

ΣΥΝΕΔΡΙΑ ΤΗΣ 8<sup>ΗΣ</sup> ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 1991

ΠΡΟΕΔΡΙΑ ΙΩΑΝΝΟΥ ΤΟΥΜΠΙΑ

ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΒΙΒΛΙΟΥ

‘Ο ‘Ακαδημαϊκός κ. **Περικλής Σ. Θεοχάρης**, παρουσιάζων τὸ δίτομον βιβλίον μετὶ τίτλον: *Constantin Caratheodory: An international tribute*, (World Scientific Publishing Co., Singapore, New Jersey, London, 1991, 1438 σελίδες, ISBN 981-02—0229-6), ἐπιμελεία κ. Θ ε μ. Μ. Ρ α σ σ ι ᾶ, λέγει τὰ ἐξῆς:

Σαράντα ἕνα χρόνια μετὰ τὸν θάνατον τοῦ ‘Ελληνος μαθηματικοῦ Κωνσταντίνου Καραθεοδωρῆ, ἑνὸς τῶν διαπρεπεστέρων μαθηματικῶν τοῦ 20οῦ αἰῶνος, ἐξεδόθη δίτομον ἔργον ἐξ 1438 σελίδων μετ’ ἐρευνητικῆς ἐργασίας ἀφιερωμένους εἰς τὴν μνήμην του. ‘Ογδόντα ἑπτὰ ἐπιστήμονες ἀπὸ εἴκοσι τρεῖς χῶρες τοῦ κόσμου δίδουν σειράν ἀπὸ πρωτότυπα καὶ ἐνδιαφέροντα συμπεράσματα εἰς τὸν Λογισμόν τῶν Μεταβολῶν, εἰς τὴν Πραγματικὴν Ἀνάλυσιν, εἰς τὴν Μιγαδικὴν Ἀνάλυσιν, εἰς τὰς Διαφορικὰς Ἐξισώσεις, εἰς τὴν Συναρτησιακὴν Ἀνάλυσιν, εἰς τὴν Γεωμετρίαν, εἰς τὰς Ἐφαρμογὰς καὶ εἰς τὴν Ἱστορίαν τῶν Μαθηματικῶν.

‘Ο καθηγητῆς τοῦ Πανεπιστημίου τοῦ Harvard, Lars V. Ahlfors, ποὺ ἔχει τιμηθῆ μετ’ τὸ Fields Medal, προλογίζοντας τὸ ἔργον κατατάσσει τὸν Καραθεοδωρῆ μετὰ τῶν κορυφαίων ἐπιστημόνων, ὁ ὅποιος κατὰ τὸ πρῶτον ἡμισυ τοῦ 20οῦ αἰῶνος, συνετέλεσεν εἰς τὴν μελλοντικὴν ἀνάπτυξιν τῶν Μαθηματικῶν. ‘Ο Καραθεοδωρῆ ἦτο κατὰ τὴν ἐποχὴν τοῦ πρωτοποριακοῦ καὶ ἔδωκε νέαν πνοὴν στοὺς κλάδους ἐκείνους τῶν κλασικῶν μαθηματικῶν ποὺ ἔτειναν νὰ ξεχασθοῦν.

‘Ο Lars Ahlfors τονίζει ἀκόμη ὅτι δὲν μπορεῖ νὰ λησμονήσῃ τὸ πόσον τὸν εἶχε ἐντυπωσιάσει τὸ ἔργον τοῦ Καραθεοδωρῆ καὶ πόσον τὸν ἐμπνέει ἀκόμη καὶ σήμερα. Τὸ διεθνὲς ἐνδιαφέρον γύρω ἀπὸ τὴν συμβολὴν τοῦ μεγάλου αὐτοῦ ‘Ελληνος

ἐπιστήμονος παραμένει ἀκόμη καὶ σήμερον ἀμείωτον, διότι συμβάλλει εἰς τὴν κατανόησιν καὶ τὴν περαιτέρω ἀνάπτυξιν τῶν συγχρόνων θεωρητικῶν καὶ ἐφαρμοσμένων Μαθηματικῶν. Εἶναι γεγονός ὅτι ὁ κόσμος τῶν μαθηματικῶν ἐπιστημῶν ἔχει βαθύτατα ἐπηρεασθῆ καὶ ἐπωφεληθῆ ἀπὸ τὸ πολὺπλευρον ἐπιστημονικὸν ἔργον του.

Ὁ Garret Birkhoff, εἷς ἀπὸ τοὺς κορυφαίους καθηγητὰς τοῦ Harvard, εἰς τὴν ἐργασίαν του μὲ τίτλον «Carathéodory and Harvard», ποὺ δημοσιεύεται στὸν πρῶτον τόμον, ἀναφέρει χαρακτηριστικὰ ὅτι ὁ Καραθεοδωρῆ ἐπηρέασε τὶς καριέρες ὄχι μόνον τοῦ συναδέλφου του L. Ahlfors, ἀλλὰ καὶ πολλῶν ἄλλων, μὴδὲ τοῦ ἰδίου ἐξαιρουμένου καθὼς καὶ τοῦ Marsall Stone.

Ὁ Κ. Καραθεοδωρῆ ἦτο γόνος ἀρχοντικῆς οἰκογενείας. Ἐγεννήθη εἰς τὸ Βερολίνον στίς 13 Σεπτεμβρίου 1873. Ὁ παππούς του καὶ ὁ πατέρας του εἶχαν ὑψηλὴν κλασσικὴν παιδείαν καὶ θέσεις εἰς τὴν διοίκησιν καὶ διπλωματίαν τοῦ Τουρκικοῦ κράτους. Ὁ ἴδιος ἔζησε μέγα μέρος τῶν παιδικῶν του χρόνων εἰς τὰς Βρυξέλλας, ὅπου ὁ πατήρ του ἦτο πρεσβευτὴς τῆς Τουρκίας. Ἡ θέσις αὐτῆ ἀνοιξε τεράστιον κύκλον γνωριμιῶν μεγάλων προσωπικοτήτων τῆς ἐπιστήμης, τῆς διεθνοῦς διπλωματίας καὶ τῶν τεχνῶν εἰς τὴν οἰκογένειαν Καραθεοδωρῆ ποὺ ἐπέδρασε σημαντικῶς εἰς τὴν διαμόρφωσιν τοῦ νεαροῦ ἐπιστήμονος.

Ἐσπούδασεν εἰς τὴν Στρατιωτικὴν Σχολὴν τῶν Βρυξέλλων (1891-1896) καὶ κατόπιν διωρίσθη μηχανικὸς εἰς τὰ μεγάλα ἔργα τοῦ Ἄσουαν καὶ τοῦ Ἄσιουτ τῆς Αἰγύπτου (1898-1900). Τὶς ὥρες τῆς ἀναπαύσεώς του ἐμελετοῦσε τὰ «Μαθήματα τῆς Ἀναλύσεως» τοῦ Κ. Ζορντάν καὶ τὴν «Ἀναλυτικὴ Γεωμετρία» τῶν Σάλμον-Φῆντλερ. Ἡ ἀρμονία τῶν μαθηματικῶν τὸν ἐγοήτευσε καὶ ἀπεφάσισε νὰ στραφῆ πρὸς τὰ καθαρὰ Μαθηματικὰ ποὺ τοῦ ἄρεσαν ἀπὸ τὰ μαθητικά του χρόνια. Διάλεξε τὸ Πανεπιστήμιον τοῦ Βερολίνου διὰ νὰ ξεκινήσῃ, τὸ 1900, τὶς σπουδῆς του στὰ Μαθηματικά, ὅπου ἔμεινε διὰ δύο ἔτη καὶ συνέχισε στὸ Πανεπιστήμιον τοῦ Γκέττιγκεν. Ἀπὸ ἐκεῖ πῆρε τὸ διδακτορικὸν του δίπλωμα τὸ 1904, μὲ τὴν ἱστορικῆς σημασίας διατριβὴν μὲ τίτλον: «Über die diskontinuierlichen Lösungen in der Variationsrechnung» (Περὶ τῶν ἀσυνεχῶν λύσεων εἰς τὸν Λογισμόν τῶν Μεταβολῶν). Καθηγηταὶ του ἦσαν μετὰξὺ ἄλλων οἱ: Frobenius, Fuchs, Hensel, Schwarz, Klein, Hilbert, Zermelo καὶ Minkowski.

Τὸ 1913 διεδέχθη τὸν διάσημον Γερμανὸν μαθηματικὸν Felix Klein εἰς τὸ Πανεπιστήμιον τοῦ Γκέττιγκεν, ὅπου καὶ διετέλεσε καθηγητῆς ἕως τὸ 1918. Ἐκείνην τὴν ἐποχὴν τὸ Πανεπιστήμιον τοῦ Γκέττιγκεν ἐθεωρεῖτο τὸ μεγαλύτερον μαθηματικὸν κέντρον τῆς Γερμανίας καὶ τὶς θέσεις αὐτὲς κατελάμβανον οἱ διαπρέπτεστοι Γερμανοὶ μαθηματικοί. Ἀρκεῖ νὰ ἀναφερθῆ ὅτι ἕνας ἀπὸ αὐτοὺς ἦτο καὶ ὁ Gauss, ὁ σπουδαιότερος μαθηματικὸς τῶν τελευταίων αἰώνων.

Τὸ 1918 ἐξελέγη τακτικὸς καθηγητὴς εἰς τὸ Πανεπιστήμιον τοῦ Βερολίνου καὶ τὸ 1920 ἐκλήθη ἀπὸ τὴν Ἑλληνικὴν Κυβέρνησιν, προκειμένου νὰ ὀργανώσῃ τὸ Πανεπιστήμιον τῆς Σμύρνης. Εἰς τὴν ἐθνικὴν αὐτὴν πρόσκλησιν ἀνταπεκρίθη μὲ ἐνθουσιασμὸν καὶ εἰργάσθη μὲ ζῆλον διὰ τὴν ὀργάνωσιν τοῦ Πανεπιστημίου. Ἡ ἀποχώρησις ἐν τούτοις τοῦ Ἑλληνικοῦ Στρατοῦ ἀπὸ τὴν Σμύρνην ματαίωσε τὰ φιλόδοξα ἑλληνικὰ σχέδια. Ἐν τῷ μεταξύ τὸν Ἰούνιον τοῦ 1920 εἶχε διορισθῆ τακτικὸς καθηγητὴς τῆς Ἀναλυτικῆς καὶ Ἀνωτέρας Γεωμετρίας εἰς τὸ Πανεπιστήμιον Ἀθηνῶν ἀπ' ὅπου καὶ ἀπελύθη τὸν Δεκέμβριον τοῦ ἰδίου ἔτους ἐν τῷ πλαισίῳ εὐρύτερας κυβερνητικῆς ἀποφάσεως πού ὠφείλετο εἰς πολιτικὰς διαμάχας. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον δὲν ἠδυνήθη τότε νὰ ἀσκήσῃ ἐνεργῶς τὰ καθήκοντά του. Ἐπα- νῆλθεν ὅμως ὡς τακτικὸς καθηγητὴς τῆς Ἀνωτέρας Μαθηματικῆς Ἀναλύσεως εἰς τὸ Πανεπιστήμιον Ἀθηνῶν, ἀλλὰ καὶ εἰς τὸ Ἐθνικὸν Μετσόβιον Πολυτεχνεῖον τὸ 1922, ὅπου καὶ ἐδίδαξε διὰ δύο ἔτη. Τὸ 1924 παρητήθη διὰ νὰ μεταβῆ εἰς τὸ Πανεπιστήμιον τοῦ Μονάχου, ὅπου καὶ ἐδίδαξε τὰ ὑπόλοιπα ἔτη τῆς ζωῆς του. Εἰς Ἀθήνας ἐκλήθη ἐκ νέου τὸ 1931 ἀπὸ τὴν ἑλληνικὴν κυβέρνησιν διὰ νὰ ἀναλάβῃ ὡς ἐπίτροπος τοῦ Πανεπιστημίου Ἀθηνῶν. Τὴν θέσιν αὐτὴν διετήρησε διὰ δύο ἔτη χωρὶς νὰ ἐγκαταλείψῃ τὴν ἔδραν του εἰς τὸ Μόναχον.

Ἐξελέγη μέλος πολλῶν Ἀκαδημιῶν μεταξύ τῶν ὁποίων: τοῦ Γκέττιγκεν, τοῦ Βερολίνου, τῶν Ἀθηνῶν, τῆς Ρώμης καὶ τοῦ Μονάχου. Ὑπῆρξε μέλος πολλῶν μαθηματικῶν ἐταιρειῶν καὶ ἐπίτιμος πρόεδρος τῆς Ἑλληνικῆς Μαθηματικῆς Ἐταιρείας ὡς ἐπίσης καὶ τῆς συντακτικῆς ἐπιτροπῆς τῶν μεγαλύτερων διεθνῶν περιοδικῶν τῆς ἐποχῆς του.

Ἡ διεθνὴς ἀναγνώρισις τοῦ Κωνσταντίνου Καραθεοδωρῆ φαίνεται καὶ ἀπὸ τὸ γεγονός ὅτι τὸ 1936 ἀποφασίζει εἰς ἐπιτροπὴν μετὰ τῶν μεγάλων μαθηματικῶν, τοῦ Ἀμερικανοῦ G. D. Birkhoff, τοῦ Γάλλου E. Cartan, τοῦ Ἰταλοῦ F. Severi καὶ τοῦ Ἰάπωνος T. Takagi, διὰ τὴν ἀπονομὴν τῶν μεγάλων βραβείων «Fields Medal» πού ἀποτελεῖ τὴν μεγαλύτεραν ἐπιβράβευσιν τῶν μαθηματικῶν ἀπὸ τὴν Παγκόσμιον Μαθηματικὴν Ἐνωσιν. Ὁ Καραθεοδωρῆ ἦτο ἐκεῖνος πού ἐπέδωσε τὰ δύο βραβεῖα πού ἐδόθησαν διὰ πρώτην φορὰν εἰς τὸ Παγκόσμιον Συνέδριον Μαθηματικῶν τὸ 1936 εἰς τὸ Ὁσλο. Παρουσίασε μάλιστα τὰ ἐπιτεύγματα καὶ τῶν δύο βραβευθέντων, τοῦ Lars V. Ahlfors καὶ τοῦ Jesse Douglas, γεγονός πού δηλώνει πῶς ἡ προσωπικότης του κυριαρχοῦσε ἔναντι τῶν ἄλλων ἐπίσης μεγάλων μαθηματικῶν τῆς ἐπιτροπῆς ἀπονομῆς τῶν βραβείων.

Στοὺς δύο τόμους πού παρουσιάζονται ἔχουν δημοσιευθῆ ἐπιστημονικὲς ἐργασίες πού στηρίζονται, ἐπεκτείνουσι ἢ ἀναφέρονται εἰς τὸ πολὺπλευρον ἔργον τοῦ Καραθεοδωρῆ εἰς τὰ καθαρὰ καὶ ἐφαρμοσμένα Μαθηματικά. Ἀνάμεσά τους οἱ Σοβιε-

τικοί A. Z. Grinshpan και I. M. Milin εις τήν ἐργασίαν τους «Simply connected domains with finite logarithmic area and Riemann mapping functions» ἀναφέρονται εις τήν πρόοδον πού ἐπετεύχθη ἀπό τήν Σχολήν Γεωμετρικῆς Μιγαδικῆς Ἀναλύσεως τοῦ Πανεπιστημίου τοῦ Λένινγκραντ σχετικῶς μέ τήν γνωστήν εἰκασίαν πού εἶχε θέσει ὁ Γερμανός μαθηματικός Bieberbach τὸ 1916. Ἡ εἰκασία αὐτὴ εὔρε ὀριστικὴν λύσιν τὸ 1984 ἀπὸ τὸν Ἀμερικανὸν L. de Branges, ὁ ὁποῖος ἐστηρίχθη σὲ μεθόδους τοῦ K. Καραθεοδωρῆ. Οἱ δύο Σοβιετικοὶ ἐπιστήμονες ἐπεκτείνουν ἐπίσης συμπεράσματα τοῦ K. Καραθεοδωρῆ ὅπως καὶ τῶν: C. Loewner, E. Lindelöf, P. Koebe κ.ἄ.

Εἰς τήν διδακτορικὴν διατριβὴν τοῦ Καραθεοδωρῆ ἀναφέρονται οἱ M. Kracht (Γερμανία) καὶ E. Kreyszig (Καναδᾶς) εις τήν ἐργασίαν των μὲ τίτλον «On Carathéodory's theory of discontinuous extremals and generalizations». Ἐπίσης ἀναφέρονται εις τήν ἐπίδρασιν τοῦ ἔργου τοῦ Καραθεοδωρῆ εις τήν ἀνάπτυξιν τῶν θεωριῶν τοῦ optimal control, εις τὰς ἐλαχίστας ἐπιφανείας καὶ εις τήν Συναρτησιακὴν Ἀνάλυσιν.

Ὁ Βέλγος J.-P. Pier εις τήν ἐργασίαν του μὲ τίτλον «Carathéodory's fundamental contribution to measure theory» ἀναλύει τήν θεμελιώδη θεωρίαν τοῦ μέτρου πού εἰσήγαγε ὁ Καραθεοδωρῆ εις τὰ Μαθηματικὰ καὶ δείχνει πόσο ἐπηρέασε ἡ θεωρία αὐτὴ τοῦ μέτρου (κατὰ Καραθεοδωρῆ) τήν μετέπειτα μελέτην τοῦ Ὀλοκληρωτικοῦ Λογισμοῦ καὶ τῆς ἁρμονικῆς Ἀναλύσεως, ὅπως καὶ τῶν ἐφαρμογῶν των. Ἡ θεωρία τοῦ μέτρου ἐχρησιμοποιήθη ἀπὸ τὸν A. Kolmogorov εις τήν ἀξιοματικὴν θεμελιώσιν του διὰ τήν θεωρίαν τῶν πιθανοτήτων. Ὁ Ἀμερικανός H. Rund, πού ἔχει ἀφιερώσει τὸ μεγαλύτερον μέρος τῆς ζωῆς του σὲ θέματα πού εἶχε ξεκινήσει ὁ Καραθεοδωρῆ, ἀναπτύσσει εις τήν ἐργασίαν του μὲ τίτλον «Adapted contact structures and parameter - dependent canonical transformations», πρωτότυπον γενικευμένην θεωρίαν τοῦ Λογισμοῦ τῶν Μεταβολῶν, κάνοντας χρῆσιν μεθόδων πού στηρίζονται εις τήν θεωρίαν τῶν δυναμικῶν συστημάτων, τῶν διανυσματικῶν πεδίων τοῦ Hamilton καὶ σὲ ιδιότητες τῶν μὴ-γραμμικῶν μετασχηματισμῶν.

Τέλος, ὁ Γερμανός E. Wegert εις τήν ἐργασίαν του μὲ τίτλον «On families of holomorphic functions with restricted boundary values», στηριζόμενος εις θεωρίαν τοῦ Καραθεοδωρῆ, καὶ εις τὸ λῆμμα τοῦ Schwarz, ἀποδεικνύει θεωρήματα εις τήν περιοχὴν τῆς μὴ-γραμμικῆς ἀναλύσεως.

Ἐν συνόλῳ καὶ εις τοὺς δύο τόμους τοῦ βιβλίου παρουσιάζονται ἐξήκοντα ἑννέα ἐργασίαι, ἐξ ὧν ἑπτὰ προέρχονται ἀπὸ Ἑλλήνας ἐπιστήμονας.

Ἡ ἐπίδρασις τῆς συμβολῆς τοῦ Καραθεοδωρῆ εις τήν ἐπιστήμην τῶν μαθηματικῶν καὶ οἱ συνέπειές της παρουσιάζονται καὶ ἀντανακλῶνται κατὰ λαμπρὸν τρόπον

εἰς τοὺς δύο τόμους ποὺ παρουσιάζονται σήμερον εἰς τὴν Ἀκαδημίαν. Οὕτω, ὅσον ἀφορᾷ τὰ πεδία δραστηριοτήτων τοῦ Καραθεοδωρῆ ὑπάρχουν ἄρθρα ἐμπνευσμένα ἀπὸ τὴν πρωτοπόρον ἐργασίαν του εἰς τὸν λογισμὸν τῶν μεταβολῶν, εἰς τὴν μιγαδικὴν ἀνάλυσιν, εἰς τὴν θεωρίαν τοῦ μέτρου καὶ τὴν ὀλοκλήρωσιν, εἰς τὴν θεωρίαν λύσεως μερικῶν διαφορικῶν ἐξισώσεων καὶ εἰς ἐφαρμογὰς ἀφορώσας τὴν θερμοδυναμικὴν, τὴν ὀπτικὴν, τὴν γεωμετρίαν, τὴν διαφορικὴν γεωμετρίαν, τὴν θεωρίαν τῆς σχετικότητος κλπ.

Ἄλλὰ ἡ ἐπίδρασις τοῦ Καραθεοδωρῆ ἀντανακλάται ἐπίσης εἰς τοὺς δύο αὐτοὺς τόμους, ὅχι μόνον ὡς πρὸς τὰ θέματα τῶν ἐργασιῶν, ἀλλὰ καὶ ὡς πρὸς τὸ πνεῦμα τὸ ὁποῖον εἶναι πιθανῶς κάλλιστα ἐκπεφρασμένον διὰ τῶν λέξεων τοῦ μεγάλου διδασκάλου τοῦ Erhard Schmidt, διὰ τῶν ὁποίων οὗτος παρέβαλε τὸν Καραθεοδωρῆ μὲ τὸν Εὐκλείδην. Ὁ καθηγητὴς Schmidt λέγει εἰς ἐλευθέραν μετάφρασιν: «*Ἐκείνο τὸ ὁποῖον καταπλήσσει εἰς τὴν ἐργασίαν τοῦ Εὐκλείδου, εἶναι κυρίως ἡ συνενωτικὴ τελειότης δύο ἱκανοτήτων, αἱ ὁποῖαι σπανίως ἐμφανίζονται ταυτοχρόνως εἰς τὸ αὐτὸ πρόσωπον, δηλαδὴ τῆς φαντασίας εἰς τὸν χῶρον τῶν ἰδεῶν εἰς τὴν πλουσιωτέραν ἐκδήλωσίν της, συνδυαζομένης μὲ τὴν βαθυτέραν δύναμιν ἀφαιρέσεως. Ὁ συνδυασμὸς αὐτὸς εἰς τὸν Εὐκλείδην, προερχόμενος ἀπὸ τὸ θησαυροφυλάκιον τῶν Ἑλλήνων προρόνων του, ἦτο ἐπίσης καὶ ἡ φιλοσοφικὴ λίθος εἰς τὸ ἔργον τοῦ Καραθεοδωρῆ*».

Τὰ ἐπιτεύγματα τοῦ Καραθεοδωρῆ εἶναι τόσον γνωστὰ παγκοσμίως, ὥστε περιττεῦει νὰ τονισθοῦν ἐδῶ τὰ δυνατὰ σημεῖα τῆς συμβολῆς του, ὅπως ἡ διάσημος θεωρία τῆς συμμόρφου ἀπεικονίσεως ἀπλῶς ἐξηρημένων περιοχῶν εἰς τὸν μοναδιαῖον κύκλον, ἡ ἐργασία εἰς τὸ θεώρημα τῶν Picard-Landau, ἡ θεωρία τῶν ἀσυνεχῶν λύσεων εἰς τὸν λογισμὸν τῶν μεταβλητῶν καὶ ἄλλων σημαντικῶν μὴ ἀναφερομένων ἐνταῦθα.

Τὸ δίτομον ἔργον ποὺ παρουσιάζεται σήμερον καλύπτει ἱκανοποιητικῶς τὴν ἐκτεταμένην αὐτὴν περιοχὴν τῶν δραστηριοτήτων τοῦ Καραθεοδωρῆ. Ὁ ὁμιλῶν ἐπιθυμεῖ νὰ τονίσῃ ἐν κατακλείδι τὴν Ἡράκλειον προσπάθειαν τὴν ὁποίαν κατέβαλε ὁ ἐπιστημονικὸς ἐκδότης τοῦ βιβλίου διὰ τὴν πρόσκλησιν, τὴν συγκέντρωσιν, τὴν ἐπιλογὴν, τὴν ταξινομήσιν καὶ τὴν ἱκανοποιητικὴν παρουσίασιν πολλῶν καὶ διαφόρων προσωπικότητων τῆς Οἰκουμένης, ποὺ ἀνήκουν εἰς διαφόρους κλάδους τῆς μαθηματικῆς καὶ σχετικῶν ἐπιστημῶν, καὶ διὰ τοὺς λόγους τούτους συγχαίρει αὐτὸν θερμῶς.

## S U M M A R Y

In the two commemorative volumes a series of scientific papers dedicated to the memory of Constantin Carathéodory are included. These papers deepen the understanding of some of the current research problems and theories in modern topics of calculus of variations, complex analysis, real analysis, differential equations, geometry and their applications, which are related to the work of Carathéodory. The presentation of concepts and methods makes this tribute an invaluable reference for teachers and other professionals in mathematics and associated sciences who are interested in pure and applied research, philosophy of mathematics, and mathematics education. Lars V. Ahlfors has written the Foreword to these volumes.