

ΣΥΝΕΔΡΙΑ ΤΗΣ 9ΗΣ ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 1978

ΠΡΟΕΔΡΙΑ ΜΙΧΑΗΛ ΣΤΑΣΙΝΟΠΟΥΛΟΥ

---

ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΙΣ ΒΙΒΛΙΟΥ

Ὁ Ἀκαδημαϊκὸς κ. Π. Θεοχάρης, παρουσιάζων τὸ σύγγραμμα τοῦ Ἀκαδημαϊκοῦ κ. Α. Yu. Ishlinskii τῆς Ἀκαδημίας Ἐπιστημῶν τῆς Σοβιετικῆς Ἐνώσεως ὑπὸ τὸν τίτλον : «Orientatsiya, giroscopy i inertsial naya navigatsiya», εἶπε τὰ ἑξῆς :

Τὸ σύγγραμμα αὐτὸ ἀναφέρεται εἰς τὴν μελέτην τοῦ σχηματισμοῦ καὶ τῆς ἐπιλύσεως ἐξισώσεων βασικῶν προβλημάτων συνδεομένων μετὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς θέσεως καὶ τοῦ προσανατολισμοῦ κινουμένων ἀντικειμένων, δηλαδὴ μετὰ τὴν μελέτην τῶν θεωρητικῶν βάσεων τῆς «γυροσκοπικῆς ἀδρανειακῆς ναυτιλίας.»

Ἀρχικῶς ὁ συγγραφεὺς παρέχει γενικὴν εἰσαγωγὴν ἐπὶ τοῦ θέματος τῆς «γυροσκοπικῆς ἀδρανειακῆς ναυτιλίας» καὶ ἐπεξηγεῖ τὸ ἀντικείμενον τῆς ὅλης μελέτης, ἢ ὁποῖα ἀποσκοπεῖ εἰς τὴν ἐπιτυχῆ ἐφαρμογὴν τοῦ προγράμματος παρακολουθήσεως κινουμένων ἀντικειμένων ἄνευ συμπληρωματικῶν πληροφοριῶν παρεχομένων ἔξωθεν. Ἐν συνεχείᾳ, μετὰ πολλὴν σαφήνειαν ἀναφέρεται ἡ πορεία τῆς ὅλης μελέτης, ἢ ὁποῖα στηρίζεται τόσον εἰς πειραματικὰ ὅσον καὶ εἰς θεωρητικὰς μεθόδους. Αἱ πειραματικαὶ μέθοδοι συνίστανται εἰς τὴν τοποθέτησιν ἐπὶ τῶν κινουμένων ἀντικειμένων συσκευῶν μεγάλης ἀκριβείας, διὰ τῶν ὁποίων ἐπιτυγχάνεται ἡ ρύθμισις τοῦ μεγέθους καὶ τῆς κατευθύνσεως τῆς ἐπὶ τῶν κινουμένων ἀντικειμένων δρώσης δυνάμεως καθ' ὄρισμένην χρονικὴν στιγμήν.

Οὕτω, μετὰ τὴν βοήθειαν τῶν γυροσκοπίων, ἐὰν εἶναι γνωστὴ ἡ θέσις καὶ ὁ προσανατολισμὸς τῶν κινουμένων ἀντικειμένων κατὰ μίαν ὄρισμένην χρονικὴν στιγμήν, εἶναι δυνατόν νὰ ὑπολογισθοῦν αἱ συντεταγμέναι τῆς ἐκάστοτε θέσεως τοῦ κινουμένου ἀντικειμένου διὰ τῆς ἐπιλύσεως συστήματος τοῦ ἀναγκαίου ἀρι-

θμοῦ ἐξισώσεων. Αἱ ἐξισώσεις αὐταὶ δύνανται νὰ εἶναι εἴτε ἀλγεβρικοί ἢ τριγωνομετρικοί, εἴτε διαφορικοί. Αἱ ἀλγεβρικοί καὶ τριγωνομετρικοί ἐξισώσεις ἐκφράζουν σχέσεις μεταξύ τῶν παραμέτρων, αἱ ὁποῖαι εἶναι γεωμετρικοῦ χαρακτῆρος, καὶ καθορίζουν τὸν προσανατολισμὸν τῶν γυροσκοπίων καθὼς καὶ τῶν κινουμένων ἀντικειμένων. Αἱ διαφορικοί ἐξισώσεις εἶναι κινηματικά σχέσεις, μὲ τὴν βοήθειαν τῶν ὁποίων περιγράφεται ἡ συμπεριφορὰ τῶν γυροσκοπίων καὶ ἄλλων στοιχείων τοῦ ὅλου συστήματος. Ὁ συγγραφεὺς καλεῖ τὸ σύνολον τῶν ἀνωτέρω διαδικασιῶν «σύστημα ἀδρανειακῆς ναυτιλίας» ἢ ἀπλῶς «ἀδρανειακὸν σύστημα», ἐπειδὴ ἡ λειτουργία του βασίζεται εἰς τοὺς νόμους τῆς κλασσικῆς μηχανικῆς.

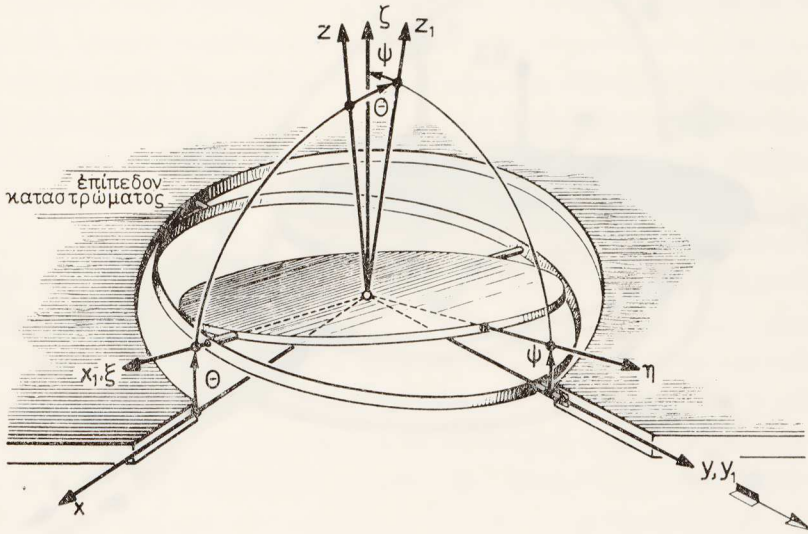
Εἰς τὸ σύγγραμμα αὐτὸ καὶ διὰ τὴν καλύτεραν κατανόησιν τῆς μελέτης τῆς «γυροσκοπικῆς ἀδρανειακῆς ναυτιλίας» ἐξετάζονται ἐπίσης θεωρητικὰ προβλήματα γυροσκοπίων καὶ γυροσκοπικῶν συστημάτων (ἐλευθέρων γυροσκοπίων, γυροεγκρεμῶν, γυροσταθεροποιητῶν, γυροσκοπικῶν πλαισίων, γυροσκοπικῶν πυξίδων κ.λπ.).

Ὁ συγγραφεὺς τονίζει ὅτι ἀσχολεῖται μόνον μὲ τὴν ἀδρανειακὴν ναυτιλίαν τὴν ἀναφερομένην εἰς ἀντικείμενα κινούμενα ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, ἢ κινούμενα εἰς σταθερὸν ὕψος ἀνωθεν αὐτῆς. Ὅταν ὅμως ἡ κίνησις εἶναι τυχοῦσα, δηλαδὴ ὅταν αὐτὴ δὲν ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὰς γεωγραφικὰς συντεταγμένας ἀλλὰ καὶ ἀπὸ τὴν μεταβολὴν τῆς ἀποστάσεως ἀπὸ τὸ κέντρον τῆς Γῆς, ὁ προσδιορισμὸς τῆς θέσεως τῶν ἀντικειμένων μὲ τὴν βοήθειαν ἀδρανειακῶν συστημάτων εἶναι ἀσταθῆς, ἐκτὸς ἐὰν ὁ χρόνος ἐπιδράσεως τῶν δυνάμεων (ῶθησις κινήτηρος, ἀντίστασις ἀτμοσφαιράρας, ἐξαίρουμένης ὅμως τῆς ἔλξεως τῆς βαρῦτητος) ἐπὶ τῶν ἀντικειμένων εἶναι πολὺ μικρὸς.

Ἀναλυτικώτερον, τὸ σύγγραμμα χωρίζεται εἰς δύο κύρια μέρη. Τὸ πρῶτον μέρος τιτλοφορούμενον: «Κινηματικὴ γυροσταθεροποιημένων ἀντικειμένων», ἀποτελεῖται ἀπὸ τέσσαρα κεφάλαια. Εἰς τὸ πρῶτον κεφάλαιον ἐξετάζεται τὸ θέμα προσδιορισμοῦ τοῦ προσανατολισμοῦ κινουμένου ἀντικειμένου τῇ βοήθειᾳ καταγραφῆς τῶν γωνιῶν στροφῆς τῶν δακτυλίων ἐξαρθήσεως Cardan, οἱ ὁποῖοι φέρουν γυροσκοπικὰς συσκευὰς σταθεροποιήσεως. Ἐπίσης δίδεται ὁ ὀρισμὸς τῆς κλίσεως καὶ τῆς ἀποκλίσεως ὀρισμένων γωνιῶν, αἱ ὁποῖαι εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπολογισθοῦν κατὰ πᾶσαν χρονικὴν στιγμήν κατὰ τὴν κίνησιν τοῦ πλοίου, ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι ὑπάρχει ἰδανικὴ σταθεροποίησις ὡς πρὸς τὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον τοῦ ἐσωτερικοῦ δακτυλίου τοῦ πλαισίου Cardan. Ὑποτίθεται ὅτι ὁ ἄξων τοῦ ἐξωτερικοῦ δακτυλίου τοῦ συστήματος ἐξαρθήσεως διατηρεῖται ἀσθηρῶς παράλληλος πρὸς τὸν διαμήκη ἄξονα τοῦ πλοίου. Ὅμοίως ὑπολογίζεται μονοσημάντως ἡ κατεύθυνσις τοῦ πλοίου. Ὡς τοιαύτη λαμβάνεται

ἢ παρεχομένη ἀπὸ τὰς μετρήσεις ἰδανικῆς πυξίδος (δηλαδὴ ἄνευ μαγνητικῶν ἀποκλίσεων), ἢ ὁποία δεικνύει τὴν κατεύθυνσιν τῆς χώρας προορισμοῦ.

Εἰς τὸ σχῆμα 1 εἰκονίζεται ἡ στοιχειώδης ἐξάρτησις Cardan. Αὕτη ἀποτελεῖ συστατικὸν μέρος τόσον τῶν γυροσκοπικῶν, ὅσον καὶ ἄλλων πολλῶν μηχανημάτων, τὰ ὁποῖα τοποθετοῦνται ἐπὶ κινουμένων ἀντικειμένων. Ἡ ἐξάρτησις Cardan ὑποβοηθεῖ εἰς τὸν σχηματισμὸν τεχνητοῦ ὁρίζοντος εἰς τὸ κινούμενον πλοῖον, ἀεροπλάνον ἢ οἰονδήποτε ἄλλο κινούμενον ἀντικείμενον. Ἡ γωνία  $\Theta$  ἢ σχηματι-

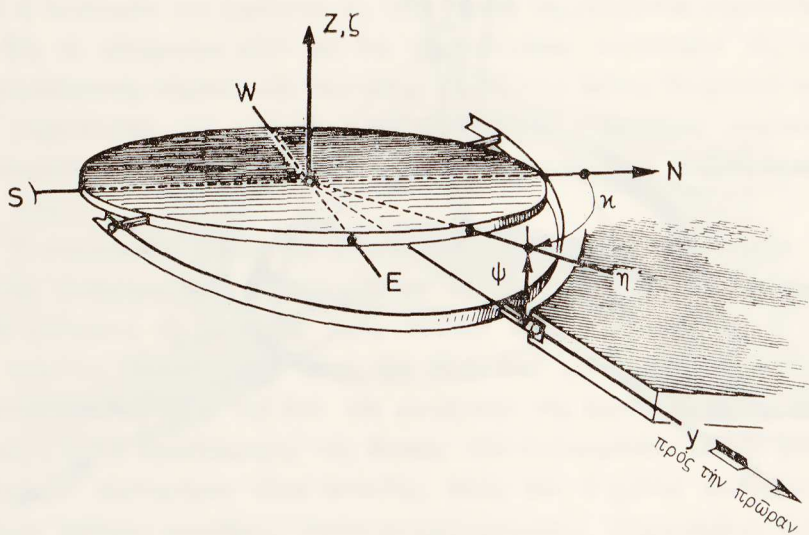


Σχ. 1.

ζομένη ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ἐξωτερικοῦ δακτυλίου καὶ τοῦ καταστρώματος καλεῖται κλίσις τοῦ πλοίου. Ἡ κλίσις θεωρεῖται θετικὴ, ὅταν τὸ πλοῖον κλίνη πρὸς τὰ δεξιὰ, δηλαδὴ ὅταν ἀνυψοῦται ἢ ἀριστερὰ πλευρὰ του. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτήν, δηλαδὴ ὅταν  $\Theta > 0$ , εὐρισκόμενοι εἰς τὴν πρῶραν τοῦ πλοίου παρατηροῦμεν ὅτι ὁ ἐξωτερικὸς δακτύλιος τοῦ πλαισίου Cardan κινεῖται ὡς πρὸς τὸ κατάστρωμα κατὰ τὴν φορὰν τῶν δεικτῶν τοῦ ὥρολογίου. Ἡ μεταξὺ τῶν ἐπιπέδων τῶν δακτυλίων τῆς ἐξαρτήσεως Cardan γωνία  $\psi$  καλεῖται ἀπόκλισις τοῦ πλοίου. Ὄταν ἡ ἀπόκλισις εἶναι θετικὴ, ἢ πρῦμνη τοῦ πλοίου ἀνυψοῦται ὡς πρὸς τὴν πρῶραν. Εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποῖαν  $\psi > 0$ , εὐρισκόμενοι εἰς τὴν δεξιὰν πλευρὰν τοῦ πλοίου παρατηροῦμεν ὅτι ὁ ἐσωτερικὸς δακτύλιος στρέφεται περὶ τὸν ἐξωτερικὸν μετὰ φορὰν ἀντίθετον τῶν δεικτῶν τοῦ ὥρολογίου. Αἱ γωνίαι κλίσεως  $\Theta$  καὶ ἀποκλίσεως  $\psi$  καθορίζουν τὸν προσανατολισμὸν τοῦ πλοίου

ὡς πρὸς τὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον. Διὰ τὴν καθορισθῆ ὁ προσανατολισμὸς τοῦ πλοίου ἐν σχέσει πρὸς τὴν χώραν προορισμοῦ, εἰσάγεται ἡ γωνία  $\kappa$ , ἡ ὁποία καλεῖται καὶ πορεία τοῦ πλοίου. Ἡ γωνία αὕτη  $\kappa$  εἶναι ἡ σχηματιζομένη ὑπὸ τῆς γραμμῆς πορείας  $\eta$  καὶ τοῦ βορρᾶ (σχ. 2). Αἱ γωνίαι  $\Theta$ ,  $\psi$ ,  $\kappa$  καθορίζουν πλήρως τὴν στιγμιαίαν γωνιακὴν θέσιν τοῦ πλοίου ὡς στερεοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸ γεωγραφικὸν σύστημα συντεταγμένων ENZ (σχ. 2).

Εἰς τὴν ἀεροπορίαν ἀντὶ τῆς χρησιμοποιήσεως τῶν γωνιῶν κλίσεως  $\Theta$  καὶ ἀποκλίσεως  $\psi$  εἰσάγεται ὁ συμβολισμὸς διὰ τῶν γωνιῶν  $\gamma$  καὶ  $\theta$  ἀντιστοίχως, αἱ



Σχ. 2.

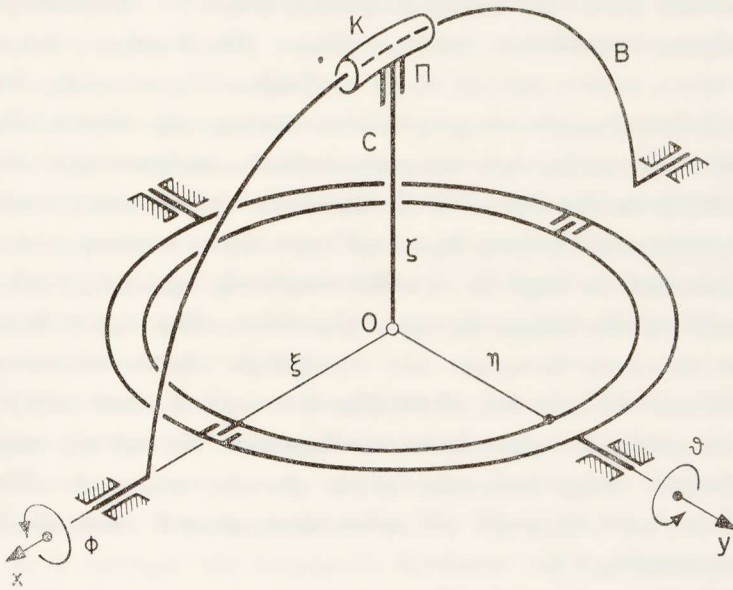
ὁποῖα συνδέονται μετὰ τῶν γωνιῶν  $\Theta$  καὶ  $\psi$  διὰ τῶν ἀπλῶν σχέσεων  $\gamma = \Theta$  καὶ  $\theta = -\psi$ .

Συνήθως εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιεῖται ἡ «διπλῆ ἐξάρτησις Cardan» (σχ. 3). Ἡ ἐξάρτησις αὕτη ἔλαβε τὸ ὄνομά της ἀπὸ τὸ σύστημα τοῦ ἐξωτερικοῦ στελέχους B, ἐπὶ τοῦ ὁποίου κινεῖται τὸ σύστημα K. Αἱ γωνίαι  $\theta$  καὶ  $\Phi$ , αἱ ὁποῖαι ὀνομάζονται γωνίαι προνευστασμοῦ καὶ διατοιχισμοῦ καθορίζουν τὴν θέσιν τοῦ καταστρώματος τοῦ πλοίου ὡς πρὸς τὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἔχομεν ὅτι:  $\theta = -\Theta$ ,  $\Phi = \psi^*$  (ὅπου  $\Theta$  παριστᾷ τὴν κλίσιν τοῦ βασικοῦ δακτυλίου ἐξαρθήσεως καὶ  $\psi^*$  τὴν ἀπόκλινσιν τοῦ συμπληρωματικοῦ δακτυλίου).

Κατὰ τὴν χρησιμοποίησιν τοῦ διπλοῦ δακτυλίου ἐξαρθήσεως Cardan εἶναι ἀπαραίτητον νὰ δίδεται μεγάλη προσοχὴ εἰς τὴν ἀκριβῆ τοποθέτησιν τῶν ἀξόνων

τῶν ἐξωτερικῶν δακτυλίων ὡς πρὸς τὸ πλοῖον, καθὼς ἐπίσης καὶ τοῦ ἐνὸς δακτυλίου ἐξαρτήσεως ὡς πρὸς τὸν ἄλλον.

Κακὴ τοποθέτησις τούτων ὀδηγεῖ εἰς σφάλματα ἀναφερόμενα εἰς τὸν προσδιορισμὸν τοῦ προσηυστασμοῦ, τοῦ διατοιχισμοῦ καὶ τῆς πορείας κινήσεως τοῦ κινουμένου ἀντικειμένου. Ὅλα αὐτὰ τὰ σφάλματα ὀνομάζονται σφάλματα Cardan. Ἐνταῦθα πρέπει νὰ τονισθῇ ὅτι κατὰ τὴν περίοδον τοῦ 1930 τὰ



Σχ. 3.

σφάλματα Cardan ὀδήγησαν εἰς πολλὰ λάθη σχετικῶς μὲ τὸν προσδιορισμὸν τοῦ προσηυστασμοῦ πλοίων ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς.

Εἰς τὸ δεύτερον κεφάλαιον ὁ συγγραφεὺς μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ διανυσματικοῦ λογισμοῦ καὶ τῆς θεωρίας ἀπειροστῶν μικρῶν στροφῶν παρέχει ἀναλυτικῶς τοὺς περισσοτέρους προσεγγιστικούς τύπους, οἱ ὅποιοι χρησιμοποιοῦνται διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν σφαλμάτων Cardan, τῶν σφαλμάτων σταθεροποιήσεως καὶ τῶν σφαλμάτων διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῶν γωνιακῶν συντεταγμένων ἀπομακρυσμένων ἀντικειμένων.

Τὸ κύριον περιεχόμενον τοῦ τρίτου κεφαλαίου εἶναι ἡ διὰ συγκεκριμένων παραδειγμάτων ἐπεξήγησις τῶν μεθόδων ἐπιλύσεως προβλημάτων ἀναφερομένων εἰς τὸν προσδιορισμὸν τοῦ προσηυστασμοῦ κινουμένου ἀντικειμένου φέροντος εἰς τὸ σύστημα σταθεροποιήσεως ἐλεύθερα γυροσκόπια. Ἐπίσης ἀναπτύσσεται διε-

ξοδικῶς λίαν βασικὸν καὶ χαρακτηριστικὸν παράδειγμα ὑπολογισμοῦ τῆς ἀλλαγῆς κατευθύνσεως ἀντικειμένου μὲ τὴν βοήθειαν γυροσκοπίου, ὅταν τὸ ἀντικείμενον παρουσιάζη προνευστασμὸν καὶ διατοιχισμὸν.

Εἰς τὸ τέταρτον κεφάλαιον ἀναφέρεται ὁ σημαντικὸς ρόλος τῶν γυροσκοπικῶν συσκευῶν μεγάλης ἀκριβείας τῶν διγυροσκοπικῶν πλαισίων καὶ τῶν τριαξονικῶν γυροσκοπικῶν σταθεροποιητῶν διὰ τὸν προσανατολισμὸν κινουμένων ἀντικειμένων.

Τὸ δεύτερον μέρος τοῦ συγγράμματος τιτλοφοροῦμενον : «Γυροσκοπικὰ ἄδρανειακὰ συστήματα» ἀποτελεῖται ἀπὸ ἕξ κεφάλαια. Εἰς τὸ τμήμα αὐτὸ τοῦ συγγράμματος δίδεται μεγάλη προσοχὴ εἰς τὰ προβλήματα τῆς δυναμικῆς. Ἐναπτύσσεται ἡ θεωρία τῶν βασικῶν στοιχείων τῶν συστημάτων τῆς ἄδρανειακῆς ναυτιλίας, ἥτοι τῶν γυροσκοπίων καὶ τῶν νευτωνομέτρων, τὰ ὅποια εἶναι εὐαίσθητα στοιχεῖα καθορίζοντα τὴν φαινομένην ἐπιτάχυνσιν τοῦ κινουμένου σώματος. Ἐπίσης καταστρώνονται αἱ ἐξισώσεις ὠρισμένων συγκεκριμένων συστημάτων.

Λαμβανομένου ὑπ' ὄψιν ὅτι εἰς οὐδένα τομέα τῆς μηχανικῆς δὲν στηρίζεται τις τόσο πολὺ εἰς τοὺς νόμους τῆς σχετικῆς κινήσεως, ὅσον εἰς τὴν θεωρίαν τῶν γυροσκοπίων καὶ εἰς τὴν δυναμικὴν τῶν συστημάτων ἄδρανειακῆς ναυτιλίας, τὸ πρῶτον κεφάλαιον τοῦ τμήματος αὐτοῦ δίδει λεπτομερῆ ἐξήγησιν τῶν δυνάμεων ἄδρανείας καὶ μελετᾷ τὸν σχηματισμὸν τῶν ἐξισώσεων τῆς σχετικῆς κινήσεως, αἱ ὅποια ἐμφανίζουν πλήρη συμφωνίαν μὲ τὴν κλασσικὴν μηχανικὴν. Ἐξετάζεται ἐπίσης ἡ κίνησις καὶ ἡ ἰσορροπία τοῦ τριδιαστάτου φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς ἐν σχέσει πρὸς τὴν στρεφομένην Γῆν.

Τὸ δεύτερον κεφάλαιον ἀναφέρεται εἰς τὴν «μεταπτωτικὴν θεωρίαν τῶν γυροσκοπίων». Ἡ θεωρία αὕτη ἀναπτύσσεται τῇ βοήθειᾳ τῶν τροποποιημένων ἐξισώσεων Euler διὰ τὴν κίνησιν ἄξονοσυμμετρικοῦ στερεοῦ σώματος περὶ ἀκίνητον σημεῖον. Ἐν συνεχείᾳ δίδονται χαρακτηριστικαὶ ἐφαρμογαὶ τῆς θεωρίας ταύτης εἰς τὸ γυροσκόπιον ἐξαρθήσεως τύπου Cardan καθὼς καὶ εἰς ἄλλους τύπους γυροσκοπικῶν συστημάτων, τὰ ὅποια εὐρίσκουν ἐφαρμογὴν εἰς τὴν ἄδρανειακὴν ναυτιλίαν. Ἐπίσης εἰς τὸ κεφάλαιον αὐτὸ δίδεται διὰ βασικὸν παράδειγμα συγκεκριμένου τριαξονικοῦ γυροσκοπικοῦ σταθεροποιητοῦ, ἡ μεθοδολογία εὐρέσεως τῶν ἐξισώσεων τῆς μεταπτωτικῆς κινήσεως τῶν συνθέτων γυροσκοπικῶν συγκροτημάτων. Τέλος τὸ κεφάλαιον τοῦτο ἀναφέρεται καὶ εἰς τὴν εὕρεσιν τῶν ἐξισώσεων κινήσεως εὐαίσθητου στοιχείου τῆς τριδιαστάτου γυροσκοπικῆς πυξίδος Geckeler.

Εἰς τὸ τρίτον κεφάλαιον τοῦ δευτέρου μέρους τοῦ συγγράμματος περιλαμβάνεται ἡ μελέτη τῆς συμπεριφορᾶς τοῦ γυροσκοπίου ἐξαρθήσεως Cardan ὡς καὶ

στοιχειωδῶν γυροσκοπικῶν σταθεροποιητῶν τῇ βοήθειᾳ τῶν ἐξισώσεων ἀποκλίσεως τῆς κινήσεως. Αἱ τελευταῖαι ἐξισώσεις διαφέρουν ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις τῆς μεταπτωτικῆς θεωρίας διότι περιέχουν καὶ τὰς ροπὰς τῶν ὀρμῶν ἢ ποσοτήτων κινήσεως τῶν δακτυλίων ὡς καὶ τῶν συνδεδεμένων μὲ τοὺς δακτυλίους σωμάτων. Εἰς τὸ κεφάλαιον αὐτὸ δίδεται ἐπίσης νέος τρόπος εὐρέσεως τῆς σχέσεως Magnus καὶ ἐλέγχεται ἡ ἀκρίβειά της. Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω, τὸ κεφάλαιον περιλαμβάνει τὴν μελέτην τῆς συμπεριφορᾶς τοῦ μονοαξονικοῦ καὶ διαξονικοῦ γυροσκοπικοῦ σταθεροποιητοῦ. Ἐπίσης ἀποδεικνύεται ἡ ἀναλογία μεταξύ γυροσκοπικοῦ σταθεροποιητοῦ καὶ συστήματος μερικῶν μαζῶν, συνδεδεμένων μεταξύ των μὲ ἐλαστικά στοιχεῖα (π. χ. ἐλατήρια).

Τὸ βασικὸν περιεχόμενον τοῦ τετάρτου κεφαλαίου ἀφορᾷ εἰς τὴν περιγραφὴν τῶν ἀρχῶν σχεδιασμοῦ τῶν στοιχειωδῶν συστημάτων ἀδρανειακῆς ναυτιλίας. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν προϋποτίθεται ὅτι τὸ ἀντικείμενον κινεῖται ἐπὶ τόξου περιφερείας μεγίστου κύκλου τῆς Γῆς, τῆς τελευταίας θεωρουμένης ἀκινήτου.

Εἰς τὸ πέμπτον κεφάλαιον δίδονται αἱ ἀρχαὶ σχεδιασμοῦ συνθετωτέρων ἀδρανειακῶν συστημάτων ἀνθαιρέτως μετακινουμένων ἀλλὰ εἰς σταθερὰν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς Γῆς.

Εἰς τὸ ἕκτον κεφάλαιον ἀναφέρεται ὅτι διὰ τῆς ἐπιλύσεως τῶν διαφορικῶν ἐξισώσεων τοῦ βασικοῦ προβλήματος εἶναι δυνατὴ ἡ μετάβασις ἐκ τῶν γεωγραφικῶν συντεταγμένων εἰς τὰς παραμέτρους Rodrigues - Hamilton. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ὁ γεωγραφικὸς πόλος τῆς Γῆς παύει νὰ εἶναι ἰδιόμορφον σημεῖον εἰς τὸ σύστημα τῶν διαφορικῶν ἐξισώσεων τοῦ προβλήματος, αἱ δὲ ἐξισώσεις μεταπίπτουν εἰς γραμμικὰς τοιαύτας. Τὸ πλῆθος ὅμως τῶν ἐξισώσεων αὐξάνει κατὰ μονάδα. Τὸ σύστημα αὐτὸ παρουσιάζει ἕν ἀπλοῦν ἀλγεβρικὸν πρῶτον ὀλοκλήρωμα, μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ ὁποίου δυνάμεθα νὰ ἐλέγχωμεν τὴν ἀκρίβειαν τῆς ἀριθμητικῆς ἐπιλύσεως τοῦ προβλήματος εἰς τὰς ὑπολογιστικὰς μηχανάς. Αἱ παράμετροι Rodrigues - Hamilton, καθὼς ἐπίσης καὶ αἱ παράμετροι Cayley - Klein χρησιμοποιοῦνται εἰς τὴν θεωρίαν τῶν πεπερασμένων περιστροφῶν τοῦ στερεοῦ σώματος περὶ τὸ ἀκίνητον σημεῖον, δηλαδὴ εἰς τὴν θεωρίαν, ἡ ὁποία κατὰ φυσικὸν τρόπον συνδέεται μὲ τὴν στερεογραφικὴν προβολὴν τῆς σφαίρας εἰς τὸ ἐπίπεδον. Τὸ τέλος τοῦ ἕκτου κεφαλαίου ἀναφέρεται εἰς τὰς μεθόδους ἐφαρμογῆς εἰς τὴν ναυτιλίαν τῶν στερεογραφικῶν προβολῶν, αἱ ὁποῖαι ἰσχύουν κυρίως διὰ μεγάλα γεωγραφικὰ πλάτη, ὅπου ἡ στερεογραφικὴ προβολὴ ὀλίγον διαφέρει ἀπὸ τὴν παράλληλον προβολὴν τῆς σφαίρας τῆς Γῆς ἐπὶ τοῦ ἐφαπτομενικοῦ ἐπιπέδου τοῦ γεωγραφικοῦ πόλου. Εἰσάγοντες, ἀντὶ τυχούσης καθωρισμένης κατευθύνσεως, τὴν κατεύθυνσιν Greenwich ἀπαλλασσόμεθα τῆς δυσκολίας τοῦ

προσδιορισμοῦ τῆς κατευθύνσεως τοῦ ἀντικειμένου, ὅταν τοῦτο διέρχεται ἀπὸ τὸν πόλον.

Ἡ θεωρία τῆς ἀδρανειακῆς ναυτιλίας ἀποτελεῖ σημαντικὸν τμῆμα τῆς συγχρόνου ἐφηρμοσμένης μηχανικῆς, ἣ δὲ ἀνάπτυξις τῆς συνεχίζεται μὲ μεγάλην ἐπιτυχίαν. Ἡ παρουσίασις νέων στοιχείων καὶ ὑπολογιστικῶν μεθόδων ὀδηγεῖ εἰς νέας διατάξεις συστημάτων ἀδρανειακῆς ναυτιλίας καὶ ἀντιστοίχως εἰς νέας μαθηματικὰς σχέσεις, αἱ ὁποῖαι δύνανται νὰ λύσουν προβλήματα μηχανικῆς μὲ μεγάλην ἀκρίβειαν καὶ ὑψηλὴν εὐαισθησίαν. Αἱ μέθοδοι αὗται δὲν ἐξετάζονται εἰς τὸ ὑπ' ὄψιν σύγγραμμα. Ἐν τούτοις εἶναι ἀπαραίτητον νὰ λεχθῆ ἓν κατακλεῖδι ὅτι τὸ περιεχόμενον τοῦ συγγράμματος τούτου κατοπτρίζει τὴν σημαντικὴν συμβολὴν τοῦ Ρώσου σοφοῦ εἰς τὴν περιοχὴν αὐτὴν τῆς ἐπιστήμης. Βασικὸν προτέρημα τοῦ συγγράμματος εἶναι, ὅτι ἡ συμβολὴ αὕτη ἐκτείνεται ὄχι μόνον εἰς τὴν θεωρητικὴν μελέτην τῶν γυροσκοπίων ἀλλὰ καὶ εἰς τὰς ἐφαρμογὰς τῆς εἰς τὴν ἀδρανειακὴν ναυσιπλοΐαν.

Περαιτέρω, ἀναφέρεται ὅτι ὁ τρόπος παρουσιάσεως τῶν θεμάτων εἰς τὸ σύγγραμμα χαρακτηρίζεται ἀπὸ σαφήνειαν καὶ πληρότητα, ἰδιότητες αἱ ὁποῖαι τὸ καθιστοῦν εὐκόλως μελετώμενον παρὰ τὰς ἐγγενεῖς δυσκολίας τῶν ἐξεταζομένων θεμάτων.