69. Διὰ νὰ εἶναι ἰσχυρὰ ἡ ἐγγράφως καταρτιζομένη σύμβασις ἀπαιτεῖται νὰ φέρῃ τὴν ὑπογραφὴν τῶν συμβαλλομένων, ὁπότε τί συμβαίνει ἐὰν ὁ ἕτερος ἢ καὶ ἀμφότεροι εἶναι ἀγράμματοι;

ΙΓ'. Συμβατικὴ ποινὴ καὶ ἀρραβών.

70. Πρὸς ἐξασφάλισιν τῆς ἐκτελέσεως τῶν ἐν συμβάσει ὑπεσχημένων εἴθισται νὰ συνομολογῆται χρηματικὴ ποινὴ κατὰ τοῦ ἀθετοῦντος καὶ ποῖον τὸ μέτρον αὐτῆς;

71. Εἴθισται κατὰ τὴν κατάρτισιν συμβάσεων (καὶ τίνων;) νὰ δίδηται ἀρραβών; δοθέντος δὲ ἀρραβῶνος δικαιοῦται ἑκάτερος τῶν συμβαλλομένων νὰ ἀποστῇ τῆς συμβάσεως, ὁπότε ἐὰν μὲν ὁ δοὺς ἀφίσταται ἀποβάλλει τὸ δοθέν, ἐὰν δὲ ὁ λαβὼν ἀποδίδει αὐτὸ διπλοῦν;

ΙΔ'. Ἐγγύησις.

72. Ἐπὶ ἐγγυήσεως δικαιοῦται ὁ πιστωτὴς νὰ στραφῇ κατ' ἐκλογὴν κατὰ τοῦ ἐγγυητοῦ ἢ κατὰ τοῦ ὀφειλέτου, ἢ ὑποχρεοῦται νὰ στραφῇ πρῶτον κατ' αὐτοῦ καὶ ἐὰν δὲν ἱκανοποιηθῇ τότε νὰ στραφῇ κατὰ τοῦ ἐγγυητοῦ;

73. Ἐὰν πλείονες ἐγένοντο ἐγγυηταὶ δύναται ὁ πιστωτὴς νὰ ζητήσῃ παρ' οἱουδήποτε ἐξ αὐτῶν ὁλόκληρον τὸ ὀφειλόμενον;

ΙΕ'. Παραγραφή.

74. Εἴθισται νὰ ὑπόκεινται αἱ ἀξιώσεις εἰς παραγραφὴν καὶ τίς ὁ συνήθης αὐτῆς χρόνος;

SUR LE MODULE DES FONCTIONS ANALYTIQUES MULTIFORMES[1]

PAR M. GEORGES RÉMOUNDOS

On sait le théorème classique de CAUCHY sur le module d'une fonction f(z) holomorphe dans un domaine fini D limité pat un contour C. L'énoncé de théorème de Cauchy est le suivant:

«*Si nous désignons par* M *le maximum du module de* f(z) *sur le contour* C, *le* |f(z)| *ne saurait dépasser le nombre* M *à l'intérieur du domaine* D».

Ce théorème peut-il s'étendre aux fonctions algébroïdes dans un domaine fini D? Voici le problème que nous nous posons:

---

[1] ΓΕΩΡΓΙΟΥ ΡΕΜΟΥΝΔΟΥ.— Περὶ τῶν μέτρων τῶν πλειονοτίμων συναρτήσεων.

Soit $u = a(z)$ une fonction algébroïde à v branches finies dans un domaine fini D et définie par l'équation:

$$F(z,u) = u^v + A_1(z)u^{v-1} + A_2(z)u^{v-2} + \text{— —} + A_{v-1}(z)u + A_v(z) = 0 \qquad (1)$$

où les $A_i(z)$ sont visiblement des fonctions holomorphes dans le domaine D. Désignons, pour chaque valeur de z, par $U(z)$ le plus grand des modules des diverses branches $U_i(z)$ et par $\overset{k}{m_k(z)}$ le module des fonctions $A_k(z)$ au point considéré z et, de plus, par $m(z)$ le plus grand des nombres $m_k(z)$.

Alors, les rélations bien connues entre les racines et les coefficients d'une équation algébrique d'une part et la limitation supérieure des racines d'autre part montrent qu'il existe deux nombres constants A et B, ne dépendant que du nombre v branches, tels que l'on ait les inégalités

$$BU(z) < m(z) < AU(z) \qquad (2)$$

satisfaites à chaque point du domaine D [comparez G. VALIRON, sur quelques théorèmes de M. BOREL, Bull. de la Soc. Math. de France, t. 42, p. 251].

Cela posé, supposons que le module de notre fonction $a(z)$ soit, sur le contour C, inférieur où égal à un nombre M; on aura alors: $U \leq M$ sur le même contour, ce qui entraîne, grâce à l'une des inégalités (2), la formule:

$$m \leq AM$$

et, par suite, les inégalités $\quad m_i \leq AM \qquad (3) \qquad (i=1, 2, 3, .. v)$

satisfaites sur le contour C. Il en résulte, d'après le théorème de CAUCHY appliqué aux fonctions $A_i(z)$ holomorphes dans D, que l'on aura les inégalités

$$|A_i(z)| \leq AM \quad (i=1, 2, 3, .. v) \text{ ou bien } m_i \leq AM \text{ dans tout le domaine D.}$$

Il y aura, donc, la formule $\quad m \leq AM$

dans tout le domaine D, ce qui entraîne, grâce à l'inégalitê (2) à gauche, la formule:

$$BU \leq AM$$

ou bien

$$U \leq \frac{A}{B} M \qquad (4)$$

satisfaite dans tout le domaine D.

Cette dernière formule (4) montre que le théorème de CAUCHY s'étend aux fonctions algébroïdes dans un domaine D dans une certaine mesure

Lorsque le nombre $\frac{A}{B} < 1$, l'extension est parfaite; au contraire· lorsque le nombre $\frac{A}{B} > 1$, nous avons une extension généralisée, c'est-à-dire: l'extension s'obtient avec une certaine modification. Nous avons, donc obtenu le théorème suivant:

Théorème. *Soit* u=a(z) *une fonction algébroïde à* v *branches finies dans un domaine fini* D. *Si nous désignons par* M *le maximu du module des branches de* a(z) *sur le contour* C *limitant le domaine* D, *il existe un nombre constant* k, *ne dépendant que du nombre* v *des branches tel que nous ayons l'inégalité:*

$$|a(z)| \angle K.M$$

satisfaite dans tout le domaine D.

ΠΕΡΙΛΗΨΙΣ

Εἶναι γνωσταὶ αἱ μεγάλαι πρόοδοι τῆς ἐπιστήμης, αἱ ὀφειλόμεναι εἰς τὴν θεμελιώδη θεωρίαν τοῦ CAUCHY. Μεταξὺ τῶν πολλῶν καὶ ποικίλων ἐφαρμογῶν αὐτῆς ἀξιόλογον σημασίαν καὶ χρησιμότητα ἔχει τὸ ἑξῆς θεώρημα:

«Ὅταν μία συνάρτησις εἶναι ὁμαλὴ ἔν τινι τόπῳ T, περικλειομένῳ ὑπὸ καμπύλης Γ κλειστῆς, τὸ μέτρον αὐτῆς γίνεται μέγιστον ἐπὶ τῆς γραμμῆς Γ. Δηλαδή, ἐὰν καλέσωμεν M τὸ μέγιστον μέτρον τῆς συναρτήσεως ἐπὶ τῆς γραμμῆς Γ, τότε εἰς ὅλον τὸν τόπον T τὸ μέτρον τῆς συναρτήσεως δὲν δύναται νὰ ὑπερβῇ τὸν ἀριθμὸν M».

Τὸ σπουδαῖον τοῦτο θεώρημα ὑποθέτει ὅτι ἡ συνάρτησις εἶναι ὁμαλὴ καὶ ἑπομένως μονότιμος ἐν τῷ τόπῳ T. Οὐδεμία μέχρι τοῦδε ἐγένετο σκέψις περὶ ἐπεκτάσεως αὐτοῦ εἰς συναρτήσεις πλειονοτίμους (μὴ ὁμαλὰς) ἐν τῷ τόπῳ T.

Ἐπεχείρησα ἐσχάτως καὶ ἐπέτυχον τὴν ἐπέκτασιν τοῦ ὡς ἄνω θεωρήματος εἰς συναρτήσεις πλειονοτίμους ἐν τῷ τόπῳ T, ἐχούσας ἐν αὐτῷ πεπερασμένον πλῆθος κλάδων καὶ ἀνώμαλα σημεῖα ἀλγεβρικὰ (δηλαδή: ἀλγεβροειδεῖς ἐν τῷ τόπῳ T).

Ἡ ἐπέκτασις αὕτη γίνεται ὑπὸ μορφὴν γενικωτέραν, περιλαμβάνουσαν ὡς μερικὴν περίπτωσιν τὸ θεώρημα τοῦ CAUCHY, καὶ διατυπουμένην ὡς ἑξῆς:

«Ἐὰν μία συνάρτησις f (z) εἶναι ἀλγεβροειδὴς ἔν τινι τόπῳ T, περικλειομένῳ ὑπὸ γραμμῆς κλειστῆς Γ, καλέσωμεν δὲ M τὸ μέγιστον μέτρον αὐτῆς ἐπὶ τῆς γραμμῆς Γ, ὑπάρχει ἀριθμὸς θετικὸς καὶ σταθερὸς K, ἐξαρτώμενον μόνον ἐκ τοῦ πλήθους V τῶν κλάδων τῆς συναρτήσεως, τοιοῦτος ὥστε νὰ ἔχωμεν τὴν ἀνισότητα

$$|f(z)| \angle KM$$

ἰσχύουσαν εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ τόπου T».

DES GAMMES DIATONIQUES[1]

PAR M. CONST. MALTÉZOS

Nous avons redigé une Étude sur la théorie et la génèse des gammes diatoniques. En premier lieu nous y développons brièvement l'évolution historique des gammes musicales, en modifiant sur divers points nos con-

[1] ΚΩΝΣΤ. ΜΑΛΤΕΖΟΥ. — Περὶ διατονικῶν κλιμάκων.