

# ΠΡΑΚΤΙΚΑ ΤΗΣ ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ ΑΘΗΝΩΝ

ΔΗΜΟΣΙΑ ΣΥΝΕΔΡΙΑ ΤΗΣ 3<sup>ΗΣ</sup> ΙΟΥΝΙΟΥ 2004

---

## Ο ΔΥΣΚΟΛΟΣ ΡΟΛΟΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΗΝ ΕΠΙΣΤΗΜΗ ΤΗΣ ΒΙΟΛΟΓΙΑΣ

ΟΜΙΛΙΑ ΤΟΥ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟΥ κ. ΝΙΚΟΛΑΟΥ ΑΡΤΕΜΙΑΔΗ

Τὰ τελευταῖα χρόνια παρατηρεῖται μιὰ ιδιαίτερα ἔντονη κινητικότητα, ἓνα ιδιαίτερο ἐνδιαφέρον γιὰ θέματα ποὺ ἀφοροῦν τὴν Βιολογία. Διεθνεῖς Ὁργανισμοὶ ὅπως τὸ ICSU, ἡ UNESCO κ.ἄ. δείχνουν νὰ προβληματίζονται ἐπὶ θεμάτων Βιοηθικῆς, Βιοτεχνολογίας, Κλωνοποίησης καὶ πολλῶν παρομοίων ἄλλων θεμάτων.

Στὴν Ἀκαδημία Ἀθηνῶν ἔγιναν καὶ γίνονται προσπάθειες ὅπως ἰδρυθεῖ ἔδρα ἢ Κέντρο Ἑρεῦνης Βιοηθικῆς. Ἐπίσης παρόμοιες δραστηριότητες σημειώθηκαν καὶ σὲ ἄλλα πνευματικὰ ἰδρύματα τῆς χώρας.

Ἄν τώρα θυμηθοῦμε τὴν παγκοσμίως ἀποδεκτὴ ἄποψη ὅτι «κύριο μοχλὸ στὶς θετικές ἐπιστῆμες καὶ ὄχι μόνο, ἀποτελοῦν τὰ μαθηματικά», ἦταν φυσικὸ νὰ σκεφθεῖ κανεὶς νὰ ἐνημερωθεῖ σωστὰ καὶ ὅσο τὸ δυνατόν καλύτερα γιὰ τὸν ρόλο τῶν μαθηματικῶν στὴν Ἐπιστῆμὴ τῆς Βιολογίας. Ἡ σημερινὴ ὁμιλία ἀποτελεῖ παρουσίαση ἑνὸς μέρους μόνο τῆς ἐνημέρωσης αὐτῆς καὶ πιθανὸν νὰ φανεῖ χρήσιμη σὲ ὅσους προβληματίζονται γύρω ἀπὸ τὸ θέμα αὐτό, ὅπως αὐτὸ συμβαίνει μὲ τὸν ὁμιλοῦντα.

Ὁ Γαλιλεὸς Γαλιλέι (1564-1642) ἐπρέσβευε ὅτι: «Τὸ βιβλίον τῆς φύσης εἶναι γραμμένο στὴ γλῶσσα τῶν μαθηματικῶν».

Εἶναι βέβαια γνωστὸ ὅτι ἐφαρμογές τῶν μαθηματικῶν στὴν Βιολογία ὑπῆρξαν πρὸ μακροῦ χρόνου καὶ ὑπάρχουν μέχρι σήμερα. Ὅμως πρόσφατα μόνο ἡ καλούμενη «Μαθηματικὴ Βιολογία» (MB) ἔγινε δεκτὴ ὡς κλάδος τῶν Μαθηματικῶν. Γίνονται τώρα δεκτὲς διδακτορικὲς διατριβές στὴν MB, τὰ δὲ διά-

φορα Τμήματα Μαθηματικῶν Ἀνωτάτων Ἐκπαιδευτικῶν Ἰδρυμάτων προσλαμβάνουν καθηγητὲς διαφόρων βαθμίδων στὴν εἰδικότητα αὐτή.

Ποιὰ εἶναι ὅμως τὰ κριτήρια, βάσει τῶν ὁποίων τὰ ἐν λόγῳ Τμήματα Μαθηματικῶν προσλαμβάνουν τὸ Ἐπιστημονικὸ τους προσωπικό; Ἴδου ἓνα ἐρώτημα τὸ ὁποῖο εἶναι δύσκολο νὰ ἀπαντηθεῖ, διότι ἡ Μαθηματικὴ Βιολογία διαφέρει πάρα πολὺ ἀπὸ τὶς παραδοσιακὲς ἐφαρμογὲς τῶν Μαθηματικῶν στὴν Φυσικὴ καὶ σὲ ἄλλες Ἐπιστῆμες. Ἀργότερα θὰ δοθεῖ ἴσως ἡ εὐκαιρία νὰ μιλήσουμε γιὰ τὸ ἐρώτημα αὐτό. Πρὸς τὸ παρὸν θὰ προσπαθήσουμε πρῶτα ἀπ' ὅλα νὰ γνωρίσουμε καλύτερα τὸν κλάδο τῆς Μαθηματικῆς Ἐπιστήμης, τὴν Μαθηματικὴ Βιολογία.

Τὰ φαινόμενα τὰ ὁποῖα ἐξετάζει ἡ Μαθηματικὴ Βιολογία εἶναι πολλὰ καὶ δὲν ἀπορρέουν αὐτά, ὅπως συμβαίνει σὲ ἄλλους κλάδους τῶν Μαθηματικῶν ἀπὸ μερικὲς ἀπλὲς ἀρχὲς τὶς ὁποῖες ἐκ προοιμίου κάνουμε ἀποδεκτές. Π.χ. Ὁ Νόμος τοῦ Νεύτωνα, ποὺ ἀφορᾷ τὴν κίνηση τῶν σωμάτων, δὲν ἀποτελεῖ ἀπλῶς μιὰ βασικὴ ἀρχὴ ποὺ ἐξηγεῖ διάφορα φαινόμενα τῆς Φυσικῆς, ἀλλὰ μᾶς παρέχει ἐπιπλέον τὶς ἐξισώσεις οἱ ὁποῖες διέπουν τὶς μεταβλητὲς ποὺ καθορίζουν τὴν φυσικὴ κατάσταση τὴν ὁποία μελετοῦμε.

Οἱ ἐξισώσεις ποὺ φέρουν τὴν ὀνομασία «Ἐξισώσεις τῶν Navier καὶ Stokes» εἶναι αὐτὲς ποὺ ἐκφράζουν τὸν Νόμο τοῦ Νεύτωνα στὴν Μηχανικὴ τῶν ρευστῶν. Μᾶς παρουσιάζουν αὐτὲς τὴ βασικὴ ἀρχὴ καὶ τὴν πολυπλοκότητα ποὺ παρατηρεῖται στὰ φαινόμενα ποὺ ἀφοροῦν στὴν κίνηση τῶν ρευστῶν. Ἔτσι ἓνα θεώρημα ποὺ ἀποδεικνύει ὁ ἐρευνητὴς στὰ Καθαρά ἢ στὰ Ἐφαρμοσμένα μαθηματικὰ ἀποτελεῖ θετικὴ συμβολὴ στὴν ἔρευνα. Δυστυχῶς δὲν μπορούμε νὰ ποῦμε ὅτι κάτι παρόμοιο μὲ τὰ παραπάνω συμβαίνει στὴν MB.

Στὴν Βιολογία δὲν φαίνεται νὰ ὑπάρχουν Βασικὲς Ἀρχὲς σὰν αὐτὴ ποὺ ἀναφέραμε παραπάνω. Ὑπάρχουν βέβαια ἀρχὲς ὅπως εἶναι «ἡ ἐξέλιξη τῶν εἰδῶν διὰ τῆς φυσικῆς ἐπιλογῆς» ἢ ὅτι «τὰ ἐπίκτητα χαρακτηριστικὰ δὲν κληρονομοῦνται» ἢ «DNA - RNA - πρωτεΐνες». Οἱ ἀρχὲς ὅμως αὐτὲς μοιάζουν περισσότερο μὲ δόγματα παρὰ μὲ ἀρχὲς ὅπως αὐτὴ τοῦ Νεύτωνα στὴν Κλασσικὴ Μηχανικὴ καὶ τοῦτο διότι οἱ ἀρχὲς αὐτὲς τῆς Βιολογίας δὲν μποροῦν νὰ μεταφραστοῦν σὲ μαθηματικὲς ἐξισώσεις ὅπως συμβαίνει μὲ τὶς ἀρχὲς τῆς κλασσικῆς μηχανικῆς. Αὐτὸ σημαίνει ὅτι ἡ MB δὲν ἱκανοποιεῖ τὸν μαθηματικὸ, ὁ ὁποῖος συνήθως ἐνδιαφέρεται στὸ νὰ ἀνακαλύπτει θεμελιώδεις καὶ παγκοσμίως ἰσχύουσες σχέσεις. Σημαίνει ἐπίσης ὅτι δὲν ὑπάρχει MB ὑπὸ τὴν ἴδια ἔννοια ποὺ ἡ Θεωρία τῶν Συνήθων Διαφορικῶν Ἐξισώσεων εἶναι ἡ μαθηματικὴ θεωρία τῆς Κλασσικῆς Μηχανικῆς.

Ἐπιπλέον στὰ βιολογικὰ συστήματα παρατηρεῖται μιὰ πολὺ μεγάλη ποικιλία αὐτῶν, εἶναι δὲ αὐτὰ ἐξειδικευμένα καὶ πολύπλοκα, γεγονός πού ὀφείλεται στὸ ὅτι στὴν Βιολογία ὑπάρχει τὸ φαινόμενο τῆς «ἐξελίξεως» τῶν εἰδῶν. Ἡ κατάσταση αὐτὴ δυσκολεύει τὰ μέγιστα τὸ ἔργο τοῦ μαθηματικοῦ σὲ θέματα μαθηματικῆς Βιολογίας.

Ἡ πρώτη δυσκολία πού ἀντιμετωπίζει ὁ μαθηματικός εἶναι ὅτι δὲν ξέρει:

- α) ἀπὸ ποῖο σημεῖο νὰ ἀρχίσει τὴν μελέτη του;
- β) πῶς οἱ ἐκάστοτε φυσικὲς καὶ χημικὲς μεταβολὲς ἐπηρεάζουν τὰ εἶδη πού εὐρίσκονται στὸ περιβάλλον (οἰκολογία);
- γ) πῶς σὲ ἓνα πλῆθος, σὲ μιὰ κοινότητα ἀνθρώπων μεταδίδονται οἱ διάφορες ἀσθένειες (ἐπιδημιολογία);
- δ) πῶς λειτουργοῦν τὰ ὄργανα τοῦ ἀνθρώπου (φυσιολογία); Πῶς λειτουργοῦν οἱ νευρῶνες τοῦ ἐγκεφάλου, ὥστε νὰ μᾶς ἐπιτρέπουν νὰ σκεπτόμαστε, νὰ αἰσθανόμαστε, νὰ κάνουμε ὑπολογισμούς καὶ νὰ διαβάζουμε (νευροβιολογία);
- ε) πῶς τὸ ἀνοσοποιητικὸ μας σύστημα μᾶς προφυλάσσει ἀπὸ τὰ παθογόνα αἷτια;
- ζ) πῶς τὰ κύτταρα χρησιμοποιοῦν νόμους τῆς Φυσικῆς καὶ τῆς Χημείας γιὰ νὰ μπορέσουν νὰ λειτουργήσουν (Κυτταρικὴ Βιολογία, Βιοχημεία);
- η) πῶς ὁ γενετικὸς κώδικας πού εὐρίσκεται στὸ DNA δίδει γένεση στὴν βιοχημικὴ λειτουργία τοῦ κυττάρου (Μοριακὴ Βιολογία, Βιοχημεία);
- θ) πῶς οἱ ἀκολουθίες τοῦ DNA, λόγω τυχαίων γεγονότων καὶ περιβαλλοντικῶν πιέσεων ἐξελίσσονται (genomics and genetics);

Ἡ δευτέρα δυσκολία πού ἀντιμετωπίζει ὁ μαθηματικός εἶναι ὅτι ὁ ἐκ τῶν προτέρων σχεδιασμὸς ἑνὸς μηχανισμοῦ γιὰ τὴν ἐκτέλεση ἑνὸς ἔργου μπορεῖ πολλὰ φορὲς νὰ μᾶς παραπλανήσει. Γιὰ νὰ γίνω πιὸ σαφής, ἄς θεωρήσουμε τὸ ἐξῆς παράδειγμα: Τὰ πουλιὰ ὅπως καὶ τὰ ἀεροπλάνα καταναλώνουν «κάτι» γιὰ νὰ παράγουν ἐνέργεια ἢ ὁποία μπορεῖ νὰ μετασχηματισθεῖ σὲ δυναμικὴ ἐνέργεια, ὁπότε ἀμφότερα (πουλιὰ καὶ ἀεροπλάνα) πρέπει νὰ χρησιμοποιήσουν τίς ιδιότητες τῶν ρευστῶν πού μᾶς παρέχουν ἐμμέσως οἱ ἐξισώσεις Navier - Stokes, γιὰ τίς ὁποῖες μιλήσαμε παραπάνω, γιὰ νὰ κινηθοῦν. Αὐτὸ ὅμως δὲν σημαίνει ὅτι ἔχουμε ἀντιληφθεῖ πῶς κινοῦνται τὰ πουλιὰ ἀπὸ τὴν στιγμή πού ἀντιληφθήκαμε πῶς κινοῦνται τὰ ἀεροπλάνα. Γιὰ νὰ ἀντιληφθοῦμε πῶς πετοῦν τὰ πουλιὰ πρέπει νὰ μελετήσουμε τὰ ἴδια τὰ πουλιὰ.

Οἱ κατασκευαστὲς προτύπων (μοντέλων) μένουν καμιά φορὰ ἱκανοποιημένοι διότι νομίζουν ὅτι δημιούργησαν ἓνα μαθηματικὸ πρότυπο (μοντέλο) τὸ ὁποῖο «ἀναπαριστᾷ» μιὰ βιολογικὴ συμπεριφορά, ὅπως ἀκριβῶς συμβαίνει μὲ τὸ ἀε-



ροπλάνο και τὸ πουλί. Αὐτὸ ὅμως δὲν ἀρκεῖ. Ὁ σκοπὸς μας ἐδῶ εἶναι νὰ ἀντιληφθοῦμε πῶς ἀπὸ τὸν βιολογικὸ μηχανισμό προκύπτει ἡ βιολογικὴ συμπεριφορά. Δεδομένου ὅτι οἱ βιολογικοὶ μηχανισμοὶ ἔχουν δημιουργηθεῖ «ἐξελικτικὰ» εἶναι ὅπως τονίσαμε αὐτοὶ πολύπλοκοι, λεπτεπίλεπτοι, εἰδικῆς μορφῆς ἢ ἀσυνήθους μορφῆς. Γιὰ νὰ ἀντιληφθεῖ κανεὶς τὴν λειτουργία τους πρέπει νὰ βυθιστεῖ στὴν μελέτη τῶν λεπτομερειῶν τῆς Βιολογίας καὶ νὰ συνεργασθεῖ μὲ τοὺς βιολόγους.

Μιὰ τρίτη δυσκολία ποὺ ἀντιμετωπίζει ὁ μαθηματικὸς εἶναι ὅτι διαφορετικὰ εἶδη μποροῦν νὰ ἐπιτελέσουν τὸ ἴδιο ἔργο μὲ διαφορετικοὺς μηχανισμούς. Μπορεῖ π.χ. νὰ καταλάβουμε πῶς πετάει ἓνα πουλί καὶ συγχρόνως νὰ ἀγνοοῦμε πῶς πετάει μιὰ πεταλούδα ἢ κάποιο ἄλλο ἔντομο. Δηλαδή, καὶ ἂν ἀκόμη ἔχουμε ἀποκτήσει στὴν ἔρευνά μας κάποιο ἀποτέλεσμα, μπορεῖ ἡ ἐπιτυχία μας αὐτὴ νὰ ἀφορᾷ μόνο εἰδικές περιπτώσεις.

Ἀπὸ ὅσα ἐκθέσαμε παραπάνω μπορεῖ κανεὶς νὰ βγάλει μερικὰ πρῶτα συμπεράσματα χρήσιμα γιὰ τὸν μαθηματικὸ.

Ὅταν ὁ μαθηματικὸς ἀσχολεῖται μὲ τὸν κλάδο ποὺ ὀνομάσαμε Μαθηματικὴ Βιολογία, δὲν πρέπει νὰ προσπαθεῖ νὰ ἀνακαλύψει «παγκόσμιες δομικὲς σχέσεις» γιατί θὰ ἀπογοητευθεῖ. Δὲν πρέπει νὰ χάνει τὸν καιρὸ του στὸ νὰ προσπαθεῖ νὰ ἀναπτύξει «μεθόδους τῆς Μαθηματικῆς Βιολογίας», διότι τὰ προβλήματα παρυσιάζονται σὲ πολὺ μεγάλη ποικιλία γιὰ νὰ ὑπακούσουν σὲ μεθόδους συνοπτικῆς (κεντρικῆς). Πρέπει λοιπὸν ὁ ἐν λόγω μαθηματικὸς νὰ ἀσχοληθεῖ μὲ τὴν ΜΒ μόνον ἂν ἔχει μεγάλο ἐνδιαφέρον στὴν ἴδια τὴν ἐπιστῆμὴ τῆς Βιολογίας. Ἐπὶ τοῦτο ὁ μαθηματικὸς μπορεῖ νὰ βοηθήσει οὐσιαστικὰ τὸν βιολόγο, διότι ὁ μαθηματικὸς ἔχει τὴν ἐμπειρία καὶ τὴν ἱκανότητα νὰ σκέπτεται καὶ νὰ χειρίζεται πολύπλοκες σχέσεις καὶ νὰ δίνει μαθηματικὴ μορφή σὲ ἐπιστημονικὰ θέματα. Συμβαίνει μάλιστα μερικὲς ἀπὸ τίς μαθηματικὲς σχέσεις ποὺ ἀποκτᾷ μελετώντας βιολογικὰ θέματα νὰ ἀποτελέσουν σημαντικὰ καὶ πολὺ ἐνδιαφέροντα θέματα στὴν περιοχὴ τῶν Καθαρῶν Μαθηματικῶν.

Οἱ περισσότεροι βιολόγοι γνωρίζουν τὴν δυσκολία ποὺ παρουσιάζουν τὰ προβλήματα ποὺ τοὺς ἀπασχολοῦν καὶ ὡς ἐκ τούτου, γιὰ τοὺς λόγους ποὺ ἀναφέραμε παραπάνω, ἐπιζητοῦν ἢ πρέπει νὰ ἐπιζητοῦν τὴ βοήθεια τοῦ μαθηματικοῦ.

Στὸ σημεῖο αὐτὸ θὰ ἤθελα μὲ συντομία νὰ ἀναφέρω ὡς παράδειγμα στενῆς συνεργασίας μεταξὺ βιολόγων καὶ μαθηματικῶν τὸ συνέδριο ποὺ εἶχε ὀργανώσει ἡ American Mathematical Society (AMS) τὴν 6<sup>η</sup> καὶ 7<sup>η</sup> Ἰανουαρίου 1992 στὴν Βαλτιμόρη τῆς Πολιτείας Maryland τῶν USA.

Κεντρικό θέμα του συνεδρίου αποτέλεσε η μελέτη του DNA, οί δὲ μαθηματικοί οί ὅποιοι εἶχαν προσκληθεῖ σέ αὐτό ἦταν ἐρευνητές στήν περιοχή ἐκείνη τῶν μαθηματικῶν πού φέρει τήν ὀνομασία Θεωρία τῶν Κόμβων. Ἀσφαλῶς ὅσοι ἀσχολοῦνται μέ τὸ DNA θά ἔχουν ἀντιληφθεῖ γιατί ἡ εἰδικότητα αὐτῆ τῶν μαθηματικῶν ἦταν ἀνάγκη νά εἶναι παρούσα. Γιά τοὺς μὴ ἐξοικειωμένους μέ τὸ θέμα θά πῶ ὅτι: Το DNA (Deoxyribonucleic Acid) εὐρίσκεται μέσα στὸν πυρήνα τοῦ κυττάρου καὶ ἀποτελεῖ τὸ πρωταρχικὸ γενετικὸ ὕλικό τῶν περισσοτέρων ὀργανισμῶν. Στὸ DNA εὐρίσκονται «καταγεγραμμένες» οἱ γενετικές πληροφορίες πού ἀφοροῦν στοὺς ἐν λόγω ὀργανισμούς. Οἱ πληροφορίες αὐτὲς δὲν εἶναι ἐναποθηκευμένες ὑπὸ συμπαγῇ μορφή, ὅπως συμβαίνει στοὺς Η/Υ (computer Chip) ἀλλὰ εὐρίσκονται ὑπὸ μορφή λεπτοῦ νήματος. Ὁ τρόπος μέ τὸν ὁποῖο τὸ DNA εὐρίσκεται συσσωρευμένο μέσα στὸν πυρήνα τοῦ κυττάρου εἶναι ἐξαιρετικὰ πολὺπλοκος, κάτι πού ἐξηγεῖται εὐκόλα ἂν κανεῖς λάβει ὑπόψη ὅτι τὸ μῆκος ἑνὸς μορίου DNA ἰσοῦται, περίπου, μέ 10.000 φορές τὸ μῆκος τῆς ἀκτίνης τοῦ κυττάρου στὸ ὁποῖο αὐτὸ περιέχεται. Κατὰ κάποιον τρόπο (τρομακτικὰ πολὺπλοκο θά ἔλεγα) τὸ γενετικὸ αὐτὸ ὕλικό διοχετεύεται καὶ ὀργανώνεται ἐκ νέου μέσα στὰ νέα θυγατρικά κύτταρα τὰ ὁποῖα παράγει ὁ ὀργανισμός.

Ἡ προσπάθεια τοῦ βιολόγου νά ἀντιληφθεῖ τὸν μηχανισμό σύμφωνα μέ τὸν ὁποῖο διακινεῖται τὸ DNA ἀποτελεῖ ἓνα ἀπὸ τὰ μεγαλύτερα προβλήματα του. Οἱ ἀναζητήσεις αὐτὲς ὁδήγησαν στὸ συμπέρασμα ὅτι τῇ λύσει τοῦ βιολογικοῦ προβλήματος ἀποτελεῖ μιά κατηγορία οὐσιῶν πού καλοῦνται ΕΝΖΥΜΑ. Ἀπεδείχθη ὅτι τὰ ἐνζυμα αὐτὰ διακινοῦν τὸ DNA κατὰ τρόπους οἱ ὅποιοι ἐξηγοῦνται μέ τὴν βοήθεια τοῦ κλάδου ἐκείνου τῶν μαθηματικῶν πού φέρει τήν ὀνομασία Τοπολογία. Ὁ ἀριθμὸς τῶν κόμβων καὶ τῶν ἀλυσίδων πού παρουσιάζει τὸ DNA εἶναι ἀστρονομικὰ μεγάλος.

Ὅταν οἱ βιολόγοι ἄρχισαν νὰ ἐργάζονται μέ τὰ ἐνζυμα προσπαθώντας νὰ κάτασκευάσουν ἀπομιμήσεις τοῦ DNA μέ τὴ χρήση νημάτων, γιὰ νὰ διακρίνουν τίς ὑπάρχουσες διαφορὲς μεταξὺ τῶν διαφόρων εἰδῶν κόμβων πού προέκυπταν, ἀντιλήφθηκαν ὅτι ἡ βοήθεια τῶν Μαθηματικῶν τοὺς ἦταν πιά ἀπαραίτητη. Οἱ εἰδικοί περὶ τὴν Θεωρία τῶν Κόμβων μαθηματικοὶ τοὺς βοήθησαν καὶ ἐξακολουθοῦν νὰ τοὺς βοηθοῦν στήν ἐπίλυση μιᾶς πολὺ μεγάλης πλειονότητας ἐκ τῶν προβλημάτων πού ἀφοροῦν στήν ταξινόμηση κόμβων πού ἀναφέρονται στὴ λειτουργία τῆς διακινήσεως τοῦ DNA.

Ἐπιγραμματικὰ μπορούμε νὰ ποῦμε ὅτι τὰ σχήματα τῶν ἐνζύμων, ἡ δομὴ πού παρουσιάζουν τὰ σύμπλοκα «ἐνζυμα - DNA», τὰ ὁποῖα σχηματίζονται ὅταν



τὰ ἐνζυμα περιβάλλουν καὶ δρουν ἐπὶ τοῦ DNA, καθὼς ἐπίσης καὶ οἱ ἀλλαγές πού προκαλοῦν οἱ ἐπιδράσεις τῶν ἐνζύμων στὶς γεωμετρικὲς καὶ στὶς τοπολογικὲς ιδιότητες τοῦ DNA παρουσιάζουν τεράστιο βιολογικὸ ἐνδιαφέρον.

Ἡ τοπολογία τῶν ποικίλων μορφῶν τοῦ DNA παρέχει ἓνα εἶδος «ἀρχείου» ὅπου καταγράφεται ἡ δομὴ τῶν προδρόμων μορφῶν, τῶν ὡς ἄνω μορφῶν, καθὼς καὶ ὁ μηχανισμὸς τῶν ἐνζύμων τὰ ὁποῖα συνετέλεσαν στὸν σχηματισμὸ τους.

Ἐπειδὴ ὁ ἄμεσος πειραματικὸς προσδιορισμὸς τῶν ὡς ἄνω στοιχείων παρουσιάζει ἄλλες δυσκολίες, χρησιμοποιοῦνται γιὰ τὸν λόγο αὐτό, συχνά, ἔμμεσες μέθοδοι ὅπως εἶναι ἡ λεγόμενη «Τοπολογικὴ προσέγγιση στὴν Ἐνζυμολογία».

(Σχετικὴ βιβλιογραφία: Ὁμιλία μου στὴν Ἀκαδημία Ἀθηνῶν «Νέες Ἐφαρμογές τῆς Γεωμετρίας καὶ τῆς Τοπολογίας στὶς Θετικὲς Ἐπιστῆμες», Πρακτικὰ τῆς Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν, Τόμ. 67, Τεύχος Β', ἡ «Λόγοι ἀπὸ τοῦ Βήματος τῆς ΑΑ», σελ. 172).

Καὶ τώρα, μετὰ τὰ πρῶτα αὐτὰ συμπεράσματα, θὰ ἤθελα νὰ ἀπαριθμήσω ἐπιπλέον καὶ τρεῖς ἀκόμη σπουδαίους λόγους γιὰ τοὺς ὁποίους ὁ ρόλος τὸν ὁποῖον διαδραματίζουν τὰ Μαθηματικὰ στὴν Βιολογία εἶναι ἰδιαζόντως δύσκολος.

α) Σὲ πολλὰ βιολογικὰ προβλήματα ὁ ἐρευνητὴς προσπαθεῖ νὰ ἀντιληφθεῖ μὲ ποῖο τρόπο ἡ συμπεριφορὰ ἐνὸς συστήματος τὸ ὁποῖο εὐρίσκεται σὲ κάποιον ἐπίπεδο ἐξέλιξης προκύπτει ἀπὸ δομὲς καὶ μηχανισμοὺς πού βρίσκονται σὲ κατώτερο ἐπίπεδο ἐξέλιξης. Π.χ. μὲ ποιὸν τρόπο οἱ συντονισμένες ἐνέργειες τῶν νευρῶν προκαλοῦν τὴν ἡρεμὴ καὶ κομψή κίνηση τοῦ βραχίονος. Ἐπίσης πῶς ὁ γενετικὸς κώδικας τοῦ DNA δημιουργεῖ, διατηρεῖ καὶ ρυθμίζει τὴ βιοχημεία τοῦ κυττάρου; Πῶς ἡ βιοχημεία τοῦ κυττάρου ἐπιτρέπει σὲ αὐτὸ νὰ δέχεται σήματα, νὰ τὰ ἐπεξεργάζεται καὶ στὴ συνέχεια νὰ στέλνει σήματα σὲ ἄλλα κύτταρα; Πῶς ἡ συμπεριφορὰ μιᾶς ομάδας κυττάρων τοῦ ἀνοσοποιητικοῦ συστήματος προκαλεῖ τὴν ἀντίδραση ὁλόκληρου τοῦ συστήματος; Μὲ ποιὸν τρόπο οἱ ἀτομικὲς ιδιότητες κάθε μέλισσας «συντίθενται» καὶ προκαλοῦν τὴ γενικὴ συμπεριφορὰ τῶν κατοίκων ὅλης τῆς κυψέλης; Μὲ ποιὸν τρόπο τὰ κύτταρα ἐνὸς φύλλου φυτοῦ «συνεργάζονται» γιὰ νὰ στρέψουν τὸ φύλλο αὐτὸ πρὸς τὸν ἥλιο; Μὲ ποιὸν τρόπο ἡ συμπεριφορὰ διαφόρων ἀτόμων συντελεῖ στὸ νὰ διαδοθεῖ μιὰ ἐπιδημικὴ νόσος;

Στὴν Φυσικὴ εἴμαστε ἐξοικειωμένοι μὲ ἐρωτήματα τοῦ εἶδους αὐτοῦ. Π.χ. ποιὲς εἶναι οἱ σωστὲς μεταβλητές, μὲ τὴ βοήθεια τῶν ὁποίων μπορούμε νὰ περιγράψουμε τὴν συμπεριφορὰ ἐνὸς ἀερίου καὶ πῶς οἱ τιμὲς τῶν μεταβλητῶν αὐτῶν προκύπτουν ἀπὸ τὴν ἐφαρμογὴ τῶν νόμων τῆς κλασσικῆς μηχανικῆς στὰ μόρια

πού απαρτίζουν τὸ ἐν λόγῳ ἀέριο; Προβλήματα τοῦ εἶδους αὐτοῦ εἶναι πολὺ δυσκολότερο νὰ ἀπαντηθοῦν ὅταν πρόκειται γιὰ βιολογικὰ συστήματα.

6) Στὴν Φυσικὴ καθὼς καὶ σὲ ἄλλες θετικὲς ἐπιστῆμες ὑπῆρχε ἀνάγκη νὰ ἀποφῇ ὅτι γιὰ νὰ ἐλέγξουμε μιὰ θεωρία καταφεύγουμε συνήθως στὴ διεξαγωγὴ διαφόρων πειραμάτων. Π.χ. ἐξετάζουμε τὴν πτώση στὸ κενὸ σωμάτων διαφορετικοῦ βάρους ἢ μετροῦμε τὴ γωνιακὴ ἀπόσταση δύο ἀστέρων κλπ. Ὅμως οἱ πολὺπλοκες ἱστορίες ἢ συμπεράσματα πού ἔχουν προκύψει κατὰ τὴ διάρκεια τοῦ 20<sup>ου</sup> αἰ. καὶ ἀφοροῦν στὶς ἀλληλεπιδράσεις μεταξὺ θεωρίας καὶ πειράματος στὴν κβαντικὴ μηχανικὴ, στὴν πυρηνικὴ φυσικὴ καθὼς καὶ στὴ φυσικὴ τῶν στοιχειωδῶν σωματιδίων, μᾶς ἔχουν σχεδὸν πείσει ὅτι ἡ ἀποφῇ αὐτὴ πού ἀναφέραμε γιὰ τὸν διὰ τοῦ πειράματος ἐλεγχο τῆς θεωρίας πρέπει νὰ θεωρεῖται μᾶλλον ἀφελεῖς ἢ ἀνεπαρκές.

Ἀνάλογα συμπεράσματα ἰσχύουν καὶ στὴ Βιολογία. Ὁ πειραματισμὸς ἐδῶ εἶναι πολὺ πιὸ δύσκολος καὶ τὰ προκύπτοντα συμπεράσματα προβληματίζουν τὸν ἐρευνητὴ ἀκόμα περισσότερο. Π.χ. ἡ συμπεριφορὰ ἐνὸς συστήματος δὲν μπορεῖ νὰ γίνῃ ἀντιληπτὴ ἀπὸ τὴ χωριστὴ ἐξέταση τῶν διαφόρων μερῶν τοῦ συστήματος, ὅταν αὐτὸ εὐρίσκεται σὲ χαμηλότερο ἐπίπεδο, διότι ἡ συμπεριφορὰ αὐτῶν προκύπτει ἀπὸ τὴν σύνθεση πολὺπλοκων ἀλληλεπιδράσεων τῶν μερῶν αὐτῶν μεταξύ τους. Γιὰ πολλοὺς ἄλλους λόγους παρόμοιους μὲ αὐτὸν πού ἀναφέραμε, τὰ διάφορα δεδομένα (data) στὴν Βιολογία πρέπει νὰ μελετῶνται μὲ μεγάλη προσοχὴ καὶ κριτικὸ πνεῦμα.

Τὰ βιολογικὰ συστήματα εἶναι τόσο διαφορετικὰ μεταξύ τους καὶ τὸ κάθε τὶ φαίνεται νὰ βρίσκεται σὲ ἀλληλεπίδραση μὲ κάτι ἄλλο ἢ ἄλλα, μὲ ἀποτέλεσμα νὰ γίνονται πολλὲς μετρήσεις, οἱ ὁποῖες παρέχουν ἓνα τεράστιο πλῆθος δεδομένων (data). Τὸ νὰ ἔχουμε ὅμως ἓνα μεγάλο πλῆθος data δὲν σημαίνει ὅτι ἔχουμε ἀντιληφθεῖ τίς αἰτίες τῶν φαινομένων ἀπὸ τὰ ὁποῖα προέκυψαν αὐτὰ τὰ data.

Γιὰ νὰ γίνῃ ἀντιληπτὴ (γιὰ νὰ ἐρμηνευθεῖ) ἡ κατάσταση ἐνὸς συστήματος πού μελετοῦμε, χρειάζεται νὰ διατυπωθεῖ μιὰ θεωρία. Μέσα ὅμως στὸν κυκεῶνα αὐτὸ τῶν δεδομένων, ὅπου δὲν ὑπάρχουν θεμελιώδεις ἀρχές σὰν αὐτὴ τοῦ Newton, δὲν εἶναι εὐκόλο νὰ διατυπωθοῦν ἔστω καὶ μερικὲς χρήσιμες κατευθυντήριες γραμμὲς ἐρευνας. Πρέπει νὰ ἔχει κανεὶς κάποιες ἰδέες γιὰ τὸ πῶς ἡ δομὴ (ἢ ἡ συμπεριφορὰ) τοῦ συνόλου σχετίζεται (συνδέεται) μὲ τὴν δομὴ τῶν μερῶν πού ἀποτελοῦν τὸ ὅλο.

Τὸ νὰ διαλογίζεται κανεὶς διὰ μέσου τέτοιου εἶδους ἰδεῶν καὶ νὰ ἀποδεικνύει τίς συνέπειες στὶς ὁποῖες μπορεῖ νὰ ὀδηγήσουν οἱ ἐκάστοτε γενόμενες ὑποθέσεις

είναι μια όδός προσφιλής σέ έναν μαθηματικό και ως εκ τούτου πρὸς τὴν κατεύθυνση αὐτὴ μπορεῖ αὐτὸς νὰ φανεῖ χρήσιμος στὸν βιολόγο.

Γιὰ νὰ ἐξηγήσουμε ποιά εἶναι ἡ τρίτη δυσκολία, πρέπει πρῶτα νὰ μιλήσουμε γιὰ τὴν ἔννοια ποὺ στὴν ἀγγλικὴ φέρει τὴν ὀνομασία «feedback control» (ἔλεγχος ἐπανατροφοδοσίας). Πρόκειται γιὰ ἓνα αὐτορρυθμιζόμενο, αὐτοελεγχόμενο βιολογικὸ σύστημα, ὅπως αὐτὸ τῆς συνθέσεως ὁρμονῶν, ὅπου τὸ παραγόμενο ἀποτέλεσμα ἐπηρεάζει τὴν εἰσαγόμενη ποσότητα εἴτε θετικὰ εἴτε ἀρνητικὰ. Π.χ. τὰ νεφρόνια ἑνὸς μηχανισμοῦ τοῦ νεφρικοῦ συστήματος ἀντιλαμβάνονται τὸν βαθμὸ πυκνότητος τοῦ NaCl στὸ αἷμα καὶ προσαρμόζουν καταλλήλως τὴν ταχύτητα ἀπορροφήσεως ἢ ἀποβολῆς γιὰ νὰ ρυθμίσουν τὴν ἰσορροπία ὕδατος τοῦ ἄλλοτος στὸ ἀνθρώπινο σῶμα.

Πλήθος παρόμοιων ρυθμιστικῶν συστημάτων εἶναι γνωστὸ στὴν φυσιολογία τῶν ζώων καὶ τῶν φυτῶν.

Γιὰ νὰ μὴν ἐπεκταθοῦμε σὲ λεπτομέρειες, μερικὰ τέτοια συστήματα, τὰ καλούμενα feedback systems, δημιουργοῦν εἰδικὰ προβλήματα στὸν ἐρευνητὴ. Πιὸ συγκεκριμένα, πολλὰ εἶναι τὰ προβλήματα ὅταν ὑπάρχει ἐπανατροφοδοσία τοῦ συστήματος μεταξὺ τῶν μερῶν του, δηλαδὴ ἀπὸ μέρη ποὺ εὐρίσκονται σὲ κατώτερο ἐπίπεδο ἐξέλιξης καὶ σὲ ἄλλα ποὺ εἶναι σὲ ἀνώτερο ἐπίπεδο ἐξέλιξης. Ἡ κατὰ μέρη μελέτη τοῦ συστήματος δὲν βοηθᾷ στὸ νὰ ἐξαχθοῦν συμπεράσματα γιὰ τὸν τρόπο λειτουργίας τοῦ ὅλου συστήματος.

Ὑποθέτω ὅτι μὲ τὰ ὀλίγα ποὺ ἐκθέσαμε συνοπτικὰ ἔγιναν κάπως ἀντιληπτές οἱ ἰδιαιτέρας φύσεως δυσκολίες ποὺ ἀντιμετωπίζει ὁ μαθηματικὸς ποὺ ἀσχολεῖται μὲ τὴν *Μαθηματικὴ Βιολογία*.