ΑΝΑΚΟΙΝΩΣΕΙΣ ΜΗ ΜΕΛΩΝ

ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ.— Ἠλεκτρικὸν φορτίον καὶ ἀκτὶς ἠλεκτρονίου, *ὑπὸ* ***Θεοδώρου Χρ. Σιώκου****. Ἀνεκοινώθη ὑπὸ τοῦ κ. Βασ. Αἰγινήτου.

Ι. Εἰς προηγουμένην μελέτην μου [1] ἐτέθη ἡ βάσις τῆς ἀρχῆς τοῦ ἀλληλενδέτου Γεωμετρίας—Φυσικῆς: Ἑκάστη γεωμετρικὴ (ἢ μαθηματικὴ συνεπῶς) ἐξίσωσις ἀντιπροσωπεύει ἓν καθωρισμένον φυσικὸν φαινόμενον καὶ ἀντιστρόφως πᾶν φυσικὸν φαινόμενον δέον νὰ ἐκφράζηται ὑπὸ μιᾶς καθωρισμένης μαθηματικῆς ἐξισώσεως, καὶ ὅτι πλέον ἡ ἀπόδειξις ἑνὸς μαθηματικοῦ θεωρήματος δύναται νὰ γίνῃ εἴτε μαθηματικῶς, εἴτε πειραματικῶς, εἴτε φυσικομαθηματικῶς.

Κατόπιν τούτου δυνάμεθα νὰ ἐκφράσωμεν τὴν ἔντασιν τοῦ ἠλεκτροστατικοῦ πεδίου μιᾶς μεταλλίνης σφαίρας διὰ τῆς σχέσεως.

$$E = \frac{e_1}{R^2}[1]_\alpha = E'.[1]^x \tag{1}$$

ἔνθα:

e_1 τὸ ἠλεκτρονικὸν φορτίον

R ἡ ἀπόστασις τοῦ θεωρουμένου σημείου ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας

E ἡ ἔντασις τοῦ ἠλεκτροστατικοῦ πεδίου

$$[1]_\alpha = \begin{cases} =1 & \text{διὰ } R \geqslant \alpha \\ =0 & \text{διὰ } R < \alpha \end{cases} \tag{2}$$

Πράγματι ἡ (1) ἐκφράζει τὸ πείραμα: ἡ δύναμις τοῦ Coulomb ἐντὸς τῆς σφαίρας εἶναι μηδενική, ἐκτὸς δὲ ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ἀποστάσεως.

Ἐκ τῆς (1) λαμβάνομεν:

$$\operatorname{div} E = \left(\frac{\partial}{\partial R} + \frac{2}{R}\right)E = \left(P + \frac{2}{R}\right)E = \left(\frac{2e_1}{R^3} - \frac{2e_1}{R^3}\right)[1]_\alpha + \frac{e_1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}[1]_\alpha =$$

$$= \frac{e_1}{R^2}\cdot\delta(R-\alpha) = 4\pi\cdot\frac{e_1}{4\pi R^2}\cdot\delta(R-\alpha) = 4\pi I_4 \cdot \tag{3}$$

ἔνθα[3]: $\delta(R-\alpha)$: ἡ γνωστὴ συνάρτησις τοῦ Dirac

$$\delta(R-\alpha) = \frac{\partial}{\partial R}[1]_\alpha = \begin{cases} =\infty & \text{διὰ } R=\alpha \\ =0 & \text{διὰ } R \neq \alpha \end{cases} \tag{4}$$

---

* TH. CH. SIOKOS, **Electronic charge and Radius of Electron.**

[1] Θ. Χ. ΣΙΩΚΟΥ, Γεωμετροποίησις τῆς Φυσικῆς καὶ Φυσικοποίησις τῆς Γεωμετρίας: *Τεχνικὰ Χρονικὰ Ἑλλάδος*, ἔτ. 1953 σελ. 363 - 364.

I_4 ἡ ἀνὰ ὄγκον πυκνότης τοῦ ἠλεκτρικοῦ φορτίου:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} I_4 \cdot d\tau = e_1 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\delta(R-\alpha)}{4\pi R^2} \cdot 4\pi R^2 \cdot dR = e_1 \qquad (5)$$

λόγῳ τῆς γνωστῆς ἰδιότητος τῆς $\delta(R-\alpha)$

$$\int_{+t}^{R} \delta(R-\alpha)\, dR = 1 \text{ διὰ } R>\alpha \text{ καὶ } t<\alpha, \int_{+t}^{R} \delta(R-\alpha)\, dR = 0$$

διὰ $R<\alpha$ καὶ $t<\alpha$ ἢ $R>\alpha$ καὶ $t>\alpha$ (6)

Οὕτως ἡ ἐξίσωσις τοῦ ἠλεκτροστατικοῦ πεδίου ἐκφράζεται ὑπὸ τῆς κλασικῆς σχέσεως

$$\operatorname{div} E = 4\pi I_4 = \frac{\delta(R-\alpha)}{R^2} \qquad (7)$$

ἥτις καὶ ἐκφράζει ἐν ταυτῷ ὅτι τὸ φορτίον εἶναι συγκεντρωμένον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

2) Ὅσον ἀφορᾷ δὲ τὸ δυναμικὸν τῆς σφαίρας, τοῦτο εἶναι:

$$A_4 = \int_R^{\infty} E dR = -e_1 \int_R^{\infty} [1]_\alpha\, d\frac{1}{R} = -\left| e_1 [1]_\alpha \frac{1}{R} \right|_R^{\infty} + e_1 \int_R^{\infty} \frac{1}{R}\, d[1]_\alpha =$$

$$= \left| [1]_\alpha \frac{e_1}{R} \right|_{\infty}^{R} + e_1 \int_R^{\infty} \frac{1}{R} \delta(R-\alpha) \cdot dR =$$

$$= \frac{e_1}{R} \text{ διὰ } R>\alpha \text{ καὶ } \frac{e_1}{\alpha} \text{ διὰ } R<\alpha \qquad (8)$$

δοθέντος ὅτι ὑφίσταται ἡ σχέσις

$$\int_R^{\infty} f \cdot \delta(R-\alpha)\, dR = f(\alpha) \text{ διὰ } R<\alpha$$

$$\int_R^{\infty} f \cdot \delta(R-\alpha) \cdot dR = 0 \text{ διὰ } R>\alpha \qquad (9)$$

Πράγματι δὲ ἡ (8) δεικνύει τὸ σύμφωνον ἐξισώσεως καὶ πειράματος.

Ἡ (8) δύναται νὰ γραφῇ καὶ ὡς ἑξῆς:

$$A_4 = \frac{e_1}{R_\alpha} \qquad R_\alpha = \begin{cases} = R \text{ διὰ } R>\alpha \\ = \alpha \text{ διὰ } R<\alpha \end{cases} \qquad (10)$$

καὶ οὕτω ἔχομεν τὴν (1) νὰ ἐκφράζεται:

$$E = -\text{grad } A_4 = -\frac{\partial A_4}{\partial R} = \frac{e_1}{R^2 \alpha} \frac{\partial R\alpha}{\partial R} = \frac{e_1}{R^2 \alpha} [1]_\alpha \tag{11}$$

3) Ἡ ἠλεκτροστατικὴ ἐνέργεια τῆς σφαίρας ταύτης, ὡς γνωστὸν εἶναι:

$$W = \int_\alpha^\infty \frac{E^2}{8\alpha} 4\pi R^2 dR = -\frac{e_1}{2} \int_\alpha^R [1]^2_\alpha \, d\, \frac{1}{R} = -\frac{e^2_1}{2} \left| [1]^2_\alpha \frac{1}{R} \right|_\alpha^\infty +$$

$$+ \frac{e^2_1}{2} \int_\alpha^\infty \frac{1}{R} \, 2 [1]_\alpha \, \delta (R - \alpha) \, dR = \frac{e^2_1}{2} \frac{1}{\alpha} \tag{12}$$

Ἐὰν δὲ ὡς ὅρια ὁλοκληρώσεως ληφθῶσιν ἀντὶ τῶν α καὶ ∞ τὰ τοιαῦτα ο καὶ ∞. τότε ἔχομεν ὡς ἐνέργειαν τὴν*

$$W = -\frac{e^2_1}{2} \left| [1]^2_\alpha \frac{1}{R} \right|_o^\infty + \int_o^R \frac{e^2_1}{2} \, 2 \cdot [1]_\alpha \cdot \delta (R - \alpha) \, dR = \frac{e^2_1}{\alpha} \tag{13}$$

Τὴν ἐνέργειαν ταύτην θεωρῶ ὡς τὴν ὁλικὴν ἐνέργειαν τοῦ ἠλεκτρονίου (ἠλεκτροστατικὴ ἐνέργεια, ἐνέργεια Spin, ἐνέργεια Pression[1] τοῦ Poincare κλπ.).

Ἤτοι ἔχομεν τὴν σχέσιν

$$m_o \, c^2 = \frac{e^2_1}{\alpha} \tag{14}$$

Ἔνθα m_o ἡ ἐν ἠρεμίᾳ μᾶζα τοῦ ἠλετρονίου.

II. 1) Ἡ προηγουμένη ἀνάλυσις δεικνύει ὅτι αἱ ἠλεκρομαγνητικαὶ ἐξισώσεις Maxwell - Lorenz δέον νὰ γραφῶσι:

$$\sum_\mu \frac{\partial F^{\mu\nu}}{\partial \chi^\mu} = 4\pi I^\nu = \sum_\mu F'^{\mu\nu} \frac{\partial [1]_\alpha}{\partial \chi^\mu} \quad \sum_\mu \frac{\partial F'^{\mu\nu}}{\partial \chi_\mu} = 0 \tag{15}$$

$$\sum_{\pi\varrho\sigma} \frac{\partial F_{\pi\varrho}}{\partial \chi^\sigma} = \sum_{\pi\varrho\sigma} \frac{\partial}{\partial \chi^\sigma} \cdot F'_{\pi\varrho} [1]_\alpha = 0 \qquad \mu,\nu = 1,2,3,4$$

Ἔνθα $F\mu\nu = -F\nu\mu = F'\mu\nu [1]_\alpha$ ἡ ἔντασις τοῦ ἠλεκτρομαγνητικοῦ πεδίου (ἀντισυμμετρικὸς τανυστὴς $\beta^{ου}$ βαθμοῦ)

$\frac{\partial}{\partial \chi^4} = \frac{\partial}{\partial ict}$, (ἡ ταχύτης τοῦ φωτός, t ὁ χρόνος)

Ἐὰν δὲ εἰσαγάγωμεν καὶ τὴν ἔννοιαν τοῦ Ἀνύσματος τοῦ Δυναμικοῦ διὰ τῆς σχέσεως (16)

$$F_{\mu\nu} = -F_{\nu\mu} = \frac{\partial A_\mu}{\chi \partial_\nu} - \frac{\partial A_\nu}{\partial \chi_\mu} \tag{16}$$

$$\sum_\mu \frac{\partial A_\mu}{\partial \chi_\mu} = 0 \qquad \mu = 1,2,3,4 \tag{16α}$$

τότε αἱ (15) γράφονται:

---

[1] Θ. Χ. ΣΙΩΚΟΥ, Γεωμετροποίησις, ἔνθ' ἀν.

* Ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι ἔχομεν $[1]^2 \neq [1]$, τοῦθ' ὅπερ δὲν συμβαίνει.

$$\sum_{\mu} \frac{\partial^2}{(\partial\chi_\mu)^2} A^i = \Box \cdot A^i = -4\pi I^i = -4\pi \sum_{\mu} 4\pi F'^{\mu 2} \frac{\partial [1]_\alpha}{\partial \chi^\mu} \tag{17}$$

Πράγματι δὲ ἡ (17) διὰ τὴν περίπτωσιν τοῦ Ἠλεκτροστατικοῦ πεδίου καθ' ὃ ἔχομεν τὰς σχέσεις $A\mu = 0$ διὰ $\mu = 1,2,3$ καὶ $\dot{A}_4 = \frac{\partial R_\alpha}{\partial t} = 0$ δίδει:

$$\Box A4 = \nabla^2 A4 = -4\pi e_1 \frac{\delta(R-\alpha)}{4\pi R^2} = -4\pi I_4 \tag{18}$$

ἤτοι διὰ τὴν πρώτην ἁρμονικὴν λύσιν τὴν

$$\left(P^2 + \frac{2}{R} P\right) A4 = \left(\frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{2}{R}\frac{\partial}{\partial R}\right) A4 = -4\pi e_1 \frac{\delta(R-\alpha)}{4\pi R^2} \tag{19}$$

δηλαδὴ τὴν (3) (λαμβανομένης ὑπ' ὄψιν καὶ τῆς (11).

Ἡ λύσις τῆς (19) εἶναι ἡ (13) ὡς εὐκόλως δείκνυται:

$$\left(P^2 + \frac{2}{R} P\right) \frac{e_1}{R_\alpha^2} = \left(\frac{2e_1}{R\alpha^3} - \frac{2e_i}{R\alpha^3}\right)[1]_\alpha - \frac{e_1^3}{R_\alpha^2}\delta(R-\alpha) = -4\pi I4$$

ἢ τὸ αὐτό:

$$I_4 = \frac{1}{4\pi} e_1 \frac{\delta(R-\alpha)}{R^2}, \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} I_4 \, d\tau = e_1$$

δηλαδὴ ἡ σχέσις (5).

2) Ἡ προηγουμένη ἀνάλυσις δεικνύει ὅτι τὸ ἠλεκτρικὸν φορτίον ὑπεισέρχεται εἰς τὰς ἠλεκτρομαγνητικὰς ἐξισώσεις ἄνευ οὐδεμιᾶς ἀλληλοσχετίσεως πρὸς τὴν σταθερὰν $(hc)^{1/2}$, ἥτις ἔχει καὶ αὐτὴ διάστασιν ἠλεκτρικοῦ φορτίου. Δηλαδὴ τὸ ἠλεκτρικὸν φορτίον εἶναι τὸ αἴτιον τῆς ὑπάρξεως τοῦ ἠλεκτρομαγνητικοῦ πεδίου καὶ ὄχι ἡ σταθερὰ τοῦ Plank $h = 2\pi\bar{h}$

Ἐπειδὴ δὲ τὸ σταθερὸν μέγεθος hc εὑρίσκεται εἰς σχέσιν πρὸς τὸ κῦμα $\lambda_1 = \lambda \frac{\upsilon}{dc}$ τοῦ Broglie:

$$m_0 c^2 = h\nu = \frac{hc}{\lambda_1} \qquad \alpha = \sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}} \tag{20}$$

Ἕπεται ὅτι τὸ φορτίον e_1 ἢ τὸ αὐτὸ ἡ σταθερὰ e_1^2 θὰ καθορίζῃ ἕτερον σταθερὸν μέγεθος. Τὸ σταθερὸν τοῦτο μέγεθος δίδει ἡ σχέσις (14), δηλαδὴ εἶναι ἡ ἀκτὶς τοῦ ἠλεκτρονίου:

$$m_0 c^2 = \frac{e_1}{\alpha} \tag{21}$$

Ἄλλαις λέξεσι τὸ ἠλεκτρικὸν φορτίον εἶναι τὸ αἴτιον ὅπερ καθορίζει τὰς ἠλεκτρικὰς δυνάμεις καὶ τὰς ἐν τῷ χώρῳ διαστάσεις τοῦ ἠλεκτρονίου.

Σημειοῦται ἐνταῦθα ὅτι ἐὰν ἡ ἀκτὶς τοῦ ἠλεκτρονίου ληφθῇ ἴση πρὸς μηδέν, τότε ἡ ἐνέργεια τοῦ Ἠλεκτρονίου εἶναι ἄπειρος.

Ὁμοίως ἐὰν ἀντὶ τοῦ e_1^2 ὑπῆρχε τὸ μέγεθος $\bar{h}c$, τότε βάσει τῆς παλαιᾶς στοιχειώδους θεωρίας τοῦ Bohr, τὸ ὑδρογόνον δὲν θὰ ὑφίστατο:

$$m\upsilon R = \frac{\bar{h}}{n} \qquad \frac{m\upsilon^2}{R} = \frac{e^2}{R^2}$$

$$\upsilon = \frac{c}{n} \quad \text{ἢ} \quad \upsilon = c \quad \text{διὰ} \quad n = 1$$

ἡ ταχύτης τοῦ ἠλεκτρονίου θὰ ἦτο ἴση πρὸς τὴν ταχύτητα τοῦ φωτὸς εἰς τὴν στάθμην $n=1$.

3) Αἱ ἠλεκτρομαγνητικαὶ ἐξισώσεις (15) εἶναι σύμμορφοι πρὸς τὴν θεωρίαν τῆς σχετικότητος, δεδομένου ὅτι τὸ μέγεθος $[1]_\alpha$ εἶναι βαθμωτὸν μέγεθος. Ἐπὶ παραδείγματι διὰ τὴν περίπτωσιν τῆς ἠλεκτροστατικῆς, ἡ $\frac{\delta(R-\alpha)}{4\pi R^2}$ ἔχει διάστασιν πυκνότητος, ἥτις εἰς τὸν χῶρον - χρόνου τοῦ Einstein ἔχει διάστασιν τετάρτης συνιστώσης ἀνύσματος.

Ἡ ὕπαρξις ἐξ ἄλλου τοῦ μεγέθους α κατ' οὐδένα μεταβάλλει τὸν χαρακτῆρα τοῦ ἀναλλοιώτου τῶν ἠλεκτρομαγνητικῶν ἐξισώσεων, ὅπως καὶ ἡ ἀκτὶς μιᾶς ἠλεκτρισμένης μεταλλικῆς σφαίρας δὲν ἐμποδίζει νὰ ὑφίστανται αἱ ἐπιδράσεις τῆς θεωρίας τῆς σχετικότητος.

Ἄλλαις λέξεσι τὸ ἠλεκτρόνιον συμπεριφέρεται ὡς μία ἠλεκτρισμένη σφαῖρα μεταλλικὴ ἀκτῖνος α, (ἡ δὲ συνάρτησις $[1]_\alpha$ παριστᾷ μέγεθος βαθμωτόν, ὅπερ εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ἠλεκτροστατικῆς καὶ τῶν κεντρικῶν δυνάμεων ἔχει τὴν μορφὴν τῆς ἐξισώσεως (2)), καὶ ἀκολουθεῖ δὲ τὴν θεωρίαν τῆς σχετικότητος μιᾶς σφαίρας ἀκτῖνος α ἢ τὸ αὐτό: μιᾶς ἰσορρύμου ἐπιφανείας σφαίρας ἀκτῖνος α (ἐν ἀκινησίᾳ ἡ ἰσόρρυμος ἐπιφάνεια εἶναι σφαῖρα ἀκτῖνος α, κατὰ δὲ τὴν κίνησιν λαμβάνει τὴν μορφὴν τῆς ἰσορρύμου ἐπιφανείας τῆς προερχομένης ἐκ τοῦ μετασχηματισμοῦ Lorenz). Οὕτως ἐν συμπεράσματι ἔχομεν ὅτι τὸ Cut-Off τῶν ἠλεκτρομαγνητικῶν δυνάμεων, τὸ ἐπιτυγχανόμενον διὰ τῆς συναρτήσεως $[1]_\alpha$, δὲν ἀντιτίθεται πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς θεωρίας τῆς σχετικότητος.

III. 1) Ἡ παραδοχὴ ὅμως τῶν ἠλεκτρομαγνητικῶν ἐξισώσεων (15) βάσει τῆς ἀρχῆς τοῦ ἀλληλενδέτου Γεωμετρίας - Φυσικῆς, δέον νὰ ἔχῃ ὡς συνέπειαν, ὅπως αἱ ἠλεκτρομαγνητικαὶ ἐξισώσεις αἱ προερχόμεναι ἐκ τῆς κβαντικῆς θεωρίας τῶν πεδίων, νὰ δίδωσι τὰ αὐτὰ ἀποτελέσματα.

Πρὸ τοῦ καθορισμοῦ τῶν μετατροπῶν, αἵτινες δέον νὰ γίνωσιν εἰς τὰς κβαντικὰς συνθήκας τῶν Ἠλεκτρομαγνητικῶν μεγεθῶν, σημειώνομεν τὰ ἑξῆς:

α) Εἰς προηγουμένην μελέτην[1] ἀνέφερον ὅτι διὰ νὰ ὑφίστανται αἱ δυνάμεις Lorenz δέον νὰ ὑφίστανται οἱ κάτωθι μετασχηματισμοί.

[1] Θ. Χ. ΣΙΩΚΟΥ: Γεωμετρία καὶ φωτόνιον.

$$\begin{array}{llll} \text{ἠλεκτρόνιον} & (e, m) \rightleftarrows & \text{ἀντιποζιτόνιον} & (e, -m) + h\nu \;(= 2\,mc^2) \\ \text{ποζιτόνιον} & (-e, m) \rightleftarrows & \text{ἀντιηλεκτρόνιον} & (-e, -m) + h\nu \;(= 2\,mc^2) \end{array} \qquad (\alpha)$$

Οἱ μετασχηματισμοὶ οὗτοι, γινόμενοι μὲ πιθανότητα $^1/_2$, οὐδὲν ἕτερον δεικνύουσιν εἰμὴ τὴν κλασικὴν σχέσιν:

$$\text{ἠλεκτρόνιον } (e, m) + \text{ποζιτόνιον } (-e, m) \rightleftarrows (2\,mc^2) \text{ φωτόνιον} \qquad (\beta)$$

Κατὰ τὴν κβαντικὴν θεωρίαν οἱ μετασχηματισμοὶ οὗτοι δεικνύουσι τὴν μεταξὺ ἑτερωνύμων φορτίων δύναμιν διὰ παραγωγῆς ἑνὸς φωτονίου ἐνεργείας $2mc^2$.

Συνεπῶς καθόμοιον τρόπον δέον νὰ δικαιολογηθῇ καὶ ἡ δύναμις μεταξὺ ὁμωνύμων φορτίων, δηλαδὴ θὰ ἔχωμεν τοὺς μετασχηματισμούς:

$$\begin{array}{l} \uparrow (e, m) \rightarrow\!\downarrow (e, m) + h\nu (= 2\,mc^2) \uparrow\uparrow \\ \uparrow (e, m) \leftrightarrows\!\downarrow (e, m) + h\nu (= 2\,mc^2) \uparrow\uparrow \end{array} \qquad (\gamma)$$

οἱ ὁποῖοι δίδουσι καὶ τὴν συμφωνίαν αὐτῶν πρὸς τὰς ἀρχὰς τῆς διατηρήσεως τῶν φορτίων, ἐνεργείας, καὶ ροπῶν. (Οἱ μετασχηματισμοὶ (α) δίδουσι μεμονωμένως τὰς ἀρχὰς αὐτάς, ἐνῷ οἱ (γ) διὰ τοῦ συνδυασμοῦ τῶν δύο μετασχηματισμῶν (γ)).

Οὕτως ἐν συμπεράσματι ἔχομεν ὅτι τὸ φωτόνιον $2\,mc^2$ εἶναι τὸ φωτόνιον, τὸ ὑπεισερχόμενον εἰς τοὺς μετασχηματισμοὺς τῶν σωματιδίων πρὸς εὕρεσιν τῶν μεταξὺ αὐτῶν δυνάμεων [1].

β) Εἰς ἑτέραν μελέτην μου [2] ἀπέδειξα ὅτι αἱ ἠλεκτρομαγνητικαὶ ἐξισώσεις τῶν φωτονίων δέον νὰ ὦσι

$$\sum_{\mu} \frac{\partial}{\partial \chi^{\mu}} F_{\mu\nu} = \frac{\partial \alpha}{\partial \chi_{\nu}} \qquad (23)$$

ἵνα ὑφίσταται ἡ συστροφὴ (Spin) τοῦ φωτονίου καὶ ὅτι ἡ ἐξίσωσις:

$$\left(\sum_{\mu} \frac{\partial}{\partial \chi^{\mu}} F_{\mu\nu}\right) = \left(\frac{\partial \alpha}{\partial \chi^{\nu}}\right) = 0 \qquad (23)$$

παριστᾷ τὸ φωτόνιον ἢ τὸ αὐτὸ τὰς ἠλεκτρομαγνητικὰς ἐξισώσεις «ἄνευ συστροφῆς». Αἱ παρενθέσεις τῆς (23) δεικνύουσι τὰς μέσας τιμὰς τῶν μεγεθῶν $F_{\mu\nu}$ καὶ α (βαθμωτὸν μέγεθος).

Οὕτως αἱ λύσεις, αἱ γνωσταὶ τῆς (23)

$$A_{\mu} = A'_{\mu}\,\eta\mu \frac{2\pi}{h}\left(\sum_{\mu} P_{\mu}\,\chi^{\mu} - wt\right) \qquad \mu = 1,2,3 \qquad (24)$$

δέον νὰ ἀντικατασταθῶσιν ὑπὸ τῶν

---

[1] Θ. Χρ. ΣΙΩΚΟΥ: Γεωμετροποίησις, ἔνθ. ἀν.

[2] Θ. Χ. ΣΙΩΚΟΥ, Γεωμετρία καὶ Φωτόνιον, (Κατετέθη εἰς Τεχν. Ἐπιμελητήριον τῇ 24/7/1954 πρὸς δημοσίευσιν· δημοσιεύεται προσεχῶς).

$$A_\mu = A'_\mu \eta\mu \frac{2\pi}{h}\left(\sum_\mu P_\mu(\chi^\mu - \alpha^\mu) - w\,(t-\alpha^4)\right) \qquad \mu = 1,2,3 \tag{25}$$

ἔνθα α^μ, α^4 ἄνυσμα μήκους, μεταβαλλόμενον ἀνὰ φωτόνιον.

Ἡ ἀντικατάστασις τῆς (24) ὑπὸ τῆς (25) γίνεται ἀφ' ἑνὸς μὲν λόγῳ τῆς μορφῆς τῶν ἐξισώσεων (22) καὶ (23), ἀφ' ἑτέρου δὲ διὰ τὴν συμφωνίαν πρὸς τὰ προηγούμενα ὡς περαιτέρω δείκνυται.

2) Κατόπιν τῶν ἀνωτέρω εἰσερχόμεθα εἰς τὸν προσδιορισμὸν τῶν συνθηκῶν κβαντισμοῦ τῶν μεγεθῶν.

Ὡς γνωστὸν ἡ κβαντικὴ θεωρία[1] δίδει ὡς ἠλεκτρομαγνητικὰς ἐξισώσεις

$$\square\, A_\mu = -\,\alpha_\mu e_1\, \delta(\tau) = -\,\alpha_\mu e_1 \frac{\delta(R)}{R^2} \tag{26}$$

ἔνθα: $\alpha_\mu = 1$ διὰ $\mu = 4$

$\alpha_\mu = \alpha_\mu$ διὰ $\mu = 1,2,3$. (Αἱ γνωσταὶ μῆτραι τεσσάρων διαγωνίων ὅρων τοῦ Dirac) καὶ μὲ κβαντικῶς συνθήκας τοῦ Δυναμικοῦ A_μ*

$$\frac{\partial A_\mu}{c\partial t}\cdot A_\mu - A_\mu\cdot \frac{\partial A_\mu}{c\partial t} = \mp\, hc\, 4\pi.\, \delta(\tau) = \mp\, hc\, \frac{\delta(R)}{R^2} \tag{27}$$

Συνεπῶς, ἵνα ἡ (26) λάβῃ τὴν μορφὴν (17) ἢ τὸ αὐτὸ τὴν κβαντικὴν μορφήν:

$$A_\mu = -\,e,\alpha_\mu \frac{\delta(R-\alpha)}{R^2} \tag{28}$$

δέον νὰ ἔχωμεν ὡς κβαντικὰς συνθήκας τοῦ δυναμικοῦ

$$\frac{\partial A_\mu}{c\partial t}\, A_\mu - A_\mu \frac{\partial A_\mu}{c\partial t} = \mp\, \frac{\delta(R-\alpha)}{R^2}\cdot hc \tag{29}$$

ἀντὶ τῆς (27).

Διὰ νὰ ἐπιτευχθῇ ὅμως τοῦτο δέον νὰ ἔχωμεν τὴν σχέσιν[2]

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{\,iP(R-\alpha)}\, dP = 2\pi.\, \delta(R-\alpha) \tag{30}$$

Ἀλλὰ τοῦτο σημαίνει ὅτι δέον αἱ (24) νὰ ἀντικατασταθῶσιν ὑπὸ τῶν (25) εἰς τρόπον, ὥστε νὰ ὑφίσταται ἡ σχέσις:

$$\delta(\chi^1 - (\alpha^1 - \alpha^{1''}))\cdot \delta(\chi^2 - (\alpha^{2'} - \alpha^{2''}))\cdot \delta(\chi^3 - (\alpha^{3'} - \alpha^{3''})) = \frac{\delta(R-\alpha)}{4\pi R^2} \tag{31}$$

---

[1] DIRAC, The Quantum Theory, Oxford 1934, σ. 289.

* Εἰς τὰς (27) (28) (29) τὰ δυναμικὰ ἔχουσι τὴν κλασικὴν μορφὴν τῶν ἀντισυναλλοιωτικῶν συνιστωτῶν, ἐνῷ εἰς τὰς λοιπὰς ἐξισώσεις λόγῳ τοῦ $\chi^4 = -ict$ ἔχομεν $A^\mu = A_\mu$ διὰ $\mu = 1,2,3,4$ ($A_4 = iA'_4$)

[2] DIRAC: Ἔνθ' ἀν. σ. 76.

διὰ τὴν περίπτωσιν κεντρικῶν δυνάμεων, ἥτις δίδει τὰς σχέσεις

$$\chi^{1^2}+\chi^{2^2}+\chi^{3^2}=R^2 \qquad (\alpha^{1'}-\alpha^{1''})^2+(\alpha^{2'}-\alpha^{2''})^2+(\alpha^{3'}-\alpha^{3''})^2=\alpha^2 \qquad (32)$$

Οὕτως ὑπεισέρχεται εἰς τὰς ἠλεκτρομαγνητικὰς ἐξισώσεις ἡ ἀκτὶς τοῦ Ἠλεκτρονίου διὰ τῆς συναρτήσεως $\delta(R-\alpha)$.

3) Ὡς προηγουμένως ἀνεφέρθη ἡ παρουσία τῆς $\delta(R-\alpha)$ εἰς τὰς ἐξισώσεις καθιστᾷ οὐχὶ ἄπειρον τὴν ἐνέργειαν τοῦ Ἠλεκτρονίου ἀλλὰ πεπερασμένην καὶ ἴσην πρὸς m_0c^2.

Σημειώνομεν τέλος ὅτι ἡ κβαντικὴ θεωρία δίδει ὡς ἐνέργειαν[1] τοῦ φωτονίου $2\,m_0c^2$ (ἀναλυομένου εἰς ἐπιπέδους κυμάνσεις) τιμὴν ἄπειρον(!) καὶ σταθεράν.

Διὰ τῆς ἀντικαταστάσεως τῶν (24) διὰ τῆς (25) θὰ ἔδει νὰ ἐδίδετο τιμὴ σύμφωνος πρὸς τὸ πείραμα, δηλαδὴ $2mc^2$ καὶ οὐχὶ ἄπειρος τιμή.

Τοῦτο δυνάμεθα νὰ ἀποδείξωμεν στηριζόμενοι εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ ἀλληλενδέτου Γεωμετρίας—Φυσικῆς. Ἀφοῦ, ὡς γνωστόν, ἔχομεν δύο εἴδη τιμῶν τῶν ἠλεκτρομαγνητικῶν ἐντάσεων ἐκ τῶν ὁποίων τὸ μὲν ἓν εἶδος ἀντιστοιχεῖ εἰς ἀριθμὸν φωτονίων n_α, τὸ δ' ἕτερον εἶδος εἰς ἀριθμὸν φωτονίων $n_\alpha+1$, ἕπεται ὅτι θὰ πρέπῃ νὰ λάβωμεν τὴν μέσην τιμὴν τῶν φωτονίων τούτων, ἵνα συμπεριλάβωμεν τὴν ἐπιρροὴν τῶν α^μ τῶν ἐξισώσεων (25). Οὕτω θέτοντες[2]

$$2\,mc^2=\frac{1}{2}\sum_\alpha h\nu_\alpha\cdot\left(\bar{\xi}_\alpha\xi_\alpha+\xi_\alpha\bar{\xi}_\alpha\right)=\frac{1}{2}\sum_\alpha h\nu_\alpha\,(2\,n_\alpha+1)=\sum_\alpha h\nu_\alpha\left(n_\alpha+\frac{1}{2}\right)$$

λαμβάνομεν
$$\int\frac{E^2+H^2}{8\pi}=2\,mc^2$$

Δηλαδὴ ἔχομεν τὴν κλασικὴν σχέσιν τῶν ἠλεκτρομαγνητικῶν κυμάνσεων. Συνεπείᾳ τούτου εἶναι τὸ ἀφύσικον φαινόμενον τῆς παρουσίας ἀπείρου ἐνεργείας (καὶ μάλιστα θεωρουμένης ὡς σταθερᾶς) νὰ ἀποφεύγηται.

4) Ἡ προηγουμένη παράγραφος μᾶς ἀναγκάζει νὰ δεχθῶμεν ὅτι τὸ φωτόνιον $2\,mc^2$ ὑφίσταται τὸν κάτωθι μετασχηματισμόν.*

$$2\,m_1c^2 \rightleftarrows 2\,m_2c^2+h\nu\uparrow\uparrow+h\nu\downarrow\downarrow \qquad m_1,\,m_2>m_0 \qquad (\delta)$$

καὶ τοῦτο ἵνα δικαιολογηθῇ ἡ ἀπορρόφησις ἢ ἐκπομπὴ τῶν φωτονίων ἐνεργείας $h\nu$. Οὕτως ἔχομεν ὡς συμπέρασμα ὅτι ἡ ἀπορρόφησις ἢ ἐκπομπὴ τῶν φωτονίων ἐνεργείας

---

[1] DIRAC, Ἔνθ' ἀν. σ. 278.

[2] Ἔνθ' ἀν., σελ. 275, 277, 278.

* Ἡ ἐξ. (25) καὶ οἱ σχηματισμοὶ (γ) (δ) χρήζουσι διερευνήσεως, ἀλλὰ περὶ ταύτης ἄλλοτε.

hv παρὰ τῶν ἠλεκτρονίων εἶναι δευτερογενὲς φαινόμενον: προέρχεται δ' ἐκ τοῦ μετασχηματισμοῦ τοῦ φωτονίου $2\,mc^3$, ὅπερ φωτόνιον *μόνον* ὑπεισέρχεται εἰς τοὺς μετασχηματισμοὺς τῶν ἠλεκτρονίων πρὸς καθορισμὸν τῶν μεταξὺ αὐτῶν δυνάμεων.

SUMMARY

The present Study being based on the mutually connected Geometry and Physics proves:

1) That electronic charge determinates the geometrical sizes of electrons as well as the radius of the electron by the relations:

$$m_0 c^2 = \frac{e_1^2}{\alpha}$$

2) That electro-magnetic equations. MAXWELL-LORENZ by the function of Dirac $\delta(R-\alpha)$ define the tadius of electron without same being contrary to the relativety theory.

3) That photon 2 mc in combination with Quantum Theory determinates the force of LORENZ, while the emission or absorption of photons hv by the electrons, is a secondary phanomenon of the photon 2 mc transformations.

4) That the Quantic conditions of potential contain function $\delta(R-\alpha)$ on account of the existence of the photon Spin.

ΧΗΜΕΙΑ.—Ἐπὶ τοῦ πολυμερισμοῦ τοῦ πινενίου διὰ τοῦ τετραχλωραργιλλικοῦ ὀξέος ($HAlCl_4$), *ὑπὸ* ***Ι. Α. Μηλιώτη*** *καὶ* ***Α. Γρ. Γαληνοῦ****. Ἀνεκοινώθη ὑπὸ τοῦ κ. Ἐμμ. Ἐμμανουήλ.

Πολλοὶ ἐρευνηταὶ ἠσχολήθησαν κατὰ τὴν τελευταίαν πεντηκονταετίαν μὲ τὸν πολυμερισμὸν τοῦ πινενίου διὰ τοῦ χλωριούχου ἀργιλλίου ($AlCl_3$), λαβόντες τερπένια διαφόρου βαθμοῦ πολυμερισμοῦ κατὰ διαφόρους ἑκατοστιαίας ἀναλογίας (1).

Σκοπὸς τῆς παρούσης ἐργαστηριακῆς ἐρεύνης ἦτο ὁ πολυμερισμὸς τοῦ δικυκλικοῦ τούτου τερπενίου καὶ δὴ τοῦ ἐκ τοῦ ἐγχωρίου τερεβινθελαίου λαμβανομένου, διὰ τοῦ ἐσχάτως ἀπομονωθέντος καὶ μελετηθέντος τετραχλωραργιλλικοῦ ὀξέος $HAlCl_4$,

---

* **J. A. MILIOTIS ET A. GR. GALINOS, Sur la polymérisation du pinène par l'acide tetrachloraluminique ($HAlCl_4$).**