοι γραφικοῦ μὲ τετμημένας ἴσα χρονικὰ διαστήματα (συνήθως ἡμέρας) καὶ τεταγμένας τὰς εἰς τὰ ἀντίστοιχα χρονικὰ διαστήματα παρατηρουμένας ἀπορροᾶς (συνήθης μονάς: κυβ. μέτρα ἀνὰ δ. λον).

Διὰ τὰς πλείστας πρακτικὰς ἐφαρμογὰς ὅμως, ἀντὶ τοῦ διαγράμματος ἀπορροῶν, χρησιμοποιεῖται ἐπὶ τὸ σκοπιμώτερον ἡ *καμπύλη διαρκείας*, ἣτις ἔχει τὰ αὐτὰ μεγέθη τετμημένων καὶ τεταγμένων, μὲ μόνην τὴν διαφορὰν ὅτι αἱ τεταγμένοι (ἀπορροαὶ) φέρονται κατὰ τάξιν μεγέθους καὶ μετατρέπεται τοιουτοτρόπως τὸ ἀκανόνιστον διάγραμμα τῶν ἀπορροῶν εἰς τὴν κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἥττον κανονικὴν καμπύλην διαρκείας. Εἶναι εὐνόητον ὅτι τὸ ἐμβαδὸν τὸ περικλειόμενον ὑπὸ τοῦ διαγράμματος ἀπορροῆς ἴσούται μὲ τὸ ἐμβαδὸν τῆς καμπύλης διαρκείας. Δοθέντος ὅτι τὰ διαγράμματα ἀπορροῆς καὶ αἱ ἀντίστοιχοι καμπύλαι διαρκείας κατασκευάζονται κεχωρισμένως δι' ἕκαστον ἔτος, εἶναι εἰσέτι σκοπιμώτερον νὰ ἐκφράζωμεν τὰς τετμημένας ὡς ποσοστὸν τοῦ ἔτους ἀντὶ ἀριθμοῦ ἡμερῶν (οὕτω π.χ. τετμημένη 25% θὰ σημαίνει διάρκειαν 91,5 ἡμερῶν κ.ο.κ.), τὰς δὲ τεταγμένας ὡς ποσοστὸν τῆς μέσης τοῦ ἔτους παροχῆς (οὕτω τεταγμένη 1,50 σημαίνει παροχὴν 1,5 φορὰς μεγαλυτέραν τῆς μέσης ἔτησίαις παροχῆς). Τοιουτοτρόπως αἱ καμπύλαι διαρκείας ρευμάτων διαφόρου μεγέθους λεκάνης ἀπορροῆς δύνανται νὰ συγκρίνωνται μεταξὺ των εὐχερέστερον, ἀποδίδουν δὲ παραστατικώτερον τὰς ἀναμένας παροχὰς τοῦ ἀγωγοῦ διὰ διάφορα ποσοστὰ τοῦ χρόνου.

Τὸ σημαντικώτερον ὅμως πλεονέκτημα τῆς οὕτως εἰκονιζομένης καμπύλης διαρκείας εἶναι ὅτι τὸ σχῆμα αὐτῆς εἶναι μία σχεδὸν κανονικὴ καμπύλη, τῆς ὁποίας ἡ ἔκφρασις δύναται νὰ λάβῃ πλέον μαθηματικὴν μορφήν καὶ νὰ διευκολύνῃ τοιουτοτρόπως περαιτέρω τοὺς ὑπολογισμούς, οἵτινες ὑπεισέρχονται κατὰ τὴν χρησιμοποίησίν της εἰς τὰς πρακτικὰς αὐτῆς ἐφαρμογὰς.

Κατὰ τὸν H. K. Barrows<sup>1</sup>, οἱ A. S. Heyser (1926) καὶ A. B. Daytz (1928) μελετήσαντες μαθηματικῶς τὰς καμπύλας διαρκείας τῶν ρευμάτων τῶν ἀνατολικῶν καὶ νοτίων πολιτειῶν τῶν Η Π. Α. κατέληξαν εἰς τὸν τύπον:

$$(1) \quad \log. Q = 2,45 - 0,011 \cdot T$$

ἐνθα  $Q = Q_T : Q_M$  ὁ λόγος τῆς παροχῆς, εἰς ποσοστὸν τοῦ χρόνου  $T$ , πρὸς τὴν μέσην ἔτησίαν παροχὴν καὶ  $T$  ἡ ἑκατοστιαία ἀναλογία τοῦ χρόνου καθ' ὃν ἡ παροχὴ εἶναι ἴση ἢ μεγαλυτέρα τῆς τιμῆς  $Q_T$

<sup>1</sup> Water Power Engineering. New-York and London, 1943, p. 142.



Ἡ ἔκφρασις αὕτη (ἐξίσωσις 1) ἔχει ἐπὶ πλέον τὸ μέγα πρακτικὸν πλεονέκτημα ὅτι ἐφ' ὅσον καταστῆ δυνατὸν νὰ προσδιορισθῇ αὕτη ἐφ' ἅπαξ μαθηματικῶς, μᾶς ἐπιτρέπει τὸν ὑπολογισμὸν τῆς παροχῆς  $Q_M$  καθ' οἷανδὴποτε ἑκατοστιαίαν ἀναλογίαν τοῦ χρόνου  $T$  συναρτήσῃ μόνον τῆς μέσης ἐτησίαις παροχῆς  $Q_M$  τοῦ ἀγωγοῦ.

Διὰ τὴν περίπτωσιν τῶν σημαντικωτέρων ἐλληνικῶν λεκανῶν ἀπὸ ἀπόψεως γενικῆς ὑδατικῆς οἰκονομίας, κατέληξεν ὁ γράφων εἰς τρόπον ὑπολογισμοῦ τῆς μέσης ἐτησίαις παροχῆς  $Q_M$ , μὲ ἱκανοποιητικὴν προσέγγισιν, ἀπὸ τὰ ὑπάρχοντα συνεχῆ ὑδρολογικὰ στοιχεῖα<sup>1</sup>. Ἐὰν ἐπομένως καθορισθῇ ἡ ἄνω μορφή (ἐξ. 1) τῶν καμπυλῶν διαρκείας ἐλληνικῶν ἀγωγῶν, δύνανται αὗται νὰ κατασκευασθῶσι καὶ νὰ χρησιμοποιηθῶσι κατὰ τὴν μελέτην ἔργων ὑδατικῆς οἰκονομίας.

Πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον ἐχρησιμοποιήθησαν τὰ ὑπάρχοντα ὑδρολογικὰ στοιχεῖα ἀπορροῶν, συνεχοῦς καταμετρήσεως, λεκανῶν κειμένων ἐπὶ τῆς γραμμῆς Πίνδου-᾽Ολωνοῦ. Ὁ τρόπος τῆς ἐπεξεργασίας τῶν στοιχείων τούτων ἐμφαίνεται εἰς προγενεστέραν μελέτην<sup>2</sup>. Ἐνταῦθα προσετέθησαν μόνον παρατηρήσεις συνεχοῦς ἀπορροῆς τεσσάρων ὑδρολογικῶν ἐτῶν τοῦ ποταμοῦ Πηνειοῦ εἰς τὸν ὑδρολογικὸν σταθμὸν *Μπαμπᾶ*<sup>3</sup>.

Ἐκ τῶν διαγραμμάτων ἀπορροῆς κατεσκευάσθησαν αἱ ἀντίστοιχοι καμπύλαι διαρκείας καὶ ἐκ τούτων ἐλήφθησαν αἱ τιμαὶ τῶν ἀπορροῶν κατὰ χρονικὰ διαστήματα ἴσα πρὸς 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 καὶ 90 τοῖς ἑκατὸν ἐνὸς ἐκάστου ὑδρολογικοῦ ἔτους. Ἐν συνεχείᾳ ἐλήφθησαν αἱ ἀντίστοιχοι πρὸς τὰ ὡς ἄνω χρονικὰ διαστήματα παροχῆς καὶ ἐκάστου ὑδρολογικοῦ ἔτους—ἐκάστου ἀγωγοῦ—συναρτήσῃ τῆς μέσης παροχῆς τοῦ ἔτους ( $Q_T:Q_M$ ). Αἱ προκύπτουσαι τιμαὶ διὰ 17 πλήρη ὑδρολογικὰ ἔτη δίδονται εἰς τὸν πίνακα I, εἰς τὸ σχῆμα 1 σημειοῦνται τὰ ἀντίστοιχα σημεῖα γραφικῶς, ἔχει δὲ χαραχθῆ καὶ ἡ καμπύλη ἢ διδομένη ἐκ τοῦ μέσου ὄρου τῶν ἀντιστοιχῶν τιμῶν.

Ἡ ἐξίσωσις τῆς μέσης καμπύλης διαρκείας τῶν παρατηρήσεων αὐτῶν, δίδεται, ὡς ἀποδεικνύεται εὐκόλως, ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως:

$$(2) \quad Q = Q_T : Q_M = 2,90 : 1,028^T$$

ἔνθα  $T$  ἡ ἑκατοστιαία ἀναλογία τοῦ χρόνου, ἐκπεφρασμένου εἰς ἀκέραιον ἀριθμὸν (π.χ. διὰ χρόνον 25% τοῦ ἔτους, θέτομεν  $T=25$  κ.ο.κ.).

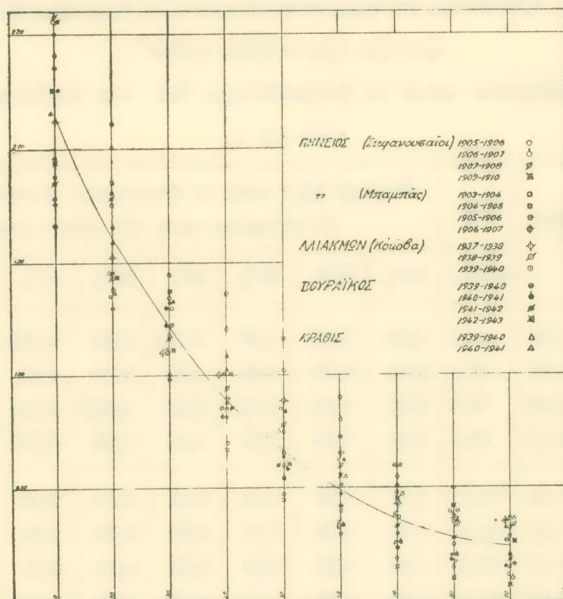
Ἐκ τῶν στοιχείων τοῦ πίνακος I παρατηροῦμεν ὅτι τὰς μεγαλυτέρας διαφορὰς παρουσιάζουν τὰ ὑγρά ἔτη τοῦ Πηνειοῦ (Στεφανουσσαῖοι 1905-1906) καὶ τοῦ Ἀλιάκ-

<sup>1</sup> Γ. ΚΑΡΑΚΑΣΣΩΝΗ, Ὁ ἐτήσιος συντελεστὴς ἀπορροῆς τῶν ὄρεινῶν λεκανῶν τῆς γραμμῆς Πίνδου-᾽Ολωνοῦ. *Πρακτ. Ἀκαδ. Ἀθηνῶν*, 20 (1945), σ. 315.

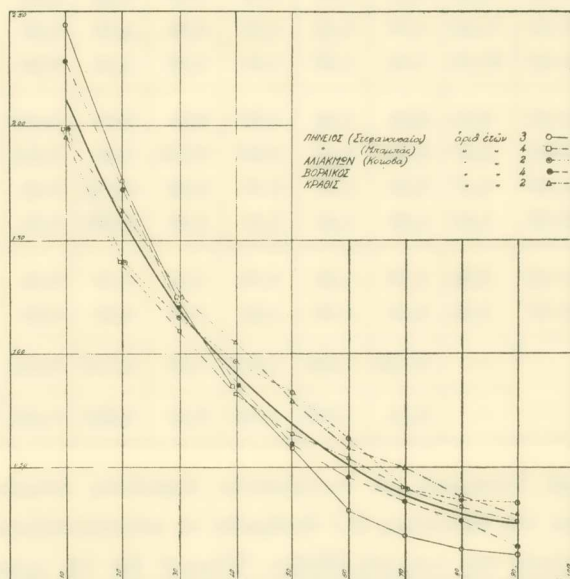
<sup>2</sup> Ἐνθα ἀνωτέρω.

<sup>3</sup> Παρατηρήσεις ἐκ τῶν ἀρχείων τῆς Ἑταιρείας Ἵδραυλικῶν Ἔργων Θεσσαλίας. Ἐπεξεργασία ὑπὸ τοῦ γράφοντος.

μονος (Κόκοβα 1939-1940). Ἡ ἐκτροπή αὕτη τῶν ἀπορροῶν ὅμως δὲν δικαιολογεῖ-



Σχ. 1.



Σχ. 2.

ται ἐκ τῆς ἀντιστοίχου διανομῆς τῶν μηνιαίων ὑδατοπτώσεων ἐξ οὗ συμπεραίνομεν ὅτι μέρος τούτων εἶχε τὴν μορφήν χιόνος.

Ἐάν παραλείψωμεν τὰ δύο ταῦτα ὑδρολογικὰ ἔτη, θὰ λάβωμεν νέον μέσον ὄρον τῶν 15 ὑπολοίπων ἐτῶν, ἢ δὲ οὕτως νέα προκύπτουσα καμπύλη διαρκείας θὰ ἔχη τὴν ἐξίσωσιν (2')

$$Q = Q_T : Q_M = 2,80 : 1,029^T$$

ἣτις δίδει ἀποτελέσματα κατὰ τι δυσμενέστερα διὰ τὴν περίπτωσιν ἐκμεταλλεύ-

Π Ι Ν Α Κ Ι.

Ἀγωγὸς καὶ ἀντίστοιχον ὑδρολογικὸν ἔτος	Q <sub>M</sub> μ <sup>3</sup> /ὄρον	Παροχὴ (Q <sub>T</sub> ) κατὰ τὸ ἀντίστοιχον ποσοστὸν τοῦ χρόνου (T) ἐν συγκρίσει πρὸς τὴν μέσην παροχὴν (Q <sub>M</sub> )									
		10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%	
Πηνειὸς (Στεφανοσσαῖοι)	1905-06	17,0	2,50	2,00	1,30	0,705	0,47	0,295	0,18	0,15	0,12
	1906-07	32,0	2,55	1,75	1,38	1,20	1,03	0,81	0,56	0,25	0,095
	1907-08	12,8	2,57	1,44	1,09	0,86	0,625	0,35	0,265	0,17	0,156
	1909-10	28,8	2,24	1,84	1,37	1,01	0,66	0,28	0,136	0,10	0,07
Πηνειὸς (Μπαμπᾶς)	1903-04	76,80	1,77	1,35	1,00	0,67	0,45	0,40	0,37	0,34	0,32
	1904-05	118,80	1,88	1,36	1,11	0,88	0,75	0,62	0,47	0,40	0,28
	1905-06	60,15	1,94	1,29	0,98	0,89	0,81	0,73	0,59	0,39	0,27
	1906-07	94,50	2,35	1,66	1,30	0,85	0,59	0,42	0,24	0,18	0,16
Ἀλιάκμων (Κόκοβα)	1937-38	74,16	2,12	1,38	1,10	1,00	0,88	0,66	0,43	0,37	0,35
	1938-39	71,50	1,84	1,43	1,22	0,94	0,78	0,60	0,38	0,34	0,33
	1939-40	97,93	1,64	1,52	1,44	1,36	1,16	0,90	0,60	0,50	0,365
Βουραϊκὸς	1939-40	5,31	2,25	1,58	1,32	0,81	0,64	0,452	0,31	0,198	0,15
	1940-41	4,87	2,40	2,10	1,22	0,815	0,52	0,335	0,265	0,204	0,193
	1941-42	4,47	2,55	1,77	1,16	0,85	0,605	0,49	0,335	0,268	0,19
	1942-43	1,40	1,93	1,43	1,11	1,00	0,608	0,56	0,46	0,415	0,265
Κράθις	1939-40	2,55	1,76	1,45	1,18	1,02	0,75	0,55	0,47	0,39	0,36
	1940-41	2,50	2,15	1,80	1,32	1,08	0,84	0,62	0,52	0,35	0,325
Μέσος ὄρος 17 ἐτῶν	—	2,146	1,597	1,212	0,92	0,718	0,534	0,387	0,295	0,235	
Μέσος ὄρος 15 ἐτῶν	—	2,15	1,592	1,186	0,88	0,665	0,491	0,361	0,284	0,236	

σεως τοῦ ὕδατικοῦ δυναμικοῦ, μὲ συντελεστὴν ἀσφαλείας ἐπομένως μεγαλύτερον.

Ἐπὶ τῇ βᾶσει τῆς ἐξισώσεως (2') δυνάμεθα νὰ κατασκευάσωμεν τὰς καμπύλας διαρκείας τῶν ἀγωγῶν τῆς γραμμῆς Πίνδου - Ὀλωνοῦ διὰ τῆς χρησιμοποίησεως τῆς μέσης ἐτησίως ἀπορροῆς (Q<sub>M</sub>) ἢ καθ' ἰκανὴν προσέγγισιν δυνάμεθα νὰ προσδιορίσωμεν ἐκ τῶν ἀντιστοίχων βροχομετρικῶν δεδομένων<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Βλ. ὑπόσημ. 1 σελ. 52.



Ἐκ τοῦ σχήματος 1 ἐμφαίνεται ὅτι ἡ προκύπτουσα καμπύλη τῆς ἐξισώσεως 2 ἀποτελεῖ γενικὸν μέτρον τῆς καμπύλης διαρκείας τῶν ἐλληνικῶν ἀγωγῶν. Εἶναι προφανές ὅτι ἀναλόγως τοῦ τύπου ἑνὸς ἐκάστου ρεύματος θὰ ὑπάρχῃ εἰδικωτέρα καμπύλη πλησιάζουσα πρὸς τὰς ἀντιστοιχοῦς τοπικὰς συνθήκας, καὶ ἥτις θὰ ἠδύνατο νὰ προσδιορισθῇ ἐπὶ τῇ βάσει παρατηρήσεως σειρᾶς ἐτῶν ἐπὶ ἐκάστου ἀγωγοῦ. Τοιαῦτα<sup>1</sup> σειραὶ παρατηρήσεων δὲν ὑπάρχουσι διὰ κανένα συγκεκριμένον ἀγωγόν. Οὐχ' ἤττον αἱ ὀλίγαι ὑπάρχουσαι παρατηρήσεις κατεχωρίσθησαν ἰδιαιτέρως δι' ἕκαστον ἀγωγόν εἰς τὸν πίνακα II. Εἰς τὸ σχῆμα 2 ἐχαράχθησαν αἱ ἀντίστοιχοι καμπύλαι ὡς καὶ ἡ

## ΠΙΝΑΞ II.

Μέσος ὄρος ὑπαρχόντων ἐτῶν παρατηρήσεων καμπυλῶν διαρκείας συνεχοῦς ἀπορροῆς δι' ἕκαστον ἀγωγόν.

Ἀ γ ω γ ὸ ς	Ἀριθ. ἐτῶν	Παροχὴ κατὰ τὸ ἀντίστοιχον ποσοστὸν τοῦ χρόνου ἐν συγκρίσει πρὸς τὴν μεσην παροχὴν								
		10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
Πηνεῖος (Στεφ.)	3	2,44	1,76	1,25	0,858	0,585	0,31	0,20	0,14	0,115
Πηνεῖος (Μπαμπᾶς)	4	1,98 <sup>5</sup>	1,41 <sup>5</sup>	1,10	0,82 <sup>3</sup>	0,65	0,54 <sup>2</sup>	0,41 <sup>8</sup>	0,32 <sup>5</sup>	0,25 <sup>7</sup>
Ἀλιάκμ. (Κόκοβα)	2	1,98	1,40	1,16	0,97	0,83	0,63	0,40 <sup>5</sup>	0,35 <sup>6</sup>	0,34
Βουραϊκὸς	4	2,82 <sup>2</sup>	1,72	1,20 <sup>1</sup>	0,867	0,59 <sup>3</sup>	0,46	0,34 <sup>2</sup>	0,27 <sup>1</sup>	0,20
Κράθις	2	1,95	1,62 <sup>5</sup>	1,25	1,05	0,79 <sup>5</sup>	0,58 <sup>5</sup>	0,49 <sup>5</sup>	0,37	0,34
Γενικὸς μέσος ὄρος	15	2,12 <sup>7</sup>	1,58 <sup>4</sup>	1,19 <sup>2</sup>	0,91 <sup>4</sup>	0,69 <sup>1</sup>	0,50 <sup>5</sup>	0,37 <sup>2</sup>	0,29 <sup>3</sup>	0,25

καμπύλη τῆς ἐξισώσεως (2) πρὸς σύγκρισιν. Αἱ ἀντίστοιχοι καμπύλαι διαρκείας δίδονται ὑπὸ τῶν ἀκολουθῶν ἐξισώσεων:

Πηνεῖος (θέσις Μπαμπᾶ)

$$Q_T : Q_M = 2,40 : 1,025^T$$

Ἀλιάκμων (Κόκοβα)

$$Q_T : Q_M = 2,50 : 1,023^T$$

Βουραϊκὸς

$$Q_T : Q_M = 3,00 : 1,035^T$$

Κράθις

$$Q_T : Q_M = 2,50 : 1,023^T$$

ΣΚ. ΖΕΡΒΟΥ.—Ἡ πρώτη ἐλληνικὴ φυσιοδυναμικὴ ἀποστολὴ εἰς τὴν Κεντρικὴν Ἀφρικὴν πρὸς σπουδὴν καὶ ἔρευναν τῶν νοσημάτων τῶν Τροπικῶν χωρῶν\*.

\* Θὰ δημοσιευθῇ εἰς τὴν σειρὰν τῶν Πραγματειῶν τῆς Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν.