RÉSUMÉ

On a recherché l'état d'équilibre chimique dans la formule suivante:

$$Cu + C\ddot{u}SO_4'' \rightleftharpoons C\ddot{u}_2SO_4''$$

sous des températures 50° - 200° C.

Les résultats de ces recherches sont les suivants:

1.— La quantité de Cu_2SO_4 formée par la réaction de la dissolution de $CuSO_4$ et de cuivre métallique augmente avec l'élévation de la température.

2.— L'état d'équilibre chimique est obtenu d'autant plus vite que la température est plus élevée.

3.— La température augmentant, la relation $\frac{[C\ddot{u}]}{[C\ddot{u}]}$ commence de 25° à 125° C par augmenter brusquement.

Puis l'augmentation continue, mais non brusquement, comme auparavant, avec tendance vers une certaine limite.

4.— Les expériences de circulation démontrent que la production d'un cuivre métallique essentiellement pur est possible tant que nous disposons de vapeur. Etant donné que cette vapeur est à très bon marché dans l'industrie (gaz des hauts fourneaux) cette méthode pourrait être étudiée pour les besoins industriels.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. BISCHOFF, *Schweigers's Journ.*, **3**, p. 195, 1825.
2. F. FÖRSTER und BLANKENBERG, *Ber.*, **39**, s. 4429, 1906.
3. J. RECOURA, *Comp. Rend.*, **148**, p. 1106, 1909.
4. R. LUTHER, *Zeit. Phys. Chem.*, **36**, s. 396, 1901.
5. ABEL, *Zeit. Anorg. Chem.*, **26**, s. 412, 1901.
6. BODLÄNDER und STORBECK, *Zeit. Anorg. Chem.*, **31**, s. 458, 1902.
7. F. FENWICK, *Journ. Amer. Ch. Soc.*, **48**, p. 860, 1926.
8. DENHAM, *Journn. Chem., Soc.*, **93**, p. 424, 1908.

RAMSAY LABORATORY OF INORGANIC AND PHYSICAL CHEMISTRY
UNIVERSITY COLLEGE-LONDON.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΑ. — Περὶ ἑνὸς γενικοῦ τύπου τῆς κοινωνικῆς ἀσφαλίσεως καὶ ἐφαρμογῆς αὐτοῦ εἰς τὸν νόμον 6298 τῆς ἑλληνικῆς κοινωνικῆς ἀσφαλίσεως*, *ὑπὸ **Νείλου Σακελλαρίου**.*

§ 1. Ὁ κ. Maurice Fréchet εἰς τὸ ἔργον αὐτοῦ «Sur une formule générale pour le calcul des primes pures d'assurance de la vie»[1] δίδει τὸν ἑξῆς τύπον:

* **N. SAKÉLLARIOU.— Sur une formule générale de l'assurance sociale et son application à la loi 6298 de l'assurauce sociale grecque.**

[1] International Mathematical Congress, Toronto, Canada, 1924 καὶ Publications de l'institut de Math. de l'Université de Strasbourg, 1929.

$$\Sigma p_{x+k} \cdot D_{x+k} = \Sigma V_{x+k} \cdot D_{x+k} + v. \Sigma \Delta_{x+k} \cdot C_{x+k} \qquad (1)$$
$$k=0, 1, 2, \ldots, \quad v=1:(1+i),$$

τοῦ μὲν i παριστῶντος τὸν τόκον τῆς μιᾶς νομισματικῆς μονάδος εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου, τῶν δὲ D_{x+k}, C_{x+k} παριστώντων τοὺς γνωστοὺς ἀριθμοὺς εἰς τὰ ἀσφαλιστικὰ Μαθηματικά.

Διὰ τοῦ τύπου (1) δύναταί τις νὰ εὕρῃ τὸ καθαρὸν ἀσφάλιστρον πληρωτέον μετὰ τὴν ἡλικίαν x+k ἐτῶν τοῦ ἠσφαλισμένου ἀτόμου, ἔχοντος ἡλικίαν x ἐτῶν μετὰ τὴν ὑπογραφὴν τῆς συμβάσεως ἀσφαλίσεως, ἥτις ἐξασφαλίζει τὴν ὑπὸ τοῦ ἀσφαλιστοῦ καταβολὴν τοῦ ποσοῦ V_{x+k}, μετὰ k ἔτη ἀπὸ τῆς ὑπογραφῆς τῆς συμβάσεως, ἂν ἐπιζῇ κατὰ τὴν ἐποχὴν ταύτην τὸ ἀσφαλιζόμενον ἄτομον, ἢ καὶ τὴν καταβολὴν ποσοῦ Δ_{x+k}, ἐν περιπτώσει θανάτου τοῦ ἠσφαλισμένου εἰς τὴν ἡλικίαν τῶν x+k ἐτῶν[1].

Ἐνταῦθα δίδω γενικὸν τύπον (7), διὰ τοῦ ὁποίου ὑπολογίζομεν τὸ καθαρὸν ἀσφάλιστρον καὶ συναφῆ πρὸς αὐτὸ ποσὰ μιᾶς κοινωνικῆς ἀσφαλίσεως ἀφορώσης εἰς ἓν ἄτομον, ἤτοι τύπον, ὅστις διὰ μερικὰς περιπτώσεις δίδει τὸ καθαρὸν ἀσφάλιστρον διαφόρων εἰδικῶν περιπτώσεων κοινωνικῆς ἀσφαλίσεως, χωρὶς νὰ παρουσιάζεται ἀνάγκη νὰ γίνεται ἰδιαίτερος εἰδικὸς συλλογισμὸς διὰ τὴν εὕρεσιν ἑκάστης ἐξ αὐτῶν.

Διὰ τοῦ τύπου τούτου (7) εὑρίσκομεν ἄλλον (8) τοῦ ἐτησίου σταθεροῦ ἀσφαλίστρου ἑνὸς ἀτόμου ἡλικίας x ἐτῶν διὰ σ ἔτη ἀπὸ τῆς ὑπογραφῆς τῆς συμβάσεως. Τοῦ πρώτου τύπου ἐπεκτεινομένου διὰ πάντα τὰ εἴδη τὰ ὁποῖα προβλέπει ὁ νόμος περὶ τῆς ἑλληνικῆς κοινωνικῆς ἀσφαλίσεως, καὶ γενικευομένου, ὥστε νὰ ἀφορᾷ εἰς πάντα τὰ ἀσφαλιζόμενα πρόσωπα, δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν τὸ σταθερὸν μηνιαῖον ἢ καὶ ἑβδομαδιαῖον μέσον ἀσφάλιστρον δι' ὡρισμένην χρονικὴν περίοδον καὶ δι' ἕκαστον τῶν ἠσφαλισμένων ἀτόμων. Ἐπὶ πλέον διὰ τοῦ ἐν λόγῳ τύπου, συμπληρουμένου καταλλήλως, καὶ ἐπὶ τῇ προϋποθέσει ὅτι, καθ' ὡρισμένας χρονικὰς περιόδους ἀπὸ τῆς ἐφαρμογῆς τοῦ θεσμοῦ τῆς κοινωνικῆς ἀσφαλίσεως θὰ εἰσπράττωνται διάφορα, ὡρισμένα, ἀσφάλιστρα, διαφέροντα ἐν γένει τοῦ μέσου ἀσφαλίστρου, ὡς ὁρίζεται τοῦτο καὶ εἰς τὸν περὶ οὗ ὁ λόγος νόμον, δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν τὸ σταθερὸν ἀσφάλιστρον, τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται νὰ εἰσπράττεται παρὰ τοῦ ἱδρύματος τῶν κοινωνικῶν ἀσφαλίσεων ἐπὶ ὡρισμένον χρόνον, ἵνα μετὰ τὴν πάροδον καὶ τοῦ χρόνου τούτου δύναται νὰ εἰσπράττῃ τοῦ λοιποῦ τὸ μέσον ἀσφάλιστρον.

§ 2. Ὑποθέτομεν ὅτι ὡς μονὰς χρόνου λαμβάνεται τὸ ἔτος, ὅτι ἡ καταβολὴ ὑπὸ τοῦ ἀσφαλιστοῦ εἰς τὸ ἀσφαλιζόμενον ἄτομον τῆς μιᾶς νομισματικῆς μονάδος

[1] Εἰς τὸ βιβλίον τοῦ A. LÖWY, Versicherungsmathematik, 1924, εὑρίσκει τις (σ. 55) γενικὸν τύπον, δίδοντα τὸ καθαρὸν ἀσφάλιστρον γενικῆς ἀσφαλίσεως ἐν περιπτώσει ζωῆς ἢ θανάτου τοῦ ἀσφαλιζομένου. Ὁ τύπος τούτου δὲν εἶναι τόσον εὔχρηστος οὔτε κομψὸς ὡς ὁ τοῦ Fréchet.

γίνεται εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ ἔτους, πρὸς δὲ ὅτι, διατηροῦμεν τὴν ἀνωτέρω σημασίαν τῶν i καὶ v. Ἔστω x εἰς ἔτη ἡ ἡλικία τοῦ ἀσφαλιζομένου ἀτόμου, τὸ ὁποῖον ὑποθέτομεν ἱκανὸν νὰ ἐργάζεται.

Ὑποθέτομεν γνωστὸν α΄) τὸ ποσὸν V^{α}_{x+k}, ὅπου $k=0, 1, 2, \ldots$, τὸ ὁποῖον ὑποχρεοῦται νὰ καταβάλῃ ὁ ἀσφαλιστὴς εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν ὁ ἠσφαλισμένος θὰ ἐπιζῇ μετὰ k ἔτη ἀπὸ τῆς ὑπογραφῆς τῆς συμβάσεως, ἂν εἶναι ἱκανὸς νὰ ἐργάζεται· β΄) τὸ ποσὸν $V^{\alpha i}_{x+k}$, τὸ ὁποῖον θὰ καταβάλῃ ὁ ἀσφαλιστὴς ἰσοβίως εἰς τὴν ἀρχὴν ἑκάστου ἔτους ἀπὸ τῆς ἡλικίας τῶν $x+k+\frac{1}{2}$ ἐτῶν τοῦ ἠσφαλισμένου, ἂν οὗτος καταστῇ τότε ἀνίκανος νὰ ἐργάζεται κατὰ τὸ χρονικὸν διάστημα τῶν $x+k$ μέχρι $x+k+1$ ἐτῶν τῆς ἡλικίας του, καὶ διατηρῆται ἐν τῇ ζωῇ, ἀλλ' εἰς τὴν κατάστασιν τῆς ἀνικανότητος ταύτης· γ΄) τὸ ποσὸν $V^{\alpha \upsilon}_{x+k}$, τὸ ὁποῖον θὰ καταβάλῃ ὁ ἀσφαλιστὴς εἰς τὴν χήραν σύζυγον, ἂν ὑπάρχῃ τοιαύτη, τοῦ ἠσφαλισμένου, εὐθὺς μετὰ τὸν θάνατον αὐτοῦ, ἂν οὗτος συμβῇ εἰς τὴν ἡλικίαν του τῶν $x+k+\frac{1}{2}$ ἐτῶν, καὶ ἐφεξῆς εἰς τὴν ἀρχὴν ἑκάστου ἔτους, ἂν εὑρίσκεται εἰς τὴν ζωὴν ἢ ἐν λόγῳ χωρὶς νὰ ἔλθῃ εἰς νέον γάμον.

Ἀφ' ἑτέρου ὑποθέτομεν, ὅτι τὸ καθαρὸν ἀσφάλιστρον p_{x+k} καταβάλλεται μόνον εἰς τὴν περίπτωσιν καθ' ἣν ὁ ἠσφαλισμένος εἶναι ἱκανὸς νὰ ἐργάζεται καὶ ἔχει τὴν ἡλικίαν τῶν $x+k$ ἐτῶν. Προφανῶς εἴς τινας περιπτώσεις τινὰ τῶν p_{x+k}, V^{α}_{x+k}, $V^{\alpha i}_{x+k}$, $V^{\alpha \upsilon}_{x+k}$ δύνανται νὰ εἶναι ἴσα μὲ μηδέν.

Ἂν παρασταθῇ διὰ τοῦ P τὸ ἐφ' ἅπαξ καθαρὸν ἀσφάλιστρον, διὰ τοῦ ὁποίου δύναται νὰ ἐξαγορασθῇ ἡ σύμβασις τῆς ἀσφαλίσεως, εὐθὺς ὅταν ὑπογραφῇ αὕτη, καὶ διὰ τοῦ ${}_kE^{\alpha}_x$ τὸ ἐφ' ἅπαξ καθαρὸν ἀσφάλιστρον, καταβαλλόμενον ἅμα τῇ ὑπογραφῇ τῆς συμβάσεως (ὑπὸ τοῦ ἀσφαλιζομένου ἀτόμου ἡλικίας x ἐτῶν), ἵνα πληρωθῇ ὑπὸ τοῦ ἀσφαλιστοῦ ποσὸν μιᾶς νομισματικῆς μονάδος, ἂν τὸ ἀσφαλιζόμενον εὑρίσκεται εἰς τὴν ζωὴν μετὰ k ἔτη ἀπὸ τῆς ὑπογραφῆς τῆς συμβάσεως, καὶ ἂν τοῦτο εἶναι ἱκανὸν νὰ ἐργάζεται, θὰ ἔχωμεν

$$P=\Sigma p_{x+k}\cdot {}_kE^{\alpha}_x \tag{2}$$

ὅπου εἶναι

$${}_oE^{\alpha}_x=1\,.$$

Παριστάνομεν μὲ ${}_kE^{\alpha i}_x$ τὸ ἐφ' ἅπαξ καθαρὸν ἀσφάλιστρον, τὸ ὁποῖον καταβάλλεται ἅμα τῇ ὑπογραφῇ τῆς συμβάσεως διὰ τὴν ἐξασφάλισιν τῆς πληρωμῆς ὑπὸ τοῦ ἀσφαλιστοῦ κεφαλαίου μιᾶς νομισματικῆς μονάδος, ἂν τὸ ἀσφαλιζόμενον ἄτομον καταστῇ ἀνίκανον νὰ ἐργάζεται, ὅταν τοῦτο εἶναι ἡλικίας $x+k+\frac{1}{2}$ ἐτῶν, ἡ δὲ πληρωμὴ τοῦ κεφαλαίου τούτου γίνεται καὶ εἰς τὴν ἀρχὴν ἑκάστου τῶν ἐφεξῆς ἐτῶν, ἀπὸ τῆς ἀνικανότητος πρὸς ἐργασίαν, ἐφόσον τὸ ἀσφαλιζόμενον ἄτομον ζῇ καὶ εἶναι ἀνίκανον νὰ ἐργάζεται. Ὁμοίως, παριστάνομεν μὲ ${}_k E_x^{\alpha\upsilon}$ τὸ ἐφ' ἅπαξ καθαρὸν ἀσφάλιστρον, τὸ ἀπαιτούμενον διὰ τὴν παροχὴν μιᾶς νομισματικῆς μονάδος εἰς τὴν χήραν σύζυγον τοῦ ἠσφαλισμένου, ἂν ὑπάρχῃ τοιαύτη, καὶ ἐφ' ὅσον ζῇ αὕτη, τῆς παροχῆς γινομένης εἰς τὴν ἀρχὴν ἑκάστου ἔτους, ἀπὸ τοῦ θανάτου τοῦ ἠσφαλισμένου, ἐπισυμβαίνοντος εἰς τὴν ἡλικίαν τῶν $x+k+\frac{1}{2}$ ἐτῶν αὐτοῦ.

Οὕτω ἔχομεν τὸν τύπον

$$\Sigma p_{x+k} \cdot {}_k E_x^{\alpha} = \Sigma V_{k+x}^{\alpha} \cdot {}_k E_x^{\alpha} + \Sigma V_{x+k}^{\alpha i} \cdot {}_k E_x^{\alpha i} + \Sigma V_{x+k}^{\alpha\upsilon} \cdot {}_k E_x^{\alpha\upsilon}. \tag{3}$$

Προσδιορίζοντες τὰς τιμὰς τῶν

$${}_k E_x^{\alpha}, \quad {}_k E_x^{\alpha i}, \quad {}_k E_x^{\alpha\upsilon},$$

εὑρίσκομεν ὅτι εἶναι

$${}_k E_x^{\alpha} = \frac{D_{x+k}^{\alpha}}{D_x^{\alpha}} \tag{4}$$

ὅπου ἐτέθη

$$D_{x+k}^{\alpha} = l_{x+k}^{\alpha} \cdot v^{x+k},$$

τὸ δὲ l_{x+k}^{α} παριστάνει τὸν ἀριθμὸν τῶν ἀτόμων ἡλικίας $x+k$ ἐτῶν, ἱκανῶν νὰ ἐργάζωνται, οἵτινες θὰ ἐπιζήσουν ἐκ τῶν l_x^{α} τοιούτων ἡλικίας x ἐτῶν, τῶν ἀριθμῶν τούτων λαμβανομένων ἐκ πινάκων, καὶ ἀντικαθιστώντων τοὺς L_{x+k}^{α} καὶ L_x^{α}, ἂν L_x^{α} ἄτομα ὑπογράφουν τὴν σύμβασιν ἀσφαλίσεως περὶ οὗ ὁ λόγος, καὶ ὅταν ὁ L_x^{α} εἶναι ἀριθμὸς ἀρκούντως μέγας.

Ἐπίσης εὑρίσκομεν

$${}_v E_x^{\alpha i} = \frac{D_{x+v}^{\alpha i}}{D_x^{\alpha}} \tag{5}$$

ἐνῷ ἐτέθη

$$D_{x+v}^{\alpha i} = J_{x+v} \cdot a_{x+v+\frac{1}{2}}^{i} \cdot v^{x+v+\frac{1}{2}}$$

καὶ τὸ μὲν J_{x+v} παριστάνει τὸ πλῆθος ἐκεῖνο ἐκ τῶν l_x^{α}, οἵτινες θὰ καταστοῦν ἀνίκανοι νὰ ἐργάζωνται εἰς ἡλικίαν $x+v+\frac{1}{2}$ ἐτῶν, τὸ δὲ $a_{x+v+\frac{1}{2}}^{i}$ τὸ ἐφ' ἅπαξ καθαρὸν ποσόν, τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται νὰ ἔχῃ ὁ ἀσφαλιστὴς κατὰ τὴν ἐποχὴν τῶν $v+\frac{1}{2}$ ἐτῶν ἀπὸ τῆς ὑπογραφῆς τῆς συμβάσεως, ἵνα καταβάλλῃ οὗτος κεφάλαιον μιᾶς νομισματικῆς μονάδος εἰς ἕνα ἐκ τῶν J_{x+v}, εὐθὺς ὅταν καταστῇ οὗτος ἀνίκανος, καὶ ἐφεξῆς εἰς τὴν ἀρχὴν ἑκάστου ἔτους ἀπὸ τῆς ἐποχῆς ταύτης, ἐν ὅσῳ ζῇ καὶ εἶναι ἀνίκανος νὰ ἐργάζεται. Παρατηρητέον ὅτι ὑποθέτομεν

$$2 \cdot a_{x+v+\frac{1}{2}}^{i} = a_{x+v}^{i} + a_{x+v+1}^{i}$$

καὶ εὑρίσκομεν ὅτι

$$a^{i}_{x+k} = \frac{\mathcal{N}^{i}_{x+k}}{D^{i}_{x+k}}$$

ἐνῷ εἶναι

$$\mathcal{N}^{i}_{x+k} = \Sigma D^{i}_{x+j}, \quad (j = k,\ k+1, \ldots)$$

καὶ

$$D^{i}_{x+k} = l^{i}_{x+k} \cdot v^{x+k},$$

τοῦ l^{i}_{x+k} παριστῶντος ἀριθμὸν ἀνικάνων πρὸς ἐργασίαν, ἡλικίας $x+k$ ἐτῶν, οἵτινες ὑπογράφουν συγχρόνως σύμβασιν, καθ' ἣν ὑποχρεοῦται ὁ ἀσφαλιστὴς εἰς τὴν καταβολὴν μιᾶς νομισματικῆς μονάδος εἰς ἕκαστον τῶν l^{i}_{x+k}, εὐθὺς ἀπὸ τῆς ὑπογραφῆς τῆς συμβάσεως καὶ ἐφεξῆς εἰς τὴν ἀρχὴν ἑκάστου ἔτους ἀπὸ τῆς ἐποχῆς ταύτης, ἐν ὅσῳ ζῇ ὁ ἀνίκανος καὶ διατηρεῖται εἰς τὴν κατάστασιν τῆς ἀνικανότητος.

Τέλος εὑρίσκομεν

$${}_{v}E^{\alpha\upsilon}_{x} = \frac{D^{\alpha\upsilon}_{x+v}}{D^{\alpha}_{x}} \tag{6}$$

ὅπου ἐτέθη

$$D^{\alpha\upsilon}_{x+v} = \left(d^{\alpha}_{x+v} \cdot W_{x+v+\frac{1}{2}} + J_{x+v} \cdot a^{i\upsilon}_{x+v+\frac{1}{2}} \right) \cdot v^{x+v+\frac{1}{2}}$$

καὶ

$$2 \cdot W_{x+v+\frac{1}{2}} = W_{x+v} + W_{x+v+1}$$

ἐνῷ

$$W_x = \frac{\sum\limits_{y} l_{xy}\, a^{\upsilon}_{y}}{l_x}, \quad a^{\upsilon}_{y} = \frac{\mathcal{N}^{\upsilon}_{y}}{D^{\upsilon}_{y}}, \quad \mathcal{N}^{\upsilon}_{y} = \Sigma D^{\upsilon}_{y+j}, \ (j = 0, 1, 2, \ldots)$$

$$D^{\upsilon}_{y} = l^{\upsilon}_{y} \cdot v^{y}$$

$$2 \cdot a^{i\upsilon}_{x+v+\frac{1}{2}} = a^{i\upsilon}_{x+v} + a^{i\upsilon}_{x+v+1},$$

$$a^{i\upsilon}_{x} = \frac{\mathcal{N}^{i\upsilon}_{x}}{D^{i}_{x}}, \quad \mathcal{N}^{i\upsilon}_{x} = \Sigma D^{i\upsilon}_{x+k}, \qquad (k = 0, 1, \ldots)$$

$$D^{i\upsilon}_{x+k} = d^{i}_{x+k} \cdot W_{x+k+\frac{1}{2}} \cdot v^{x+k+\frac{1}{2}}$$

Τὸ a^{υ}_{y} παριστάνει τὸ ἐφ' ἅπαξ καθαρὸν ἀσφάλιστρον διὰ τὴν παροχὴν μιᾶς νομισματικῆς μονάδος εἰς χήραν γυναῖκα ἡλικίας y ἐτῶν, ἐκ τῶν l^{υ}_{y} τοιούτων, ἀπὸ τῆς ἡλικίας ταύτης καὶ ἐφεξῆς εἰς τὴν ἀρχὴν ἑκάστου ἔτους ἐν ὅσῳ ζῇ αὕτη. Τὸ l_{xy} παριστάνει τὸ πλῆθος ἐκ τῶν ἀνδρῶν l_x ἡλικίας $x - \frac{1}{2}$ μέχρι $x + \frac{1}{2}$ ἐτῶν ἕκαστος καὶ ἀγνώστου οἰκογενειακῆς καταστάσεως (ἤτοι τινὲς ἐξ αὐτῶν ἔχουν σύζυγον, ἄλλοι εἶναι ἐλεύθεροι, ἄλλοι χῆροι καὶ ἄλλοι χωρισμένοι ἐκ τῶν συζύγων των), ἕκαστος τῶν ὁποίων ἔχει σύζυγον ἡλικίας $y-\frac{1}{2}$ μέχρι $y+\frac{1}{2}$ ἐτῶν.

Τὸ d^{α}_{x+v} παριστάνει ἐκείνους ἐκ τῶν l^{α}_{x} (ἄνδρας ἀγνώστου οἰκογειακῆς καταστάσεως), οἵτινες θὰ ἀποθάνουν κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ $v+1$ ἔτους ἀπὸ τῆς ὑπογραφῆς τῆς συμβάσεως, ὅτε ἦσαν ἱκανοὶ νὰ ἐργάζωνται, δεχόμεθα δ' ὅτι ὁ θάνατός των συμβαίνει εἰς τὴν ἡλικίαν των τῶν $x+v+\frac{1}{2}$ ἐτῶν, καὶ κατ' ἀναλογίαν τὸ d^{i}_{x+k} ἐκείνους ἐκ τῶν ἀνικάνων l^{i}_{x}, οἵτινες θὰ ἀποθάνουν κατὰ τὸ $x+k+\frac{1}{2}$ ἔτος τῆς ἡλικίας των.

Τέλος τὸ $a^{iv}_{x+v+\frac{1}{2}}$ παριστάνει τὸ ἐφ' ἅπαξ καθαρὸν ἀσφάλιστρον κατὰ τὴν ἐποχὴν τῶν $v+\frac{1}{2}$ ἐτῶν μετὰ τὴν ὑπογραφὴν τῆς συμβάσεως διὰ τὴν ἐξασφάλισιν παροχῆς μιᾶς νομισματικῆς μονάδος εἰς τὴν χήραν ἑνὸς τῶν J_{x+v}, ὅστις θὰ ἀποθάνῃ εἰς τὴν ἡλικίαν τῶν $x+v+\frac{1}{2}$ ἐτῶν, ἀπὸ τοῦ θανάτου αὐτοῦ καὶ ἐφεξῆς εἰς τὴν ἀρχὴν ἑκάστου ἔτους, ἐν ὅσῳ ζῇ ἡ χήρα χωρὶς νὰ ἔλθῃ εἰς νέον γάμον.

Οὕτω ἔχομεν τὸν ἑξῆς γενικὸν τύπον

$$\Sigma p_{x+k}\,.\,D^{\alpha}_{x+k} = \Sigma V^{\alpha}_{x+k}\,.\,D^{\alpha}_{x+k} + \Sigma V^{\alpha i}_{x+k}\,.\,D^{\alpha i}_{x+k} + \Sigma V^{\alpha v}_{x+k}\,.\,D^{\alpha v}_{x+k} \qquad (7)$$

Διὰ τὴν πρακτικὴν ἐφαρμογὴν τοῦ (7) θὰ χρησιμοποιηθοῦν πίνακες, δίδοντες τὰς τιμὰς τῶν

$$D^{\alpha}_{x+k},\ D^{\alpha i}_{x+k},\ D^{\alpha v}_{x+k}.$$

§ **3.** Διὰ $p_x = p_{x+1} = \ldots = p_{x+\sigma-1} \neq 0,\ p_{x+\sigma} = p_{x+\sigma+1} = \ldots = 0$, εὑρίσκομεν παριστῶντες τὸ p_x εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην διὰ $|_{\sigma}p_x$

$$|_{\sigma}p_x = \frac{\Sigma V^{\alpha}_{x+k}\,.\,D^{\alpha}_{x+k} + \Sigma V^{\alpha i}_{x+k}\,.\,D^{\alpha i}_{x+k} + \Sigma V^{\alpha v}_{x+k}\,.\,D^{\alpha v}_{x+k}}{\mathcal{N}^{\alpha}_{x} - \mathcal{N}^{\alpha}_{x+\sigma}} \qquad (8)$$

ὅπου ἐτέθη

$$\Sigma D^{\alpha}_{x+j} = \mathcal{N}^{\alpha}_{x+j}, \qquad (j=0, 1, 2\ldots,)$$

Ὁ τύπος (8) δίδει τὸ ἐτήσιον καθαρὸν ἀσφάλιστρον ἑνὸς ἀτόμου ἡλικίας x ἐτῶν, τὸ ὁποῖον θὰ πληρώνῃ τοῦτο ἐπὶ σ ἔτη ἀπὸ τῆς ὑπογραφῆς τῆς συμβάσεως, ἐν ὅσῳ ζῇ καὶ εἶναι ἱκανὸν νὰ ἐργάζεται τοῦτο διὰ τὴν ἐξασφάλισιν τῶν παροχῶν, ὡς ὁρίζονται εἰς τὸ β΄ μέλος τοῦ τύπου (7).

§ **4.** Τὸν τύπον (7) δυνάμεθα νὰ ἐπεκτείνωμεν καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν παροχῆς συντάξεως εἰς ὀρφανὰ τέκνα τοῦ ἠσφαλισμένου, π. χ. μέχρις ὡρισμένης ἡλικίας αὐτῶν, ὅτε εἰς τὸ β΄ μέλος τοῦ τύπου προστίθεται ἓν ἀκόμη ἄθροισμα τῆς μορφῆς $V^{\alpha\tau}_{x+k}\,.\,D^{\alpha\tau}_{x+k}$, ἀφοῦ προσδιορίσωμεν τὴν σημασίαν τῶν $D^{\alpha\tau}_{x+k}$.

Ὁ τύπος (7) γενικευόμενος διὰ πάντα τὰ ἀσφαλιζόμενα ἄτομα (ἡλικιῶν x, $x+1, \ldots$) καὶ ἐπεκτεινόμενος διὰ πάντα τὰ εἴδη τῆς κοινωνικῆς ἀσφαλίσεως, τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦμεν, δίδει τὸ σταθερὸν (καθαρὸν) ἀσφάλιστρον δι' ἕκαστον τῶν ἠσφαλισμένων, ὅταν τοῦτο ὁρισθῇ ὡς (ζητούμενον) μέρος π.χ. τῆς μισθοδοσίας ἢ ὡρισμένου τινὸς ποσοῦ δι' ἕκαστον ἐξ αὐτῶν, ἀλλὰ τοῦ αὐτοῦ διὰ πάντας.

Σημειωτέον ὅτι, διὰ τὴν εὕρεσιν τοῦ ζητουμένου μέσου ἀσφαλίστρου, θὰ εὑρεθοῦν καὶ θὰ ἐξισωθοῦν αἱ τιμαὶ κατὰ τὴν αὐτὴν ἐποχὴν ἀφ' ἑνὸς μὲν τῶν εἰσφορῶν, αἵτινες θὰ καταβληθοῦν εἰς τὸ ἀσφαλιστικὸν ἵδρυμα ὑπὸ πάντων τῶν προσώπων τὰ ὁποῖα θὰ μετάσχουν τῆς ἀσφαλίσεως (ἐχόντων διαφόρους μισθοὺς καὶ ἡλικίας ἐν γένει) καὶ ἀφ' ἑτέρου τῶν παροχῶν ὑπὸ τοῦ ἱδρύματος, αἵτινες προβλέπονται ὑπὸ τῆς ἀσφαλίσεως.

Παρατήρησις.—Κατὰ τὴν σύνταξιν τοῦ νομοσχεδίου τῶν κοινωνικῶν ἀσφαλίσεων διὰ τὴν Ἑλλάδα ὡρίσθησαν αἱ εἰσφοραὶ τῶν ἠσφαλισμένων διὰ διαφόρους χρονικὰς περιόδους, διαφέρουσαι τοῦ καθορισθέντος ὡς μέσου ἀσφαλίστρου, ἐπεδιώχθη δ' ἡ κάλυψις τῶν ἐλλειμάτων τοῦ ταμείου τῆς ἀσφαλίσεως, τῶν παρουσιαζομένων ἕνεκα τῆς ἐν λόγῳ πορείας, διὰ τρόπου ἐμπειρικοῦ, μὴ λαμβανομένης ὑπ' ὄψει τῆς πιθανότητος ἱκανότητος πρὸς ἐργασίαν καὶ τῆς ζωῆς τῶν ἠσφαλισμένων ἀτόμων κατὰ τὰς ἐν λόγῳ χρονικὰς περιόδους, ἄρα καὶ τῆς πιθανότητος ὅτι θὰ εἰσπραχθοῦν τὰ καθορισθέντα ἀσφάλιστρα διὰ τὰς διαφόρους χρονικὰς περιόδους[1]. Ἐπὶ πλέον, ὁ ἐμπειρικὸς τρόπος τῆς καλύψεως τῶν ἐν λόγῳ ἐλλειμάτων δὲν ἠδύνατο νὰ ὁδηγήσῃ εἰς τὸν ἀκριβῆ καθορισμὸν τοῦ χρόνου, ἀφ' ὅτου τὸ ἀσφαλιστικὸν ἵδρυμα θὰ δύναται νὰ εἰσπράττῃ, σταθερῶς πλέον, τὸ εὑρεθὲν μέσον ἀσφάλιστρον. Ὁ ἀνωτέρω γενικὸς τύπος (7) συμπληρούμενος, ὥστε εἰς τὸ β' μέλος αὐτοῦ νὰ ἀναγράφεται πᾶσα ἐπιβάρυνσις τοῦ ἀσφαλιστικοῦ ἱδρύματος καὶ ἐπεκτεινόμενος εἰς τὸ σύνολον τῶν ἀσφαλισθησομένων, ὁδηγεῖ, προφανῶς, εἰς τὴν εὕρεσιν τοῦ ἀσφαλίστρου $_{\sigma|}\tau' p_x$, ὡς μέρους τῆς μισθοδοσίας τῶν ἀσφαλιζομένων, τοῦ αὐτοῦ διὰ πάντας, τὸ ὁποῖον ἀπαιτεῖται, ὅταν εἶναι γνωστά, ἀφ' ἑνὸς μὲν αἱ τιμαὶ τῶν V^{α}_{x+k}, $V^{\alpha i}_{x+k}$, $V^{\alpha\upsilon}_{x+k}$, $V^{\alpha\tau}_{x+k}$ κλπ., καθὼς καὶ τὰ $p_x, p_{x+1}, \cdots$, δι' ὡρισμένα ἔτη, νὰ εἰσπράττῃ τὸ ἵδρυμα, ἐπὶ ὡρισμένον χρό-

[1] Κατὰ τὸν ἔλεγχον τῆς μαθηματικῆς ἐκθέσεως τοῦ ἐν λόγῳ νομοσχεδίου, τὸν ὁποῖον ἐνηργήσαμεν, διέκρινα μὲν εὐθὺς τὴν ἐμπειρικὴν πορείαν τῆς καλύψεως τῶν ἐλλειμάτων, καὶ ἐπανειλημμένως ἐπέμεινα εἰς τὸ ὅτι πρέπει νὰ ἀκολουθήσῃ τις πορείαν αὐστηρῶς ἐπιστημονικὴν καὶ ὄχι τὴν ἐμπειρικήν, νὰ ἀποφύγωμεν δὲ καθορίζοντες ἐμπειρικῶς τὰς τιμὰς τῶν p_{x+k}, ὥστε νὰ τείνωμεν διὰ δοκιμῶν πάντοτε, ἀτελευτήτων ἄλλως τε, πρὸς τὸ μέσον ἀσφάλιστρον. Δεδομένου ὅμως ὅτι, ἡ ἀνωτέρω ἐκτεθεῖσα ἀκριβὴς καὶ ἐπιστημονικὴ πορεία ἀπῄτει διὰ τὴν ἐφαρμογὴν αὐτῆς, νὰ ἔχωμεν εἰς τὴν διάθεσιν ἡμῶν πάντα τὰ ἀπαραίτητα στατιστικὰ στοιχεῖα, τῶν ὁποίων ἐστερούμεθα, ἀλλὰ καὶ χρόνου ἐπαρκοῦς διὰ τὴν ἐκτέλεσιν τῶν ἀπαιτουμένων ὑπολογισμῶν, περιωρίσθημεν μόνον εἰς τὴν ἐξακρίβωσιν τῶν μαθηματικῶν σφαλμάτων τῆς μαθηματικῆς ἐκθέσεως καὶ εἰς τὴν ὑπόδειξιν τῆς τότε δυνατῆς διευθετήσεως τοῦ ζητήματος, ἵνα βραδύτερον ἐφαρμοσθῇ ὑπὸ τοῦ ἱδρύδατος τῶν κοινωνικῶν ἀσφαλίσεων ἡ ἀπαιτουμένη ἐπιστημονικὴ πορεία.

νον τ΄ ἐτῶν, μετὰ τὴν πάροδον τοῦ ὁποίου θὰ δύναται νὰ περιορισθῇ εἰς τὴν εἴσπραξιν τοῦ μέσου ἀσφαλίστρου.

RÉSUMÉ

Monsieur M. Fréchet a donné la formule générale (1) de l'assurance sur la vie des personnes.

Monsieur Nilos Sakéllariou donne la formule générale (7) au moyen de laquelle on peut calculer la prime nette d'assurance et d'autres éléments se rapportant à l'assurance sociale d'une personne.

Au moyen de la relation (7), on peut résoudre certains cas particuliers d'assurances sociales sans raisonnement particulier pour chacun d'eux.

La relation (8) donne la prime constante d'assurance annuelle d'une personne âgée de x années et σ années depuis la signature de la police d'assurance.

La formule (7) peut être employée pour toutes espèces d'assurances sociales (usitées en Grèce suivant la loi 6298) de telle sorte qu'on peut trouver la prime constante mensuelle ou hebdomadaire d'assurance comme faisant partie du traitement de l'assuré durant un temps déterminé et pour chaque personne assurée.

Si l'on complète la relation (7) et si, durant des périodes de temps fixes depuis le vote des assurances sociales, on percevait différentes primes d'assurance déterminées s'écartant de la prime moyenne, on peut trouver la prime constante qui doit être perçue par le service des assurances sociales durant un temps déterminé de telle sorte qu'après cette période, il puisse percevoir la prime moyenne d'assurance.