ΑΝΑΚΟΙΝΩΣΕΙΣ ΜΗ ΜΕΛΩΝ

ΕΔΑΦΟΛΟΓΙΑ: *Περὶ ἀνιχνεύσεως ἐλαχίστων ποσῶν βαναδίου εἰς γαίας καὶ πετρώματα, ὑπὸ κ. Δ. Κατακουζηνοῦ. Ἀνεκοινώθη ὑπὸ κ. Ἐ. Ἐμμανουήλ.*

ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΧΗΜΕΙΑ: *Περὶ διαχωρισμοῦ καὶ προσδιορισμοῦ ἀσβεστίου καὶ μαγνησίου διὰ βολφραμικοῦ νατρίου, ὑπὸ κ. Δ. Κατακουζηνοῦ. Ἀνεκοινώθη ὑπὸ κ. Ἐ. Ἐμμανουήλ.*

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΙΣ.— **Sur les fonctions algébrico-algébroïdes** *

Par M. ***Th. Varoupoulos.*** Ἀνεκοινώθη ὑπὸ κ. Κωνστ. Μαλτέζου.

Selon la terminologie de M. Montel, on dit qu'une fonction u(x), définie par une équation de la forme

$$F(x, u) \equiv f_0(x)u^{\nu} + f_1(x)u^{\nu-1} + \ldots + f_{\nu-1}(x)u + f_{\nu}(x) = 0;$$

$f_0(x), f_1(x), \ldots, f_{\nu}(x)$ désignant des fonctions entières, est *algébrico-algébroïde* lorsque le discriminant du polynôme F(x,u) en u est exceptionnel, c'est-à-dire un polynôme en x multiplié par une exponentielle.

J'ai examiné ces fonctions et je me propose, dans cette courte note, de communiquer les résultats auxquels je suis arrivé, relatifs aux points de ramification.

1. *Cas où le nombre de points critiques est zéro.*

Imaginons que la variable x décrive dans son plan une courbe continue. Quand x partant d'un point x_0 revient à ce point, la détermination principale u_0 reprend sa valeur initiale, car la courbe fermée ne renferme pas de points critiques; donc, lorsque je fais promener x dans tout le plan la détermination u_0 ne change pas; elle est une fonction *uniforme* de x; il en est de même de toutes les autres, et alors l'équation qui définit l'algébroïde se mettra sous la forme

$$\left[u-\varphi_1(x)\right]\left[u-\varphi_2(x)\right]\ldots\left[u-\varphi_{\nu}(x)\right]=0$$

$\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_{\nu}$ étant des fonctions uniformes de x.
donc, le *polynôme* F(x,u) *n'est pas irréductible* et on peut énoncer la proposition suivante:

---

* Θ. ΒΑΡΟΠΟΥΛΟΥ.—Ἐπὶ τῶν ἀλγεβρικοαλγεβροειδῶν συναρτήσεων.

Lorsqu'une algébroïde n'admet aucun point critique, ses diverses déterminations sont des fonctions uniformes, ou bien:

Une algébroïde irréductible admet nécessairement au moins un point critique.

2. *Cas où le nombre de points critiques est deux:* le 0 et l'∞.

Pour étudier ces fonctions, j'imagine, comme auparavant, que la variable décrit dans son plan, une courbe fermée continue, qui ne passe pas par l'origine; alors quand x partant de x_1, avec la détermination de la fonction u_1, revient à ce point, après avoir décrit une courbe fermée renfermant l'origine à son intérieur, la détermination u_1 se transforme en u_2; je fais encore, une autre fois, ce tour; alors je reviens ou bien avec la détermination u_3 ou bien avec la détermination u_1, mais jamais avec u_2—car en faisant le tour, en sens contraire, on reviendrait avec la détermination u_1—

Soit p le nombre de tours que nous devons faire pour revenir à la détermination u_1. Nous supposons évidemment que l'équation qui définit l'algébroïde est irréductible.

Je dis que $p=\nu$

En effet, je considère les fonctions symétriques:

$$\sum_1^p u_i\,,\quad \sum_1^p u_i u_j\,,\quad \ldots\,,\quad \sum_1^p u_1 u_2 \ldots u_p$$

elles sont manifestement uniformes puisque les u_1 permutent entre eux lorsque x décrit la courbe fermée.

Donc, les déterminations $u_1\ u_2 \ldots, u_p\quad (p<\nu)$

sont des branches de l'algébroïde définie par l'équation

$$u^p + g_1(x)u^{p-1} + \ldots + g_p(x) = 0$$

avec

$$g_1(x) \equiv \sum_1^p u_i\,,\quad g_2(x) \equiv \sum_1^p u_i u_j\,,\ \ldots\,,\quad g_p \equiv u_1 u_2 \ldots u_p$$

donc, l'algébroïde u(x), définie par F(x,u)=o n'est pas irréductible, ce qui démontre notre proposition.

Faisons la transformation $x=t^\nu$; lorsque t décrit une courbe fermée autour du point $t=0$, le point x décrit une courbe continue et fermée autour du point $x=0$ un nombre ν de fois; donc, en partant de la détermination $u = u_1$ on revient avec la valeur initiale, puisque u_1 permute en u_2; u_2 en u_3 et ainsi de suite et enfin u_ν

Or, l'algébroïde sera déterminée par l'équation transformée

$$u^\nu + F_1(t)u^{\nu-2} + F_2(t)^{\nu-2} + \ldots + F_\nu(t) = 0$$

et comme u est uniforme en t nous arrivons à cette conclusion que u doit être une fonction Φ uniforme en $x^{\frac{1}{\nu}}$

Donc: *Une fonction algébroïde possédant deux points critiques est une fonction uniforme de la variable* $\sqrt[\nu]{x}$

3. On démontre de même, en utilisant les fonctions symétriques, *qu'une fonction entière d'une fonction algébrique est une fonction algébroïde*, or nous pouvons construire une fonction algébrique admettant les mêmes points critiques avec la même disposition des branches et nous voyons que *notre algébroïde peut s'exprimer comme une fonction entière de cette algébrique.*

ΠΕΡΙΛΗΨΙΣ

Ἐν τῇ παρούσῃ ἐργασίᾳ ἐξετάζονται ὑπὸ τοῦ κ. Θ. Βαροπούλου αἱ ὑπὸ τοῦ κ. P. Montel ὀνομασθεῖσαι συναρτήσεις ἀλγεβρικοαλγεβροειδεῖς· ἀποδεικνύεται ὅτι, ἂν αὗται δὲν ἔχουν οὐδὲν κριτικὸν σημεῖον, οἱ διάφοροι αὐτῶν κλάδοι εἶναι συναρτήσεις μονότιμοι τῆς μεταβλητῆς x. Ἂν ἔχουν ἕν, τὴν ἀρχὴν λόγου χάριν, ὅτε θὰ ἔχουν καὶ τὸ ἐπ' ∞ σημεῖον, τότε αὗται εἶναι συναρτήσεις μονότιμοι τῆς $\sqrt[\nu]{x}$ ἔνθα ν εἶναι ὁ βαθμὸς τῆς ἀλγεβρικοαλγεβροειδοῦς.

Καὶ γενικῶς ἂν καλέσωμεν f(x) τὴν ἀλγεβρικὴν συνάρτησιν, ἥτις ἔχει τὰ αὐτὰ κριτικὰ σημεῖα μὲ τὴν αὐτὴν διάταξιν τῶν κλάδων, τότε ἡ θεωρουμένη συνάρτησις ἡ ἀλγεβρικοαλγεβροειδής, εἶναι ἀκεραία συνάρτησις τῆς f.

ΦΥΜΑΤΙΟΛΟΓΙΑ.—Ἡ διάσπασις τοῦ μορίου τοῦ λευκώματος τῆς φυματίνης διὰ τῆς ζυμώσεως*, *ὑπὸ κ.* ***Ἀλεξάνδρου Κόμη.*** Ἀνεκοινώθη ὑπὸ κ. Κ. Ζέγγελη.

Διὰ τῆς ἐργασίας τῶν κ. κ. J. F. Heymans καὶ C. Heymans, ἥτις ἀνεκοινώθη [1] εἰς τὴν βιολογικὴν Ἑταιρείαν τῶν Παρισίων, καταδεικνύεται ἡ ἐπίδρασις χημικῶν τινων οὐσιῶν ἐπὶ τῆς φυματίνης.

Οἱ ἐρευνηταὶ οὗτοι γνωρίζουσιν ἡμῖν ὅτι ἡ φυματίνη καὶ μετὰ παρέλευσιν

* Ἐκ τοῦ ἐν Ἀθήναις Ἰνστιτούτου Παστέρ.

[1] *Comptes rendus de la soc. de Biol.*, **101**, 1929, p. 153-155.