ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΤΑΣΤΡΟΦΩΝ

ΜΙΑ ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΥΡΕΙΑΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΜΕ ΦΙΛΟΣΟΦΙΚΕΣ ΠΡΟΕΚΤΑΣΕΙΣ

ΟΜΙΛΙΑ ΤΟΥ ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟΥ κ. ΑΝΤΩΝΙΟΥ Ν. ΚΟΥΝΑΔΗ

Κύριε Πρόεδρε,

Σᾶς εὐχαριστῶ θερμὰ γιὰ τὸν ἐγκάρδιο χαιρετισμό σας καὶ τοὺς φιλόφρονες λόγους σας κατὰ τὴν ἀποψινὴ ἐπίσημη ὑποδοχή μου στὸ Ἀνώτατο Πνευματικὸ Ἵδρυμα τῆς χώρας. Θερμὲς εὐχαριστίες ὀφείλονται ἐπίσης στὸν διακεκριμένο συνάδελφο κ. Γ. Κοντόπουλο –μέλος τῆς τριμελοῦς Εἰσηγητικῆς Ἐπιτροπῆς σύνταξης τῆς ὁμοφώνου ὑπὲρ ἐμοῦ ἔκθεσης– γιὰ τὴν εὐμενῆ παρουσίαση τοῦ ἔργου μου, τὴν τιμητικὴ ἀναφορά του στὸ πρόσωπό μου καὶ ἰδιαίτερα τὶς θερμὲς εὐχές του.

Κύριοι Ὑπουργοί, Κύριοι Βουλευτές, Κύριε Πρόεδρε, Κυρίες καὶ Κύριοι Ἀκαδημαϊκοί, Κυρίες καὶ Κύριοι,

Τὴν στιγμὴ αὐτὴ ἀναπολῶ μὲ πολλὴ συγκίνηση ἕνα μεγάλο ἀπόντα, ἡ συμβολὴ τοῦ ὁποίου στὴν ἀνάδειξή μου στὸ ὕπατο αὐτὸ ἀξίωμα τῆς πνευματικῆς ἱεραρχίας ὑπῆρξε καθοριστική. Τὸν Πρόεδρο τῆς Εἰσηγητικῆς Ἐπιτροπῆς, τὸν ἀείμνηστο Περικλῆ Θεοχάρη, τοῦ ὁποίου διετέλεσα τύχῃ ἀγαθῇ μαθητὴς καὶ μετέπειτα στενὸς συνεργάτης. Πρὸς αὐτὸν θὰ στρέφω ἐσαεὶ εὐγνώμονα τὴν σκέψη, διότι κατὰ τὴν Θουκυδίδειο ρήση «δίκαιον γὰρ αὐτῷ καὶ πρέπον ἅμα ἐν τῷ τοιῷδε τὴν τιμὴν ταύτην τῆς μνήμης δίδοσθαι». Μὲ ἰδιαίτερη συγκίνηση φέρνω ἐπίσης στὴν μνήμη μου ἕνα ἀκόμη ἀπόντα, τὸ τρίτο μέλος τῆς Εἰσηγητικῆς Ἐπιτροπῆς, τὸν ἀείμνηστο συνάδελφο Ἀθανάσιο Πανάγο, θερμὸ συμπαραστάτη στὴν καθόλου ἐπιστημονική μου ἀνέλιξη.

Εἶναι φυσικὸ καὶ δίκαιο τὴν σημαντικὴ αὐτὴ στιγμὴ νὰ ἀναλογισθῶ μὲ εὐγνωμοσύνη τὰ ὅσα μοῦ προσέφεραν γενναιόδωρα οἱ ἀείμνηστοι γονεῖς μου σὲ καιροὺς χαλεπούς, καὶ ἰδιαίτερα ἡ διά βίου σκληρὰ δοκιμασθεῖσα ἀπὸ τὰ βάσανα μητέρα μου μὲ τὴν βαθειά της πίστη στὴ Ὀρθοδοξία.

Βαθύτατα συγκινημένος αἰσθάνομαι ἰδιαίτερο χρέος νὰ ἐκφράσω ἀπὸ τὴ θέση αὐτὴ τὶς θερμότερες τῶν εὐχαριστιῶν μου πρὸς τὴν Ὁλομέλεια τῆς Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν ποὺ μοῦ ἔκανε τὴν ἐξαιρετικὴ τιμὴ νὰ μὲ συμπεριλάβει στοὺς κόλπους της.

Ἀπὸ αὐτὸ τὸ πολὺ τιμητικὸ γιὰ μένα βῆμα εὐχαριστῶ τὸν Θεὸ ποὺ μὲ ἀξίωσε μιᾶς τόσο ὑψηλῆς τιμῆς. Συγχρόνως δὲ τὸν παρακαλῶ νὰ μὲ συνδράμει ὥστε νὰ φανῶ ἀντάξιος τῶν προσδοκιῶν τῶν σεβαστῶν συναδέλφων, στῶν ὁποίων τὴν στήριξη, μὲ τὴν σοφία καὶ πεῖρα ποὺ διαθέτουν, ἰδιαίτερα ὑπολογίζω.

Εἰσαγωγή

Δὲν γνωρίζω τί περιμένει ν' ἀκούσει κανεὶς κατὰ τὴν εἰσβατήριο ὁμιλία ἑνὸς νέου Ἀκαδημαϊκοῦ, ὁ ὁποῖος ἀνήκει στὸ χῶρο τῶν Ἐφηρμοσμένων Θετικῶν Ἐπιστημῶν καὶ εἰδικότερα τῶν Τεχνικῶν Ἐπιστημῶν. Θεωρῶ, ὅμως, αὐτονόητο ὅτι ἡ συνδεόμενη κατ' ἀνάγκη μὲ τὴν εἰδικότητά του ὁμιλία, ἀπευθυνόμενη σὲ κορυφαίους ἐκπροσώπους τοῦ Πνεύματος, τῶν Ἐπιστημῶν, τῶν Γραμμάτων καὶ τῶν Τεχνῶν μὲ εὐρύτατο φάσμα ἀντικειμένων, θὰ πρέπει ἐν ταυτῷ νὰ εἶναι: καὶ τοῦ προσήκοντος *ὑψηλοῦ ἐπιπέδου* καὶ ἀρκούντως *προσιτή*, στὸ βαθμὸ βεβαίως ποὺ δὲν θὰ θίγεται –μετὰ ἀπὸ εὔλογες ἁπλουστεύσεις– ἡ ἐπιστημονικὴ *ἀλήθεια*. Αὐτὸ τὸν διπλὸ στόχο θὰ ἐπιχειρήσω νὰ ἐπιτύχω, ἂν καὶ τὸ ὑπὸ ἀνάπτυξη θέμα **Θεωρία Καταστροφῶν** εἶναι ἰδιαίτερα δυσχερὲς τόσο ὡς πρὸς τὸ φιλοσοφικό, ὅσο καὶ ὡς πρὸς τὸ καθαρὸ μαθηματικό του σκέλος, δεδομένου ὅτι αὐτὸ βασίζεται σὲ προχωρημένες ἔννοιες τῆς *Τοπολογίας*. Ἔτσι ἡ καταστροφή, ἔκφραση χρησιμοποιουμένη καὶ τώρα στὸν καθημερινὸ βίο, γνωστὴ δὲ ὡς φαινόμενο ἀπὸ τὴν ἀρχαιότητα[1], κατέληξε καὶ αὐτὴ νὰ εἶναι ἀντικείμενο μαθηματικῆς διερεύνησης. Γι' αὐτό, κατὰ τὴν ἀνάπτυξη τοῦ θέματος τούτου, εἶναι ἀναπόφευκτη ἡ ἀναφορὰ σὲ ἐπιστημονικοὺς ὅρους, τοὺς ὁποίους μόνο εἰδικοὶ γνωρίζουν. Μιὰ τέτοια ἀναφορὰ –σὲ περιορισμένη πάντως ἔκταση– ἐλπίζω νὰ μοῦ συγχωρηθεῖ. Ἐξ ἄλλου, γιὰ τὴν ὅσο τὸ δυνατὸ ἀκριβέστερη ἀπόδοση στὰ Ἑλληνικὰ τῆς σχετικῆς μὲ τὴν *Θεωρία τῶν Καταστροφῶν* ὁρολογίας, θεωρήθηκαν ἀναγκαῖες κάποιες πρωτοβουλίες γλωσσοπλαστικῆς παρέμβασης.

Σὲ μιὰ προοδευτικὴ προσέγγιση τοῦ θέματος κρίνεται σκόπιμο νὰ προηγηθεῖ γιὰ λόγους καλλίτερης κατανόησης ἡ μὲ ἁδρὲς γραμμὲς περιγραφὴ τοῦ *ἀντικειμένου* τῆς *Θεωρίας τῶν Καταστροφῶν*. Ὡς ἐκ τούτου, πρὶν ἀπὸ ὁποιαδήποτε ἀναφορὰ σὲ συναφεῖς *ἔννοιες* καὶ *ὁρισμούς*, θὰ πρέπει νὰ διευκρινισθεῖ ὅτι ἀντικείμενο τῆς θεωρίας αὐτῆς εἶναι ἡ μελέτη **ἀσταθῶν** καταστάσεων (δηλαδὴ ἀσταθειῶν) ἢ **ἀσυνεχειῶν** ποὺ συναντῶνται στὰ πεδία σχεδὸν ὅλων τῶν σύγχρονων ἐπιστημῶν. Οἱ *ἀστάθειες* ἐμφανίζονται καὶ σὲ καταστάσεις **ἰσορροπίας**, οἱ ὁποῖες ἀπαντῶνται κυρίως σὲ προβλήματα *Μηχανικῆς* (στερεῶν καὶ ρευστῶν), *Φυσικῆς*, *Γεωλογίας*, *Σεισμολογίας*, *Ἀστρονομίας*, *Μετεωρολογίας*, *Κβαντομηχανικῆς* κτλ. ἀλλὰ καὶ σὲ **ἐξελικτικὲς διαδικασίες**, ποὺ ἀπαντῶνται προεχόντως στὴ *Βιολογία*, στὶς *Κοινωνικὲς Ἐπιστῆμες*, στὴν *Οἰκολογία*, στὴν *Οἰκονομία* κτλ. Οἱαδήποτε, ὅμως, μορφὴ *ἀστάθειας* εἶναι σύμφυτη μὲ τὴν ὕπαρξη μιᾶς *Μὴ Γραμμικότητας*,

1. Ὡς πρὸς τὴν ἑλληνικὴ ἀρχαιότητα: βλ. Πλάτωνος Τίμαιον 22a, c, 23a. Κριτίαν 108e, 109d, 111a, 112a καὶ Νόμους 677a. Πρβλ. Κ. Δεσποτόπουλου «Φιλοσοφία τῆς Ἱστορίας κατὰ Πλάτωνα», Ἀθῆναι, 1982, σελ. 24-25 καὶ σελ. 69 (Γιὰ τὴν ὑπόδειξη αὐτῶν τῶν χωρίων, θερμὲς εὐχαριστίες ὀφείλονται στὸν διακεκριμένο μελετητὴ τοῦ Πλάτωνος, Ἀκαδημαϊκὸ κ. Κ. Δεσποτόπουλο).

δηλαδὴ μιᾶς σχέσης μεταξὺ αἰτίου καὶ αἰτιατοῦ *μὴ ἀναλογικῆς*. Ἑπομένως προϋπόθεση γιὰ τὴν ἐφαρμογὴ τῆς *Θεωρίας τῶν Καταστροφῶν* εἶναι ἡ ὕπαρξη **Μὴ Γραμμικοτήτων** καὶ συνεπῶς τὸ πεδίο ἐφαρμογῆς της ἀφορᾶ σὲ **Φαινόμενα μὴ γραμμικῆς** *συμπεριφορᾶς*, τὰ ὁποῖα ἀπὸ τὴ δεκαετία τοῦ '70 καὶ ἐφεξῆς εὑρίσκονται στὴν πρώτη γραμμὴ ἔρευνας. Μὲ τὸν ὅρο δὲ **συμπεριφορὰ** ἐννοοῦμε τὴν **μαθηματικὴ** διατύπωση τῆς *προαναφερθείσας σχέσης αἰτίου καὶ αἰτιατοῦ*. Ὁ **Ἀριστοτέλης** (384-322 π.Χ.), ἀναλύοντας καὶ κατηγοροποιώντας τὴν ἔννοια τοῦ **αἰτίου**, παρατηρεῖ ὅτι ἕνα φαινόμενο ὅσο ἀπρόσμενο καὶ ἀνησυχητικὸ κι ἂν εἶναι (π.χ. ἕνας σεισμός, μία ἔκλειψη, μία ἀσθένεια) γίνεται κατανοητό, ὅταν γνωρίζει κανεὶς τὸ αἴτιο ποὺ τὸ προκάλεσε. Καὶ συνεχίζει ὁ Σταγειρίτης ὅτι ἡ ἐπιστημονικὴ *σύλληψη καὶ γνώση* τῶν αἰτίων ὑπερνικᾶ τὴν ἀφελῆ *ἔκπληξη καὶ* τὸν δεισιδαίμονα *φόβο*.

Οἱ προαναφερθεῖσες **ἀστάθειες** ἀποτελοῦν *ἀπρόσμενα* καὶ συνήθως *ἀνεπιθύμητα* φαινόμενα, τὰ ὁποῖα καὶ συνεπάγονται τὴν **καταστροφὴ** ἑνὸς συστήματος *φυσικοῦ ἢ τεχνητοῦ*, ὅπως αὐτὴ ὁρίζεται πάρα κάτω. Ὡς ἐκ τούτου, γιὰ τὴν ἀποφυγὴ τῶν φαινομένων αὐτῶν εἶναι ἀναγκαία ἡ σχετικὴ *πρόβλεψη*, ποὺ ἀποτελεῖ ἐπίσης ἀντικείμενο τῆς *Θεωρίας Καταστροφῶν*. Γιὰ τὴν *προβλεψιμότητα* τῶν Φυσικῶν φαινομένων ἔχει γίνει ἀπὸ τὸ βῆμα αὐτὸ ἐμπεριστατωμένη ἀνακοίνωση ἀπὸ τὸν διακεκριμένο μαθηματικὸ καὶ σεβαστὸ συνάδελφο κ. **Ν. Ἀρτεμιάδη**[2]. Ἕνα φαινόμενο *ἀστάθειας* (δηλαδὴ ἀσυνέχειας στὴ συμπεριφορὰ ἑνὸς συστήματος) ἀπὸ μαθηματικῆς ἀπόψεως ἀντιστοιχεῖ σὲ ἕνα **κρίσιμο σημεῖο**, τὸ ὁποῖο εἶναι ἢ **ἕνα σημεῖο διακλάδωσης** (bifurcation or branching point) ἢ **ἕνα ὁριακὸ σημεῖο** (limit point). Ἐξ ἄλλου, τὸ **κρίσιμο σημεῖο** μπορεῖ νὰ εἶναι εἴτε **στατικὸ** (συνδεόμενο μὲ σημεῖο ἰσορροπίας), εἴτε **δυναμικὸ** (συνδεόμενο μὲ ταλάντωση). Ἑπομένως οἱ **καταστροφὲς** ἀντιστοιχοῦν σὲ *κρίσιμες καταστάσεις*, δηλαδὴ σὲ **αἰφνίδιες μεταβολὲς** ἢ **ἀσυνέχειες** στὴ συμπεριφορὰ ἑνὸς συστήματος. Θεμελιωτὴς τῆς μαθηματικῆς *Θεωρίας τῶν Διακλαδώσεων* ὑπῆρξε ὁ διάσημος Γάλλος μαθηματικὸς **Henri Poincaré**[3], ὁ ὁποῖος ἔθεσε καὶ τὶς *βάσεις* τῆς *Δυναμικῆς ποιοτικῆς ἀνάλυσης* ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζεται ἡ *Θεωρία*

---

2. Ν. Ἀρτεμιάδη: «Χάος-Fractals-Δυναμικὰ Συστήματα», Πρακτικὰ τῆς Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν, Τ. 69, Τεῦχος Β΄, 1994.

3. Γάλλος μαθηματικὸς (1854-1912) γεννηθεὶς στὴν πόλη Νανσύ. Ἕνας ἀπὸ τοὺς μεγαλύτερους μαθηματικοὺς τῶν νεοτέρων χρόνων μὲ ἐξέχουσα συμβολὴ στὴ μαθηματικὴ Θεωρία τῶν Διακλαδώσεων καὶ τὴν Τοπολογία δυναμικῶν συστημάτων. Ἐτόνισε ἰδιαίτερα τὴν σημασία κατανοήσεως τοῦ ποιοτικοῦ χαρακτῆρα τῆς συμπεριφορᾶς ἑνὸς συστήματος. Οἱ ἰδέες του στὶς περιοχὲς τῆς Τοπολογίας, τῶν Ἀσυμπτωτικῶν σειρῶν, τῶν Ἀπεικονίσεων, τῶν Διακλαδώσεων, ἀφοῦ ἔμειναν ἄγνωστες γιὰ 50 χρόνια, ἐμπλουτίσθηκαν καὶ ἐπεξετάθηκαν ἀπὸ τοὺς κορυφαίους μαθηματικοὺς G.D. Birkhoff, A.A. Andronov καὶ L. Pontriagin, S. Smale, V.I. Arnold κ.ἄ.

τῆς *Ἐλαστικῆς Εὐστάθειας*, ἐρευνητικῆς περιοχῆς τοῦ ὁμιλοῦντος. Μὲ τὴν πλούσια ἐργογραφία του, ἀποτελούμενη ἀπὸ 500 περίπου ἐργασίες καὶ περισσότερα ἀπὸ 30 βιβλία, ὁ H. Poincaré ἐκάλυψε πλήρως ὅλα τὰ Μαθηματικὰ τῆς ἐποχῆς του. Πολλὲς ἀπὸ τὶς *ἰδέες* καὶ τὶς *ἔννοιες* τῆς Θεωρίας Διακλαδώσεων πρωτοεμφανίσθηκαν σὲ προβλήματα *ἀστέρων* καὶ *πλανητῶν*, ἡ ἐξομοίωση τῶν ὁποίων μὲ στερεὰ ἢ ρευστὰ συνδέεται μὲ *συνοριακὰ* προβλήματα (boundary-value problems) παρόμοια μὲ ἐκεῖνα τῆς *Μηχανικῆς*. Ἡ *ἀστάθεια* π.χ. μιᾶς περιστρεφόμενης μάζας ὑγροῦ, ἡ ὁποία συγκρατεῖται ἀπὸ τὴν δική της βαρύτητα, εἶναι πρόβλημα συνδεόμενο ἱστορικὰ μὲ τὴν γένεση τῆς *Θεωρίας Διακλαδώσεων*, ποὺ σχετίζεται μὲ τὸν *σχηματισμὸ* καὶ τὴν *ἐξέλιξη τῶν πλανητῶν*[4]. Μιᾶς θεωρίας μὲ ἄμεσες καὶ σημαντικὲς ἔκτοτε ἐφαρμογὲς στὴν περιοχὴ τῆς **Ἀστροφυσικῆς**, στὴν ὁποία ἐξέχουσα συμβολὴ ἔχει ὁ διακεκριμένος συνάδελφος κ. **Γ. Κοντόπουλος**[5]. Ἡ κατὰ τὴν τελευταία τριακονταετία πρόοδος στὴ μαθηματικὴ *Θεωρία τῶν Διακλαδώσεων*, στὴ Μὴ *Γραμμικὴ Δυναμικὴ* καὶ στὸ *Χάος*, πρόοδος στὴν ὁποία συνέβαλαν μεγάλως οἱ θεωρήσεις τοῦ H. Poincaré, ἔφερε σὲ φῶς πολλὰ νέα φαινόμενα σχεδὸν σ' ὅλες τὶς σύγχρονες Ἐπιστῆμες καὶ ἰδιαίτερα στὶς Τεχνολογικές.

Τὴν *Θεωρία τῶν Καταστροφῶν* παρουσίασε, κατὰ ἕνα συστηματικὸ καὶ μαθηματικῶς θεμελιωμένο τρόπο, ὁ Γάλλος μαθηματικὸς καὶ φιλόσοφος **René Thom**[6] μὲ μιὰ σειρὰ δημοσιεύσεών του στὰ μέσα τῆς δεκαετίας τοῦ '60 καὶ κυριότατα τὸ 1972 μὲ τὸ βιβλίο του «*Δομικὴ Εὐστάθεια καὶ Μορφογένεση*»[7], ἑστιασμένο ἰδιαίτερα στὴν περιοχὴ τῆς **Βιολογίας**. Συγκεκριμένα, ἐπρότεινε τὴν μέσω μαθηματικῶν προτύπων (μοντέλων) ἀπεικόνιση τῶν *ἀσυνεχῶν ἀλλαγῶν* (discontinuous changes) στὰ *φυσικὰ φαινόμενα* χρησιμοποιώντας τὴν *τοπολογικὴ ἀνάλυση*, τὴν ὁποίαν ἐπίσης ἐθεμελίωσε ὁ **Henri Poincaré** τὸ 1880. **Ἀσυνέχειες** (discontinuities) ἢ ὅπως ἄλλως καλοῦνται **ἰδιομορφίες** ἢ **ἀνωμαλίες** (singularities) ἐμφανίζονται τόσο στὸ **Φυσικὸ Κόσμο** (ἀνόργανο καὶ ὀργανικό), ὅσο καὶ στὸ χῶρο τῶν **Τεχνικῶν Κατασκευῶν**, οἱ ὁποῖες εἶναι δημιουργήματα τοῦ ἀνθρώπου. Στὴν **Φύση**

4. A.M. Liapunov: «Sur les figures d'équilibre peu différentes des ellipsoides d'une masse liquide homogène douée d'un mouvement de rotation», Zap. Akad. Nauk St. Petersburg, 1(1), 1906.

5. G. Contopoulos: «Destruction of Islands of Stability», J. Physics A-Math. & General, 23 (28), 5213-5232, 1999.

6. Γεννήθηκε στὸ Μονπελιὰρ τὸ 1923. Γιὰ τὴν ἐξέχουσα συμβολή του στὴν Τοπολογία καὶ τὶς συναφεῖς περιοχὲς ἔλαβε τὸ 1958 τὸ «Fields Medal», τὸ 1970 τὸ «L.J. Brower Medal» τῆς Ἀκαδημίας Ἐπιστημῶν τῆς Ὁλλανδίας, ἐνῶ τὸ 1974 τοῦ ἀπενεμήθη τὸ Μεγάλο Ἐπιστημονικὸ Βραβεῖο (Grand Prix Scientifique) τῆς πόλεως τῶν Παρισίων μὲ εἰδικὴ τιμητικὴ ἀναφορὰ ἀπὸ τὴν Ἀκαδημία Ἐπιστημῶν, στὸ Παρίσι. Εἶναι μέλος πολλῶν Ἀκαδημιῶν, Ἐπίτιμος Διδάκτωρ Πανεπιστημίων, κτλ.

7. René Thom: «Stabilité structurelle et morphogenèse», Benjamin Cummings, New York, 1972.

τέτοιες καταστάσεις, πού εἶχαν παρατηρηθεῖ ἀπό ἀρχαιοτάτων χρόνων, συνιστοῦν τὰ χαρακτηριζόμενα ὡς *φυσικά φαινόμενα*, ὅπως π.χ. τὰ *κλιματολογικά φαινόμενα*, ἡ *ἔκρηξη ἑνός ἡφαιστείου*, μία *ἔκλειψη*, ἡ *κατάρρευση ἑνός ἀστέρα*, κτλ. Παραδείγματα *ἀσυνεχειῶν* ἢ *ἀνωμαλιῶν* (πού συνδέονται μὲ καταστροφές) στὸν χῶρο τῶν **Τεχνικῶν Κατασκευῶν** ὑπάρχουν ἐπίσης πολλά. Π.χ. στὸν εὐρύτερο χῶρο τῆς ἐπιστήμης τῆς *Μηχανικῆς* τέτοιες *ἰδιόμορφες καταστάσεις* ἀπαντῶνται σὲ προβλήματα *λυγισμοῦ* ἢ γενικότερα *ἀστάθειας ἰσορροπίας* ἢ *ἀστάθειας ταλάντωσης*. Ἕνα ἁπλὸ παράδειγμα *στατικῆς ἀστάθειας* –γνωστὸ σ' ὅλους μας– εἶναι τὸ *αἰφνίδιο ἀναποδογύρισμα* μιᾶς ὀμπρέλλας κατὰ τὸ ἄνοιγμά της μὲ βραδὺ ρυθμό, ἐνῶ κλασσικὸ παράδειγμα *ἀστάθειας ταλάντωσης* εἶναι ἡ *κατάρρευση* τῆς κρεμαστῆς γέφυρας **Τακόμα** στὴν Οὐάσιγκτον τὸ 1940, μεσαίου ἀνοίγματος 860 μ., λόγω *στρεπτοκαμπτικῶν ταλαντώσεων*, παρὰ τὸ γεγονὸς ὅτι ἡ ταχύτης τοῦ πνέοντος τότε ἀνέμου, πού τὴν προκάλεσε, εὑρίσκετο μέσα στὰ ἐπιτρεπτὰ ὅρια (Εἰκ. 1α, β, γ).

Βασικὰ Στοιχεῖα τῆς Θεωρίας τῶν Καταστροφῶν

Συνοπτικὰ –ἀποφεύγοντας ὁρισμοὺς κατ' *ἐπιστήμην* ἀκριβεῖς καὶ πλήρεις– ἡ *Θεωρία τῶν Καταστροφῶν* εἶναι ἕνας κλάδος τῶν Μαθηματικῶν, ὁ ὁποῖος μὲ ἐργαλεῖο τὴν *Ἀλγεβρικὴ* καὶ *Διαφορικὴ* **Τοπολογία** ἔχει ὡς ἀντικείμενο τὴν μελέτη *ἀνωμαλιῶν* ἢ *ἀσυνεχειῶν* (π.χ. θραύσεις κυμάτων, αἰφνίδια ἅλματα στὴ συμπεριφορὰ ἑνὸς συστήματος, κρίσιμες καταστάσεις ἰσορροπίας κτλ). Μελέτη, ἡ ὁποία ἐπιτυγχάνεται μὲ κομψὴ *ποιοτικὴ* ἀλλὰ καὶ *ποσοτικὴ* ἀνάλυση κάθε συστήματος, τοῦ ὁποίου ἡ συμπεριφορὰ περιγράφεται μέσω τῆς *Συνολικῆς Δυναμικῆς Ἐνεργείας* του, τὴν ὁποία ἐφεξῆς θὰ καλοῦμε **Δυναμικό**. Τὸ *Δυναμικὸ* ἑνὸς συστήματος εἶναι μιὰ συνάρτηση μεγάλου, ἐν γένει, ἀριθμοῦ *γενικευμένων συντεταγμένων* καὶ μικροῦ συνήθως ἀριθμοῦ *παραμέτρων*, οἱ ὁποῖες καλοῦνται **παράμετροι ἐλέγχου**, διότι παίζουν καθοριστικὸ ρόλο στὴ συμπεριφορά του. Ἕνα τέτοιο σύστημα εἴτε εἶναι *διακεκριμένο*, δηλαδὴ περιγράφεται ἀπὸ *πεπερασμένο ἀριθμὸ γενικευμένων συντεταγμένων*, εἴτε ἔχει καταστεῖ διακεκριμένο μέσω κάποιας τεχνικῆς διακεκριμενοποιήσεως (discretization technique). Ὁ *ποιοτικὸς* χαρακτήρας τῶν σχετικῶν λύσεων βασίζεται ἐπὶ τῆς θεμελιώδους σημασίας στὴ Θεωρία τῶν Καταστροφῶν ἔννοιας τῆς **δομικῆς εὐστάθειας** (structural stability), πού εἰσήγαγαν οἱ διαπρεπεῖς Ρῶσοι ἐρευνητὲς **A.A. Andronov** καὶ **L.S. Pontryagin**[8], ὁ δὲ *ποσοτικὸς* χαρακτήρας τῶν λύσεων στὸ γνωστὸ στὴ Τοπολογία

---

8. A.A. Andronov and L.S. Pontryagin: «Coarse Systems», Dokl. Akad. Nauk SSSR, 14, 247, 1937. Ἐπίσης: A.A. Andronov: «Sobraniye trudov», Izd. Akad. Nauk. SSSR, 1956, 181, 1956.

Λῆμμα Χωρισμοῦ ἢ *Διασπάσεως*[9] (splitting lemma). Στὸ σημεῖο αὐτὸ θὰ πρέπει νὰ διευκρινισθεῖ ὅτι *δομικὰ* εὐσταθὴς εἶναι μία συνάρτηση (ἐν προκειμένῳ τοῦ Δυναμικοῦ), ὅταν οἱ *ποιοτικὲς* ἰδιότητές της (ὅπως ὁ *ἀριθμὸς καὶ* τὸ εἶδος τῶν ἀνωμαλιῶν) **δὲν** μεταβάλλονται **τοπικά**, ἐὰν ἐπιβάλουμε μιὰ *μικρὴ αὐθαίρετη διαταραχὴ* μὲ τὴν εἰσαγωγὴ μιᾶς παραμέτρου ἐλέγχου (π.χ. ἀτελείας). Μὲ βάση *κυρίως* τὴν *Δομικὴ Εὐστάθεια* καὶ τὸ προαναφερθὲν *Λῆμμα*, ἡ *Θεωρία τῶν Καταστροφῶν* ὁδηγεῖ στὸ πολὺ **ἐνδιαφέρον συμπέρασμα** ὅτι ὁ *ἀριθμὸς* τῶν ὑπαρχουσῶν *ποιοτικὰ* διαφόρων *τύπων ἀνωμαλιῶν* –ποὺ μποροῦν νὰ ἐμφανισθοῦν σ' ἕνα σύστημα– **δὲν ἐξαρτᾶται** ἀπὸ τὸν *ἀριθμὸν* τῶν *γενικευμένων συντεταγμένων*, δηλαδὴ ἀπὸ τὸν ἀριθμὸ τῶν **μεταβλητῶν** καταστάσεως (state variables), ὁ ὁποῖος μπορεῖ νὰ εἶναι *πολὺ μεγάλος* (π.χ. μεγαλύτερος τοῦ 1000), ἀλλὰ ἀπὸ τὸν ἀριθμὸ τῶν **παραμέτρων ἐλέγχου**. Οἱ παράμετροι αὐτές, ποὺ συνήθως **δὲν ξεπερνοῦν** τὶς πέντε (5), εἶναι καθοριστικῆς σημασίας γιὰ τὴν **κρίσιμη** κατάσταση, ἡ ὁποία συνδέεται μὲ κάποιο **εἶδος** ἢ **τύπο Καταστροφῆς**. Τέτοιες παράμετροι π.χ. σὲ μιὰ τεχνικὴ κατασκευὴ εἶναι ἡ *φόρτιση*, οἱ *γεωμετρικὲς ἀτέλειες*, οἱ ἐγγενεῖς *ἀνομοιομορφίες*, κτλ.

Ἡ ὕπαρξη μιᾶς ἢ περισσοτέρων *παραμέτρων ἐλέγχου* ἔχει συνήθως ὡς ἀποτέλεσμα τὴν ἐμφάνιση διαφόρων **ἀπρόβλεπτων** *φαινομένων*. Ὁ **René Thom** ἐπρότεινε τοὺς **Ἑπτὰ Τύπους Στοιχειωδῶν Καταστροφῶν**[10] τοῦ **Πίνακα 1**, οἱ ὁποῖοι συνδέεονται μὲ ἁπλᾶ **Συντηρητικὰ** συστήματα. Συστήματα, δηλαδή, τῶν ὁποίων ἡ συμπεριφορὰ περιγράφεται ἀπὸ ἀντίστοιχες συναρτήσεις **Δυναμικοῦ** V, ποὺ εἶναι οἱ *ἁπλούστερες* δυνατές, ἀφοῦ ἐξαρτῶνται ἀπὸ **τέσσερις** –τὸ πολὺ– *παραμέτρους ἐλέγχου* λ_1 ἕως λ_4 καὶ μόνο **μία** ἢ **δύο** *μεταβλητὲς καταστάσεως* q ἢ q_1 καὶ q_2 μέσω τῶν ὁποίων «συλλαμβάνεται» πλήρως ἡ **ποιοτικὴ** συμπεριφορὰ ἑνὸς συστήματος, ἀνεξαρτήτως *ἀριθμοῦ μεταβλητῶν* (δηλαδὴ γενικευμένων συντεταγμένων). Αὐτὸ ἐπιτυγχάνεται μὲ τὴν ἐφαρμογὴ τοῦ προαναφερθέντος *Λήμματος Χωρισμοῦ* ἢ *Διασπάσεως* τοῦ συνόλου τῶν μεταβλητῶν σὲ **δύο** ὁμάδες, στὶς **οὐσιώδεις** ἢ **ἐνεργὲς** (ποὺ εἶναι τὸ πολὺ δύο) καὶ στὶς **ἐπουσιώδεις** ἢ **παθητικὲς** μεταβλητές, ποὺ ἀντιστοιχοῦν στὸ πλῆθος τῶν ὑπολοίπων μεταβλητῶν. Ὁ διαχωρισμὸς αὐτὸς πραγματοποιεῖται μετὰ ἀπὸ πρόσφορη *ἀλλαγὴ συντεταγμένων* καὶ ἐν συνεχείᾳ μελέτη ὡς πρὸς τὶς *κύριες* διευθύνσεις τοῦ *τετραγωνικοῦ* ὅρου τοῦ ἀναπτύγματος (τῆς συναρτήσεως) τοῦ *Δυναμικοῦ* σὲ σειρὰ **Taylor**, οἱ ὁποῖες (διευθύνσεις) συνδέονται μὲ *καταστάσεις ἀσταθείας* (δηλαδὴ κρίσιμες). Τέτοιες, ὅμως, διευθύνσεις ἀντιστοιχοῦν *συνήθως* σὲ *μία*, *δύο* ἢ τὸ πολὺ *τρεῖς* μεταβλητές, μὲ ἀποτέλεσμα ὁ ἐντοπισμὸς τῶν *κρισίμων* καταστάσεων νὰ καθίσταται ἐξαιρετικὰ εὐχερής.

---

9. R. Gilmore: «Catastrophe Theory For Scientists and Engineers», Dover Publications, Inc., New York, 1981.

10. A. N. Κουνάδη: «Μὴ Γραμμικὴ Θεωρία Ἐλαστικῆς Εὐστάθειας μὲ Στοιχεῖα ἀπὸ τὴν Θεωρία Καταστροφῶν», Ἐκδόσεις Συμεών, Ἀθῆναι, 1998.

Οἱ *συναρτήσεις τοῦ Δυναμικοῦ*, ποὺ ἀντιστοιχοῦν στὶς *Ἑπτὰ Στοιχειώδεις Καταστροφές*, εἶναι *δομικῶς εὐσταθεῖς*. Τοῦτο σημαίνει ὅτι οἱ συναρτήσεις αὐτὲς εἶναι *γενικὲς ἀναπτύξεις* ἢ *ἐκπτύξεις* (universal unfoldings), δηλαδὴ παριστοῦν τὶς πλέον *γενικὲς οἰκογένειες* τέτοιων συναρτήσεων μὲ τὸν *μικρότερο ἀριθμὸ παραμέτρων ἐλέγχου* γιὰ κάθε τύπο Καταστροφῆς. Ἑπομένως, ἡ εἰσαγωγὴ ὁποιασδήποτε *μικρῆς διαταραχῆς* στὸ *Δυναμικὸ* **δὲν** μεταβάλλει –ὅπως ἔδειξε πρῶτος ὁ **H. Poincaré**[11] – *τοπικῶς* τὶς ποιοτικὲς ἰδιότητες τοῦ συστήματος (ὅπως τὸν τύπο καὶ τὸν ἀριθμὸ τῶν κρίσιμων σημείων), καθὼς μεταβάλλονται προοδευτικῶς οἱ τιμὲς τῶν *παραμέτρων ἐλέγχου*, διότι τὸ *τροποποιημένο Δυναμικὸ* ἀνήκει στὴν *οἰκογένεια* συναρτήσεων τῆς *γενικῆς ἀνάπτυξης*.

Συνέπεια τούτου εἶναι ὅτι κατὰ τὴν ἀνάπτυξη τοῦ *Δυναμικοῦ* ἑνὸς συστήματος (συνδεομένου μὲ κάποιο τύπο ἀπὸ τὶς Ἑπτὰ Στοιχειώδεις Καταστροφὲς) σὲ *σειρὰ* Taylor, ὅλοι οἱ ὅροι ἀνώτερης τάξης ἐκείνων τοῦ ἀντιστοίχου Δυναμικοῦ τοῦ Πίνακα 1 μπορεῖ νὰ *παραλειφθοῦν*. Ἡ *κολόβωση αὐτὴ* τῆς *σειρᾶς* Taylor εἶναι ἐπιτρεπτή, διότι ἡ *ποιοτικὴ* συμπεριφορὰ τοῦ συστήματος *τοπικὰ* ἐμπεριέχεται στὶς *ἁπλὲς* συναρτήσεις Δυναμικοῦ τοῦ Πίνακα 1, ποὺ εἶναι *γενικὲς ἀναπτύξεις*, τὴν *μοναδικότητα* τῶν ὁποίων γιὰ κάθε εἶδος καταστροφῆς ἀπέδειξε μετὰ ἀπὸ προτροπὴ τοῦ R. Thom ὁ ἐπιφανὴς Γάλλος μαθηματικὸς **Bernard Malgrange**[12]. Ἐντεῦθεν ἀπορρέει ἕνα σημαντικὸ *πλεονέκτημα* τῆς Θεωρίας τῶν Καταστροφῶν: ἡ *δραστικὴ μείωση* τοῦ ὑπολογιστικοῦ φόρτου.

Στὸ σημεῖο αὐτὸ ἀξίζει ἰδιαίτερα νὰ τονισθεῖ ὅτι μὲ τὴν *Θεωρία τῶν Καταστροφῶν* μπορεῖ νὰ γίνει πρόβλεψη τῆς *ποιοτικῆς* συμπεριφορᾶς ἑνὸς συστήματος **τοπικῶς χωρὶς κἂν νὰ γνωρίζει** κανεὶς τὶς ἐξισώσεις ποὺ διέπουν αὐτή, ἀλλὰ οὔτε νὰ τὶς **λύσει** σὲ περίπτωση ποὺ τὶς γνωρίζει. Ἕνα ἄλλο σημαντικὸ *πλεονέκτημα τῆς Θεωρίας τῶν Καταστροφῶν* (ποὺ προκύπτει ἀπὸ τὴν προηγηθεῖσα ἀνάπτυξη) εἶναι ὅτι αὐτὴ δίδει **λύσεις** *γενικῆς* (καθολικῆς) *ἰσχύος* (universal solutions) καὶ ὄχι λύσεις συγκεκριμένων προβλημάτων, ὅπως συμβαίνει μὲ τὴν ἐφαρμογὴ τῶν συνήθων μεθόδων. Ὅταν δὲ λέγουμε *καθολικὲς λύσεις* (global solutions), ἐννοοῦμε λύσεις ποὺ ἀφοροῦν σὲ *οἰκογένειες προβλημάτων*. Ἔτσι, τὰ **συμπεράσματα**, ποὺ ἐξάγονται ἀπὸ τὶς λύσεις βάσει τῆς Θεωρίας τῶν Καταστροφῶν, εἶναι **γενικὰ καὶ ἐγγυημένα** ὡς **δομικῶς εὐσταθῆ**.

Στὸν **Πίνακα 1** φαίνονται οἱ *Ἑπτὰ Στοιχειώδεις Καταστροφὲς* τοῦ R. Thom, ἐκ τῶν ὁποίων οἱ τέσσερις πρῶτοι τύποι Καταστροφῶν ἔχουν ὡς *Δυναμικὰ* ἀλγεβρικὲς συναρτήσεις **μιᾶς** (m=1) μεταβλητῆς q, οἱ ὁποῖες εἶναι πολυώνυμα **3ου** βαθμοῦ ὡς πρὸς q μὲ ***μία***

---

11. H. Poincaré: «Sur l'équilibre d'une masse fluide animée d'un mouvement de rotation», Acta Math., 7, 259, 1885.

12. A. Woodcock and M. Davis: «Catastrophy Theory», Penguin Books, London, 1978.

παράμετρο ἐλέγχου λ_1 [γιὰ τὸν πρῶτο τύπο Καταστροφῆς τῆς *Πτυχώσεως* ἢ Διπλώματος (fold)], **4ου** 6αθμοῦ ὡς πρὸς q μὲ **δύο** *παραμέτρους ἐλέγχου* λ_1 καὶ λ_2 [γιὰ τὸν δεύτερο τύπο Καταστροφῆς τῆς *Αἰχμῆς* (cusp)], **5ου** 6αθμοῦ ὡς πρὸς q μὲ **τρεῖς** παραμέτρους ἐλέγχου λ_1, λ_2 καὶ λ_3 [γιὰ τὸν τύπο Καταστροφῆς τῆς *Χελιδονοουρᾶς* (swallowtail)] καὶ **6ου** 6αθμοῦ ὡς πρὸς q μὲ **τέσσερις** παραμέτρους ἐλέγχου λ_1, λ_2, λ_3 καὶ λ_4 [γιὰ τὸν τύπο Καταστροφῆς τῆς *Πεταλούδας* (butterfly)]. Οἱ τελευταῖοι τρεῖς τύποι Καταστροφῶν ἔχουν ὡς *Δυναμικὰ* ἀλγε6ρικὲς συναρτήσεις **δύο** γενικευμένων μετα6λητῶν (q=2) q_1 καὶ q_2 μὲ **τρεῖς** παραμέτρους ἐλέγχου λ_1, λ_2 καὶ λ_3 [γιὰ τοὺς τύπους τῆς Καταστροφῆς τοῦ *Ὑπερ6ολικοῦ Ὀμφαλοῦ* καὶ τοῦ *Ἐλλειπτικοῦ Ὀμφαλοῦ* (hyperbolic and elliptic umbilic)], καὶ μὲ **τέσσερις** παραμέτρους ἐλέγχου λ_1, λ_2, λ_3 καὶ λ_4 [γιὰ τὸν τελευταῖο τύπο Καταστροφῆς τοῦ *Παρα6ολικοῦ Ὀμφαλοῦ* (parabolic umbilic)]. Σὲ κάθε τύπο Καταστροφῆς ἀντιστοιχεῖ ὁρισμένης μορφῆς *ἐπιφάνεια σημείων ἰσορροπίας*, πολλαπλὸ Καταστροφῆς (Catastrophe Manifold) κατὰ τὴν μαθηματικὴ ὁρολογία. Ἀπὸ τὴν τελευταία στήλη τοῦ Πίνακος 1 6λέπουμε ὅτι κάθε τύπος *Στοιχειώδους* Καταστροφῆς συνδέεται ἐπίσης μὲ ἕνα *γεωμετρικὸ τόπο* συγκεκριμένου τύπου κρισίμων σημείων (ἀσταθειῶν), καλούμενο *σύνολο* (σημείων) *Ἀνωμαλίας* (singularity set) κατὰ τὴ μαθηματικὴ ὁρολογία, ποὺ μπορεῖ νὰ εἶναι στὴν ἁπλούστερη (τὴν πρώτη) περίπτωση τῆς Καταστροφῆς *Πτυχώσεως* ἕνα *μεμονωμένο κρίσιμο σημεῖο*, ἐνῶ στὴν πλέον πολύπλοκη (τὴν τελευταία) περίπτωση τῆς Καταστροφῆς *Παρα6ολικοῦ Ὀμφαλοῦ* μία *ὑπερεπιφάνεια*. Ἔτσι, ὁ *γεωμετρικὸς τόπος* τῶν κρισίμων σημείων γιὰ κάθε εἶδος Καταστροφῆς περιλαμ6άνει συγκεκριμένους *τύπους* τέτοιων (κρισίμων) σημείων, ὅπως π.χ. *ὁριακά*, *ὑστέρησης*, διακεκριμένα *σημεῖα διακλάδωσης* (ἀσύμμετρα, συμμετρικά), *πολλαπλᾶ* σημεῖα διακλάδωσης (μονοκλινῆ, ὁμοκλινῆ, ἀντικλινῆ, παρακλινῆ, κτλ.). Χαρακτηριστικὴ εἶναι ἐπίσης γιὰ κάθε τύπο Καταστροφῆς ἡ *γεωμετρικὴ μορφὴ* τοῦ γεωμετρικοῦ τόπου τῶν κρισίμων σημείων στὸ *χῶρο τῶν παραμέτρων ἐλέγχου*, ὁ ὁποῖος καλεῖται *σύνολο* (σημείων) *Διακλαδώσεως* ἢ *Διακλαδικὸ σύνολο* (bifurcational set), ἂν καὶ περιλαμ6άνει καὶ *ὁριακὰ σημεῖα* κατὰ τὴν ὁρολογία τῆς Δομικῆς Μηχανικῆς. Τέτοιες μορφὲς σχετίζονται μὲ ἐνδιαφέρουσες ἐφαρμογὲς τῆς *Θεωρίας τῶν Καταστροφῶν* σὲ διάφορα πεδία ἐπιστημῶν, ὅπως θὰ ἐκτεθεῖ κατὰ τὴν ἐπακολουθοῦσα ἀνάπτυξη. Ἐφαρμογές, οἱ ὁποῖες εὐελπιστῶ ὅτι θὰ καλύψουν ἕνα εὐρὺ φάσμα ἐμπειριῶν ἢ ἐνδιαφερόντων τοῦ ἐκλεκτοῦ τούτου ἀκροατηρίου. Στὰ **Σχήματα** 1 ἕως 7 ποὺ ἀκολουθοῦν φαίνεται ἡ **γεωμετρία** τῶν *Ἑπτὰ Στοιχειωδῶν Καταστροφῶν* μὲ τὴν ὁποία περιγράφονται *μόνο* τὰ *ποιοτικὰ* χαρακτηριστικά τους (δηλαδὴ γεωμετρία χωρὶς κλίμακα) στὸ *χῶρο* εἴτε **ὅλων** τῶν *μετα6λητῶν* (μετα6λητῶν καταστάσεως καὶ παραμέτρων ἐλέγχου), εἴτε **μόνο** τῶν *παραμέτρων ἐλέγχου*.

Συγκεκριμένα στὸ Σχ. 1 6λέπουμε τὴν γεωμετρία τῆς ἐπιφάνειας *ἰσορροπίας* (πολλαπλοῦ), q=q(λ, ε), τῆς *Καταστροφῆς Πτυχώσεως* (Διπλώματος) στὸ *χῶρο* ὅλων τῶν μεταβλητῶν (γενικευμένης συντεταγμένης q καὶ παραμέτρων ἐλέγχου λ καὶ ε). Ἡ ἐπιφάνεια αὐτή, ἡ ὁποία σχετίζεται μὲ τὴν τυπικὴ συμπεριφορὰ μιᾶς ἁπλῆς κατασκευῆς (συνδεομένης μὲ ἀσύμμετρο σημεῖο διακλάδωσης), ὁμοιάζει μὲ ἕνα φύλλο (ἐλαστικοῦ) χαρτιοῦ διπλωμένο, τοῦ ὁποίου ἡ πάνω ἐπιφάνεια ἀποτελεῖται ἀπὸ *ἀσταθῆ* σημεῖα ἰσορροπίας καὶ ἡ κάτω ἀπὸ *εὐσταθῆ*. Τὸ *σύνορο* –ποὺ χωρίζει τὴν *ἀσταθῆ* ἀπὸ τὴν *εὐσταθῆ* ἐπιφάνεια– εἶναι μιὰ καμπύλη γραμμὴ στὸ χῶρο, ἡ ὁποία παριστᾶ τὸ *γεωμετρικὸ τόπο* (σύνολο σημείων Ἀνωμαλίας) τῆς Καταστροφῆς τύπου *Πτυχώσεως*. Ἡ προβολὴ τῆς καμπύλης αὐτῆς στὸ ὁριζόντιο ἐπίπεδο τῶν παραμέτρων ἐλέγχου εἶναι πάντοτε *παραβολή* (Διακλαδικὸ σύνολο). Αὐτὴ ἐκφράζεται μέσω τῆς σχέσης *φόρτιση-ἀτέλεια*, λ=λ(ε), ἡ ὁποία δείχνει τὸν βαθμὸ *εὐαισθησίας* μιᾶς κατασκευῆς σὲ *ἀτέλεια*.

Στὸ Σχ. 2.1α φαίνεται ἡ γεωμετρία τῆς ἐπιφάνειας *ἰσορροπίας* (πολλαπλοῦ) τῆς *Καταστροφῆς Αἰχμῆς* στὸ χῶρο ὅλων τῶν μεταβλητῶν q, λ καὶ ε. Ἡ ἐπιφάνεια αὐτή, ἡ ὁποία σχετίζεται μὲ τὴν τυπικὴ συμπεριφορὰ μιᾶς ἁπλῆς κατασκευῆς (συνδεομένης μὲ συμμετρικὸ σημεῖο διακλάδωσης καὶ ὁριακὰ σημεῖα), ὁμοιάζει μὲ ἕνα φύλλο χαρτιοῦ ἐλαστικοῦ (σὰν μιὰ μεμβράνη), ὥστε αὐτὸ νὰ μπορεῖ νὰ ὑποστεῖ τὴν διπλῆ κάμψη ποὺ βλέπουμε. Τὸ γκρίζο μέρος τῆς ἐπιφάνειας ἰσορροπίας ἀποτελεῖται ἀπὸ *εὐσταθῆ* σημεῖα ἰσορροπίας (μὲ περισσότερο εὐσταθῆ τὰ εὑρισκόμενα στὸ κάτω μέρος), ἐνῶ ἡ χρώματος ἐρυθροῦ ἐπιφάνεια ἀντιστοιχεῖ σὲ *ἀσταθῆ* σημεῖα ἰσορροπίας, τὰ ὁποῖα συνιστοῦν τὸν *γεωμετρικὸ τόπο* (σύνολο σημείων Ἀνωμαλίας) τοῦ πολλαπλοῦ (ἐπιφάνειας ἰσορροπίας) *Καταστροφῆς τύπου Αἰχμῆς*, ποὺ ἔχει ὡς προβολὴ στὸ ὁριζόντιο ἐπίπεδο τῶν παραμέτρων ἐλέγχου λ καὶ ε (Σχ. 2.1β) τὸ ἐρυθρὸ τρίγωνο μὲ καμπύλες τὶς δύο πλευρὲς (Διακλαδικὸ σύνολο) καὶ κορυφὴ τὸ σημεῖο 0 (ποὺ ἀντιστοιχεῖ στὴν αἰχμή).

Στὸ Σχ.2.2 φαίνεται, μὲ τὴν βοήθεια τῆς σχέσεως (Δυναμικοῦ V καὶ γενικευμένης συντεταγμένης q), V=V(q), ὁ *βαθμὸς* εὐστάθειας (ἢ ἀστάθειας) ἰσορροπίας διαφόρων σημείων τῆς ἐπιφάνειας ἰσορροπίας. Ἡ *εὐσταθὴς* ἰσορροπία ἀντιστοιχεῖ σὲ *ἐλάχιστο* V (ἀρνητικὸ) καὶ ἡ *ἀσταθὴς* σὲ *μέγιστο* V (θετικό). Ὅσο ἐλαττώνεται (αὐξάνεται) ἀλγεβρικὰ τὸ Δυναμικὸ V, τόσο εὐσταθέτερη (ἀσταθέστερη) εἶναι μιὰ θέση ἰσορροπίας.

Στὸ Σχ. 3α φαίνεται ἡ γεωμετρία τοῦ *Διακλαδικοῦ συνόλου* τῆς *Καταστροφῆς Χελιδονοουρᾶς* στὸ χῶρο τῶν παραμέτρων ἐλέγχου λ, ε καὶ η, ἐνῶ στὸ Σχ. 3β βλέπουμε τρεῖς τομὲς αὐτῆς τῆς ἐπιφανείας μὲ κατακόρυφα ἐπίπεδα γιὰ η<0, η=0 καὶ η>0, ἀντίστοιχα.

Στὸ Σχ. 4α φαίνεται ἡ γεωμετρία τῆς ἐπιφάνειας *ἰσορροπίας* (πολλαπλοῦ) τῆς *Καταστροφῆς Πεταλούδας* στὸ χῶρο τῶν μεταβλητῶν q, λ καὶ ε. Ἡ ἐπιφάνεια αὐτὴ (μὲ δρόμους ἰσορροπίας συνδεομένους μὲ *εὐσταθῆ* καὶ *τοπικῶς ἀσταθῆ* σημεῖα διακλάδωσης) ὁμοιάζει μὲ ἕνα φύλλο ἐλαστικοῦ χαρτιοῦ ποὺ ἔχει ὑποστεῖ πολλαπλῆ κάμψη (Σχ. 4α) μὲ *εὐσταθῆ* τὴν χρώματος κυανοῦ ἐπιφάνεια ἰσορροπίας καὶ *ἀσταθῆ*, ποὺ εἶναι ὁ *γεωμετρικὸς* *τόπος* τοῦ συνόλου (ἐπιφάνειας) τῶν σημείων *Ἀνωμαλίας* τοῦ τύπου αὐτοῦ Καταστροφῆς, τὴν *χρωματισμένη* ἐπιφάνεια. Στὸ Σχ. 4β βλέπουμε τὴν προβολὴ τοῦ (ὑπὸ τὴν πάρα πάνω ἔννοια) συνόλου (ἐπιφάνειας) *Ἀνωμαλίας* στὸ ὁριζόντιο ἐπίπεδο τῶν λ καὶ ε (Σχ. 4β, γ), ὅπου σημειώνεται σὲ σκαρίφημα ἡ σχέση V=V(q). *Ἀσταθέστερη* εἶναι ἡ κεντρικὴ περιοχὴ χρώματος ἐρυθροῦ μὲ δύο ἀσταθῆ κρίσιμα σημεῖα.

Στὸ Σχ. 5.1 φαίνεται ἡ γεωμετρία τοῦ *γεωμετρικοῦ τόπου* τοῦ συνόλου (ἐπιφάνειας) *Ἀνωμαλίας* τῆς *Καταστροφῆς Ὑπερβολικοῦ Ὀμφαλοῦ* στὸ χῶρο τῶν παραμέτρων ἐλέγχου $λ_1$, $λ_2$ καὶ $λ_3$, ἐνῶ στὸ Σχ. 5.2 βλέπουμε τὶς πλέον πολύπλοκες μορφὲς τῶν συνόλων (ἐπιφανειῶν) *Ἀνωμαλίας* αὐτοῦ τοῦ τύπου Καταστροφῆς, ὅταν ὑπάρχουν φαινόμενα *ἀλληλεπιδράσεως* κανονικῶν μορφῶν (ὅπως π.χ. συμβαίνει μὲ τὴν κατασκευὴ μιᾶς ὑψηλῆς κεραίας τηλεοράσεως συγκρατουμένης ἀπὸ τρία καλώδια).

Στὰ Σχ. 6.1 καὶ 6.2 βλέπουμε τὴν γεωμετρία τοῦ συνόλου (ἐπιφάνειας) *Ἀνωμαλίας* τῆς *Καταστροφῆς Ἐλλειπτικοῦ Ὀμφαλοῦ* στὸ χῶρο τῶν παραμέτρων ἐλέγχου $λ_1$, $λ_2$ καὶ $λ_3$ τόσο στὴν ἁπλῆ περίπτωση (Σχ. 6.1), ὅσο καὶ στὴν πολύπλοκη περίπτωση ὑπάρξεως φαινομένων *ἀλληλεπιδράσεως* (Σχ. 6.2).

Στὸ Σχ. 7 φαίνεται ἡ γεωμετρία τοῦ συνόλου (ἐπιφάνειας) *Ἀνωμαλίας* τῆς *Καταστροφῆς Παραβολικοῦ Ὀμφαλοῦ* στὸ ἐπίπεδο τῶν παραμέτρων ἐλέγχου $λ_1$ καὶ $λ_2$, ὅταν οἱ παράμετροι $λ_3$ καὶ $λ_4$ ἔχουν σταθερὲς τιμές. Γιὰ διάφορους συνδυασμοὺς τῶν $λ_1$ καὶ $λ_2$ προκύπτει μιὰ ποικιλία τύπων Καταστροφῆς, στοὺς ὁποίους περιλαμβάνονται καὶ οἱ προηγούμενοι *Τύποι Στοιχειωδῶν Καταστροφῶν:* Αἰχμῆς, Χελιδονοουρᾶς, Ὑπερβολικοῦ καὶ Ἐλλειπτικοῦ Ὀμφαλοῦ.

Στὶς Εἰκ. 2 α, β, γ βλέπουμε τὶς μέσω Η/Υ σχεδιασθεῖσες προβολὲς ἐπιφανειῶν ἰσορροπίας, $λ_1=λ_1(q_1, q_2)$, γιὰ τὶς περιπτώσεις Καταστροφῆς τοῦ *Ὑπερβολικοῦ* καὶ *Ἐλλειπτικοῦ Ὀμφαλοῦ* (ὅταν $λ_2$ καὶ $λ_3$ λαμβάνουν σταθερὲς τιμές), ὡς καὶ τοῦ *Παραβολικοῦ Ὀμφαλοῦ* (ὅταν $λ_2$, $λ_3$ καὶ $λ_4$ λαμβάνουν σταθερὲς τιμές).

Θὰ κλείσω τὴν συνοπτικὴ αὐτὴ ἀναφορὰ στὰ πολὺ *βασικὰ* αὐτὰ *στοιχεῖα* τῆς *Θεωρίας τῶν Καταστροφῶν* τοῦ René Thom, προσθέτοντας ὅτι πολλοὶ σύγχρονοι ἐξέχοντες μαθηματικοί, ὅπως οἱ E.C. Zeeman, H. Whitney, V.I. Arnold, J.N. Mather, B. Malgrange, M.M. Peixoto, S. Smale, J. Guckenheimer, M. Golubitski, κ.ἄ. ἔχουν συμβάλει σημαντικὰ στὴν ἀνάπτυξή της τὰ τελευταῖα χρόνια, κατὰ τὴν διάρκεια τῶν ὁποίων παρατηρεῖται μιὰ ἐντυπωσιακὴ αὔξηση τῶν σχετικῶν ἐπιστημονικῶν δημοσιευμάτων. Ἀξίζει νὰ σημειωθεῖ μεταξὺ ἄλλων ὅτι τὸ **θεώρημα ταξινόμησης** τῶν Καταστροφῶν τοῦ R. Thom ἐπεκτάθηκε γιὰ τὴν περιγραφὴ συστημάτων μὲ *πέντε* παραμέτρους ἐλέγχου, ποὺ ὁδηγοῦν σὲ *τέσσερις νέες πιὸ πολύπλοκες μορφὲς Καταστροφῶν*. Ἡ προσθήκη καὶ *ἕκτης* παραμέτρου ἐλέγχου συνεπάγεται *ἀπειρία ἀνωμαλιῶν* μὲ *ἐκπτύξεις* (unfoldings), ποὺ δὲν εἶναι *μοναδικές*. Στὸ βιβλίο του *Θεωρία Καταστροφῶν*, ὁ κορυφαῖος Ρῶσος μαθηματικὸς **Vladimir I. Arnold**[13] τονίζει ὅτι ἡ Θεωρία τῶν Καταστροφῶν εἶναι ἕνα νέο ἰσχυρὸ ἐργαλεῖο μὲ εὐρύτατο πεδίο ἐφαρμογῶν γιὰ τὴν μελέτη *ἀσυνεχειῶν* (discontinuities), *ἀνωμαλιῶν* (singularities), *αἰφνίδιων ποιοτικῶν ἀλλαγῶν* (bifurcations). Ἐπίσης ἀναφέρει ὅτι οἱ πηγὲς τῆς Θεωρίας τῶν Καταστροφῶν, τὴν ὁποία ἐθεμελίωσε ὁ René Thom, εὑρίσκονται στὴ *Θεωρία Ἀνωμαλιῶν* τοῦ ἐπιφανοῦς Ἀμερικανοῦ μαθηματικοῦ **Hassler Whitney**[14], ὡς καὶ στὴ Θεωρία τῶν *Δυναμικῶν Διακλαδώσεων* τῶν H. Poincaré καὶ A.A. Andronov. Σημειωθήτω μάλιστα ὅτι ἡ *Θεωρία τῶν Καταστροφῶν* θεωρήθηκε ἀπὸ κάποιους ἐρευνητὲς ὅτι εἶναι μέρος τῆς *Θεωρίας Ἀνωμαλιῶν*, ἐνῶ ἀπὸ ἄλλους ὅτι περιλαμβάνει τὴν τελευταία αὐτὴ Θεωρία.

Ἀξίζει ἐν προκειμένῳ νὰ τονισθεῖ ὅτι τὸ ἐνδιαφέρον τῶν σύγχρονων ἐρευνητῶν ἐστιάζεται τελευταῖα στὴν ἐπέκταση τῆς Θεωρίας τῶν Καταστροφῶν στὰ *Δυναμικὰ* συστήματα, τὰ ὁποῖα τόσον πρό, ὅσο καὶ μετὰ τὴν *κρίσιμη κατάσταση*, ὑπόκεινται σὲ *ταλαντώσεις* συνδεόμενες μὲ *ἀδρανειακὲς* δυνάμεις. Ἐξ ἄλλου, ἡ ἐφαρμογὴ τῆς *Θεωρίας τῶν Καταστροφῶν* τοῦ R. Thom σὲ *Στατικὰ* συστήματα προϋποθέτει –ὅπως προαναφέρθηκε– τὴν ὕπαρξη συναρτήσεως *Δυναμικοῦ*. Ἔτσι, εἶναι εὔλογο νὰ ἐξετάσει κανεὶς τὴν *ἐπέκταση* τῆς Θεωρίας αὐτῆς στὴν ἁπλῆ περίπτωση *αὐτόνομων Δυναμικῶν* (autonomous potential) *συστημάτων*, τὰ ὁποῖα ἀπορρέουν ἀπὸ συνάρτηση *Δυναμικοῦ*. Τὰ ἁπλούστερα δὲ συστήματα τῆς κατηγορίας αὐτῆς, τὰ ὁποῖα συνδέονται μὲ τὶς *Ἑπτὰ Στοιχειώδεις Καταστροφές*, εἶναι τὰ *χωρὶς ἀδράνεια* Δυναμικὰ συστήματα (inertialess or gradient systems). Ὡστόσο, ἡ *Θεωρία τῶν Καταστροφῶν* ἄρχισε πρόσφατα νὰ ἐφαρμόζεται καὶ σὲ Δυναμικὰ *Χαμιλτόνια συστήματα*[15] ὡς πρὸς τὰ ὁποῖα ἀρχικὰ ὑπῆρξαν ἀντιρρήσεις. Ἀξίζει νὰ ἐπισημανθεῖ ὅτι οἱ διακεκριμένοι μαθηματικοὶ **M. Golubitsky** καὶ **D. Schaeffer**[16], γνωστοὶ ἀπὸ τὴν ἔξοχη ἐργασία τους γιὰ τὴν *Δομικὴ Εὐστάθεια* τῶν διαφόρων τύπων *σημείων διακλάδωσης*, παρακάμπτοντας τὴν ἀνάγκη νὰ κάνουν χρήση τῆς ἰδιότητος τῆς *Συντηρητικότητας* ἑνὸς συστήματος (ποὺ συνδέεται μὲ τὴν ὕπαρξη Δυναμικοῦ), παρουσίασαν μία πλέον ἐκλεπτυσμένη *διακλαδικὴ* ἀνάλυση μὲ βάση τὴ *μορφὴ τῶν δρόμων ἰσορροπίας*. Αὐτὴ παρέχει τὴν δυνατότητα ἐπέκτασης τῆς ἐφαρμογῆς τῆς Θεωρίας τῶν Καταστροφῶν σὲ *Μὴ Συντηρητικὰ* συστήματα. Συναφὴς εἶναι ἡ ἀξιόλογη ἐργασία τῶν διακε-

---

13. V.I. Arnold: «Catastrophe Theory», Springer-Verlag, New York, 1992.

14. H. Whitney: «On Singularities of Mappings of Euclidean Spaces. I. Mappings of the Plane into Plane», Ann. Math., 62, 374-410, 1955.

15. A.N. Kounadis: «Dynamic Buckling of Autonomous Systems Having Potential Energy Universal Unfoldings of Cuspoid Catastrophe», Nonl. Dynamics, 18, 235-252, 1999.

16. M. Golubitsky and D. Schaeffer: «A Theory for Imperfect Bifurcations via Singularity Theory», Pure Appl. Math., 32(21), 1979.

κριμένων ἐρευνητῶν **P. Holmes** καὶ **J.E. Marsden**[17], ἡ ὁποία ἀναφέρεται σὲ *Δυναμικὲς διακλαδώσεις Μὴ Συντηρητικῶν συστημάτων καὶ Χαοτικῶν κινήσεων λόγω παράξενων ἑλκτῶν*.

Ἐφαρμογὲς τῆς Θεωρίας τῶν Καταστροφῶν

Τὸ προαναφερθὲν βιβλίο τοῦ René Thom, παράλληλα μὲ τὸ τεράστιο ἐνδιαφέρον ποὺ προκάλεσε στὴ διεθνῆ ἐπιστημονικὴ κοινότητα, ἐδημιούργησε συγχρόνως *σύγχυση* ἀλλὰ καὶ *ἀμφισβητήσεις* κυρίως ὡς πρὸς τὴν ἐφαρμογὴ τῆς *Θεωρίας τῶν Καταστροφῶν* στὴ **Βιολογία**, ἰδιαίτερα μὲ τὴν ἐπιχειρηθεῖσα μεταφορὰ τῆς ἔννοιας τῆς *δομικῆς εὐστάθειας* στὰ ἔμβια ὄντα. Παρὰ ταῦτα, σ' ὅ,τι ἀφορᾶ τὴν περιοχὴ τῆς *ἐμβρυακῆς μορφογένεσης*, ποὺ εἶναι κεντρικὸ θέμα τοῦ βιβλίου αὐτοῦ, οἱ προτάσεις τοῦ R. Thom θεωροῦνται ἀπὸ ὁρισμένους βιολόγους πλέον ἐνδιαφέρουσες ἀπὸ τὴ σημαντικὴ ἐργασία τοῦ **D'Arcy Thompson**[18], τὴν ὁποία παρουσίασε τὸ 1917 μὲ τὸ κλασσικὸ σύγγραμμά του «*Ἐπὶ τῆς Ἀνάπτυξης καὶ Μορφῆς*». Τὸ 1939 ὁ διάσημος βιολόγος καὶ καθηγητὴς τῆς Γενετικῆς τῶν ζώων στὸ Πανεπιστήμιο τοῦ Ἐδιμβούργου **C.H. Waddington**[19] εἶχε ἐπισημάνει σὲ ἐργασία του τὴν ἀνάγκη χρησιμοποίησης τῆς *Τοπολογίας* στὴ Βιολογία. Τὶς ἐργασίες τῶν **D'Arcy Thompson** καὶ **C.H. Waddington,** καθὼς καὶ ἐκεῖνες τῶν φυσιολόγων **K. Goldstein**[20] τὸ 1934 καὶ **J. von Uexküll**[21] τὸ 1940 θεωρεῖ ὁ R. Thom ὡς *πρόδρομες συμβολὲς* στὸ ἔργο του, καθ' ὃ μέρος ἀφοροῦν στὴ *Βιολογία*. Ἐνδιαφέροντα σχετικὰ μὲ τὴν *μορφογένεση* εἶναι τὰ Σχ. 8α, β, γ, δ, εἰλημμένα ἀπὸ τὸ βιβλίο τοῦ D'Arcy Thompson. Χαρακτηριστικὸ εἶναι ὅτι ἀπὸ τὸ (α) εἶδος ἰχθύος μέσω *διαφορομορφισμοῦ* (diffeomorphism) –δηλαδὴ μονοσήμαντου συνεχοῦς διαφορίσιμου μετασχηματισμοῦ– προκύπτουν τὰ εἴδη ἰχθύων (β), (γ) καὶ (δ), τοπολογικῶς *ἰσοδύναμα* ἀλλὰ γεωμετρικῶς διάφορα.

Στὸν πρόλογο τῆς ἀγγλικῆς ἔκδοσης τοῦ πάρα πάνω ἀναφερθέντος βιβλίου ὁ προ-

---

17. P. Holmes and J.E. Marsden: «Qualitative Techniques for Bifurcation Analysis of Complex Systems». Annals, New York Academy of Sciences, 316, 608, 1979

18. D'Arcy W. Thompson: «On Growth and Form», Cambridge University Press, 1917; 2nd ed. 1942; abridged edition, 1961.

19. Βλ. C.H. Waddington: «Principles of Embryology», Allen and Unwin, 1956.

20. K. Goldstein: «Der Aufbau des Organismus: Einführung in die Biologie unter besonderen Berücksichtigung der Erfahrungen am kranken Menschen», Nijhoff, 1934. Ἀγγλικὴ μετάφραση: The Organism: a Holistic Approach to Biology Derived from Pathological Data in Man, Beacon Press, 1963.

21. J. von Uexküll: «Bedeutungslehre», J.A. Barth, 1940. French translation: Mondes animaux et monde humain, Gonthier, 1965.

μνησθεὶς βιολόγος **C.H. Waddington**, ἐπιχειρώντας μιὰ ἐκτίμηση τῆς συμβολῆς τοῦ D'Arcy Thompson ἐν σχέσει μὲ ἐκείνη τοῦ R. Thom, ἀναφέρει ὅτι ἡ συμβολὴ τοῦ πρώτου συνίσταται στὴν ἐφαρμογὴ γνωστῶν τύπων τῆς μαθηματικῆς σκέψης, οἱ ὁποῖοι δὲν εἶχαν ἐφαρμοσθεῖ προηγουμένως, ἐνῶ ὁ R. Thom ἐπινόησε ὄχι μόνο τὶς ἐφαρμογὲς (τῆς Θεωρίας τῶν Καταστροφῶν) ἀλλὰ καὶ τὰ ἀντίστοιχα *Μαθηματικά*. Στὸν πρόλογο αὐτὸ ὁ C.H. Waddington γράφει, μεταξὺ ἄλλων, καὶ τὰ ἑξῆς: Ἂν καὶ ὁ René Thom συχνὰ ἐπέμενε γιὰ τὴ σημασία ποὺ ἔχουν οἱ θεωρίες του γιὰ τοὺς βιολόγους, ἐν τούτοις, ἡ ἐργασία του δὲν εἶναι κατὰ ἄμεσο τρόπο τμῆμα τῆς *Βιολογίας* ἀλλὰ τμῆμα τῶν *Μαθηματικῶν* –καὶ μάλιστα δυσχερῶν μαθηματικῶν. Συγχρόνως ἡ θεωρία αὐτὴ εἶναι ἕνας κλάδος τῶν Μαθηματικῶν ποὺ ἀναπτύχθηκε ἔχοντας ἐν ὄψει ἕνα θέμα, τὸ ὁποῖο συνιστᾶ μιὰ ὁρισμένη ὀπτικὴ τῆς πραγματικότητας. Προκειμένου δὲ νὰ διαπραγματευθεῖ ἕνα τέτοιο θέμα ὁ R. Thom, ὁ μεγάλος αὐτὸς μαθηματικός, μποροῦσε ἀκόμη καὶ νὰ θυσιάσει ἕως κάποιο βαθμὸ τὴν μαθηματικὴ αὐστηρότητα. Ἔτσι, ἐπιχειρώντας τὴν *ὑπέρβαση* ἀπὸ τὸ πεδίο τῶν Μαθηματικῶν διατυπώνει μεταξὺ ἄλλων τὶς ἀκόλουθες σκέψεις: «*Ἀντιλαμβανόμεθα γύρω μας ὄντα, ἀντικείμενα, πράγματα, στὰ ὁποῖα δίνουμε ὀνόματα· αὐτὰ καταλαμβάνουν κάποιο μέρος τοῦ χώρου καὶ διαρκοῦν γιὰ κάποια περίοδο τοῦ χρόνου. Συνεχίζοντας τονίζει ὅτι ὅλα αὐτὰ ἔχουν* **σύνορα**, *τὰ ὁποῖα τὰ χωρίζουν καὶ τὰ διαφοροποιοῦν ἀπὸ τὸν ὑπόλοιπο περιβάλλοντα χῶρο*». Ἕνα σύνορο, ὅμως, στὸν εὐρύτερο χῶρο ποὺ περιλαμβάνει ὄντα, *ἀντικείμενα, πράγματα* ἀποτελεῖ μία **ἀσυνέχεια**. Τὰ Μαθηματικά, ὡστόσο, ποὺ χρησιμοποιοῦνται στὰ περισσότερα ἐπιστημονικὰ πεδία, βασίζονται στὸν *Διαφορικὸ Λογισμό*, ὁ ὁποῖος προϋποθέτει τὴν ὕπαρξη **συνέχειας**, τὴν *εὐρύτερη ἔννοια* τῆς ὁποίας στὴν ἱστορία τῆς εὐρωπαϊκῆς διανόησης ὅρισε πρῶτος ὁ **Ἀριστοτέλης**[22]. Αὐτὸ ἀκριβῶς τὸ κενὸ ἐπιχειρεῖ ὁ R. Thom νὰ καλύψει. Νὰ τὸ καλύψει ὡς *μαθηματικὸς* καὶ ὄχι ὡς *πειραματιστής*, τοῦ ὁποίου ἡ φαντασία καὶ διαίσθηση –ὅπως χαρακτηριστικὰ ἀναφέρει– συνδέονται μὲ τὸν πραγματικό, τὸν τετραδιάστατο κόσμο ὅλων ὅσων ὑπόκεινται σὲ *παρατήρηση*. Ἔτσι, στὴν ἀρχὴ τοῦ προγράμματος τῆς ἐργασίας του ὁ R. Thom διευκρινίζει καὶ τονίζει: «*Προσπαθοῦμε, ὡς ἐκ τούτου, στὸ περιγραφὲν ἐδῶ πρόγραμμα νὰ ἐλευθερώσουμε τὴν διαίσθησή μας ἀπὸ τὴν τρισδιάστατη ἐμπειρία καὶ νὰ χρησιμοποιήσουμε πιὸ γενικές, πλουσιότερες καὶ δυναμικότερες ἔννοιες, οἱ ὁποῖες πράγματι θὰ εἶναι ἀνεξάρτητες ἀπὸ τοὺς μαθηματικοὺς χώρους περιγραφῆς τους*». Σκέψεις σύμφωνες μὲ ἐκεῖνες τοῦ **Ἀϊνστάιν**, ποὺ ὑποστήριζε ὅτι «*ἡ φαντασία εἶναι πιὸ σπουδαία ἀπὸ τὴν γνώση*». Θὰ πρέπει ἀκόμη

22. Ἀριστοτέλη Φυσικά (Ζ1-6). Ἡ ἰδέα τῆς συνέχειας ἀπαντᾶται πρὶν ἀπὸ τὸν Ἀριστοτέλη στὴν Ὀδύσσεια (α233) καὶ στὸν Πίνδαρο ὡς γενεαλογικὴ συνέχεια, ἐνῶ μετὰ ἀπὸ αὐτὸν στὸν Εὐκλείδη ὡς γεωμετρικὴ συνέχεια.

νὰ διευκρινισθεῖ ὅτι ὁ ὅρος **μορφογένεση**, ποὺ χρησιμοποιοῦν οἱ **βιολόγοι**, ἀναφέρεται στὸ *σχηματισμὸ τῆς ἀνάπτυξης τῶν ἱστῶν σὲ ἀναγνωρίσιμες* μορφές, ὅπως ἐκεῖνες συγκεκριμένων *ὀστῶν, μυῶν καὶ* τῶν παρομοίων. Ὁ R. Thom, ἐν τούτοις, χρησιμοποιεῖ τὸν ὅρο «μορφογένεση» ὑπὸ πολὺ *εὐρύτερη ἔννοια*, περιλαμβάνοντας σ' αὐτὸν καὶ τὸ φαινόμενο τῆς **ἀσυνέχειας** στὴν συμπεριφορὰ ἑνὸς συστήματος, τὴν ὁποία ἑρμηνεύει ὡς **μεταβολὴ** ἀπὸ τὴν προηγούμενη μορφή. Ὡς γνωστόν, ὁ μέγας φιλόσοφος τῆς ἀρχαιότητας **Ἡράκλειτος** (576-480 π.Χ.), ποὺ ἔγραψε «Περὶ Φύσεως», ὑπῆρξε ἐκ τῶν πρώτων φιλοσόφων, οἱ ὁποῖοι διεκήρυξαν τὴν *αἰώνια* **μεταβολὴ** τῶν ὄντων καὶ τὴν κατάσταση τοῦ *διαρκῶς* **γίγνεσθαι** αὐτῶν. Χαρακτηριστικὴ δὲ εἶναι ἡ σχετικὴ ὁμολογία τοῦ R. Thom ὅτι: «*ὅλες οἱ βασικὲς μέσω διαίσθησης συλληφθεῖσες ἰδέες γιὰ τὴ μορφογένεση μποροῦν νὰ βρεθοῦν στὸν Ἡράκλειτο. Ἐκεῖνο, ποὺ ἐγὼ ἔκανα, ἦταν νὰ τοῦ τὶς τοποθετήσω σ' ἕνα γεωμετρικὸ καὶ δυναμικὸ πλαίσιο, τὸ ὁποῖο κάποια μέρα θὰ τὶς καταστήσει ἐπιδεκτικὲς ποσοτικῆς ἀνάλυσης*». Κατὰ τὴν ἀριστοτελικὴ θεωρία τοῦ ***συνεχοῦς***, τὴν σημασία τῆς ὁποίας ἐξῆραν ὁ **Morits Cantor** ἀλλὰ καὶ σύγχρονοι διανοητές[23], ὅπως π.χ. ὁ ἴδιος ὁ R. Thom, τὸ *συνεχὲς* συνυπάρχει μὲ τὴν *μεταβολή*, καὶ συνεπῶς μὲ τὴν *κίνηση*, ἡ ὁποία μαζὶ μὲ τὸν *τόπο* καὶ τὸν *χρόνο* ἀποτελοῦν τὸ κατ' ἐξοχὴν πεδίο ἐφαρμογῆς τοῦ *συνεχοῦς*.

Ἀναμφισβήτητα ὁ R. Thom θεωρεῖ τὴν **Βιολογία** ὡς τὴν κατ' ἐξοχὴν πρόσφορη ἐπιστημονικὴ περιοχὴ γιὰ τὴν ἐφαρμογὴ τῶν *ἰδεῶν* του. Ἐν τούτοις τὰ γραφόμενά του, κατὰ τὸν C.H. Waddington, ἴσως νὰ μὴν πείθουν γιὰ τὴν ἀνάγκη νὰ ἰδωθοῦν οἱ θεωρίες του περισσότερο ὡς *ἀφηρημένες μαθηματικὲς διατυπώσεις* (statements) παρὰ ὡς ἄμεσες (straightforward) περιγραφὲς τῆς *γεωμετρίας στερεῶν σωμάτων*. Τὸ **βασικό** του **θεώρημα ταξινόμησης** ὅτι σ' ἕνα κόσμο *τεσσάρων διαστάσεων* ὑπάρχουν **μόνο** *ἑπτὰ τύποι Καταστροφῶν*, εἰσάγει πολλές, οὕτως εἰπεῖν, *προκλητικὲς* ἰδέες σ' ὅ,τι ἀφορᾶ τὶς γνωστὲς διαδικασίες τῆς *βαθμιαίας διαφοροποίησης* τοῦ **ἐμβρύου** κατὰ τὸ στάδιο ἀνάπτυξής του. Ὅπως παρατηρεῖ ὁ C.H. Waddington, εἶναι εὔκολο νὰ δεχθεῖ κανεὶς ὅτι ἡ *χημικὴ σύνθεση* τῶν διαφοροποιουμένων κυττάρων ἀπαιτεῖ γιὰ τὴν περιγραφή τους ἕνα *πολυδιάστατο συναρτησιακὸ χῶρο* καὶ ὅτι οἱ *αἰφνίδιες μεταβάσεις* (ἀπὸ ἕνα στάδιο ἀνάπτυξης σὲ ἄλλο), καὶ τὰ ἐπακριβῶς καθορισμένα σύνορα μεταξὺ δύο ἱστῶν εἶναι πράγματι παραδείγματα **Καταστροφῶν**. Παρὰ ταῦτα, πάντοτε κατὰ τὸν C.H. Waddington, τίθεται τὸ *ἐρώτημα* ὡς πρὸς τὸν τρόπο μετάβασης τοῦ R. Thom ἀπὸ τὸν *τετραδιάστατο χῶρο* τῆς *χημικῆς* σύνθεσης στὸν *τετραδιάστατο κόσμο* τοῦ *χρονικὰ ἐκτεινόμενου*, λόγω τῆς διαδικασίας ἀνάπτυξης, *βιολογικοῦ ὑλικοῦ*. Στὸ σημεῖο αὐτὸ ἔχουν κυρίως ἑστιασθεῖ πολλὲς

---

23. Ἀριστοτέλη: «Ἅπαντα», Εἰσαγωγὴ Τόμου 41 (Φυσικὴ Ἀκρόαση), Ἐκδόσεις Κάκτος, Ἀθήνα, 1997.

ἀπὸ τὶς *συζητήσεις* ἐπὶ τῶν ἰδιαιτεροτήτων τῶν *βιολογικῶν θεωρήσεων* καὶ *προτάσεων* τοῦ R. Thom.

Ἐκτὸς ἀπὸ τὴν **Βιολογία**, ὑπῆρξαν ἀμφισβητήσεις ὡς πρὸς τὴν ἐφαρμογὴ τῶν *ἰδεῶν* τοῦ R. Thom καὶ στὶς **Κοινωνικὲς Ἐπιστῆμες**, ὅπως ἐκείνη ποὺ ἔχει ὡς ἀντικείμενο τὴν *ὀργάνωση*, *ἐξέλιξη* καὶ *δυναμικὴ* τῶν *πληθυσμῶν* σὲ *οἰκολογικὰ συστήματα*. Τοῦτο δὲ εἶναι εὔλογο, διότι ἡ καθόλου συμπεριφορὰ τῶν ζώντων ὀργανισμῶν εἶναι κοινὸ ἀντικείμενο ἔρευνας τόσο τῆς *Βιολογίας*, ὅσο καὶ τῶν *Κοινωνικῶν Ἐπιστημῶν*. Π.χ. σ' ἕνα τέτοιο πληθυσμὸ τὸ *οἰκολογικὸ* σύστημα **σταθεροποιεῖται** ἀπὸ τὴν περιορισμένη διαθέσιμη *τροφή*, ὁ βαθμὸς κατανάλωσης τῆς ὁποίας θὰ πρέπει νὰ ληφθεῖ ὑπόψη στὸ *μαθηματικὸ οἰκολογικὸ πρότυπο*. Ἀξίζει ἐν προκειμένῳ νὰ μνημονευθοῦν οἱ *κλασσικὲς διαφορικὲς ἐξισώσεις* τῶν **Lotka-Voltera**[24, 25], οἱ ὁποῖες περιγράφουν μὲ ἕνα ἀξιοσημείωτα ἁπλὸ τρόπο τὴν *πληθυσμιακὴ δυναμικὴ* ἑνὸς οἰκοσυστήματος *σαρκοφάγων ζώων* (ἢ ἁρπακτικῶν πτηνῶν) καὶ τῆς *λείας* τους (prey-predator ecosystem). Μέσῳ τῶν ἐξισώσεων αὐτῶν μπορεῖ κανεὶς νὰ μελετήσει τὴν *ἀνάπτυξη*, *παρακμὴ* καὶ γενικότερα τὴν *ἐξέλιξη* ἀλληλεπιδρώντων βιολογικῶν εἰδῶν μὲ τὴν προσθήκη ἑνὸς τυχαίου *στοχαστικοῦ* στοιχείου προκειμένου νὰ περιληφθεῖ ἡ ἐπιρροὴ *συμβεβηκότος* αἰτίου. Ἔτσι π.χ. ἀποδεικνύεται ὅτι ἡ *δυναμικὴ ἐξέλιξη* ἑνὸς οἰκοσυστήματος *ἀλεπούδων-λαγῶν* περιγράφεται μαθηματικῶς ἀπὸ *κλειστὲς τροχιὲς ταλαντώσεων*, ὅπως ἀκριβῶς συμβαίνει μὲ τὶς *εὐσταθεῖς ταλαντώσεις* ἑνὸς ἁπλοῦ ἐκκρεμοῦς χωρὶς ἀπόσβεση. Ἐνδιαφέρουσες μελέτες[25] ἐφαρμογῆς τῆς *Θεωρίας τῶν Καταστροφῶν* σὲ διάφορα *οἰκοσυστήματα* σαρκοφάγων ζώων ἢ ἁρπακτικῶν πτηνῶν καὶ τῆς λείας τους ἔχουν γίνει ἀπὸ πολλοὺς ἐρευνητές. Πολὺ ἀξιόλογες ἔρευνες ἐπὶ τῆς (δυναμικῆς) συμπεριφορᾶς τῶν πληθυσμῶν ἐκτίθενται στὰ τελευταῖα κεφάλαια τοῦ βιβλίου[26] τῶν **G. Nikolis** καὶ **I. Prigogine**, ποὺ κυκλοφόρησε τὸ 1977. Ὁ τελευταῖος ἐρευνητής[27] ἔγινε εὐρύτατα γνωστὸς ἀπὸ τὴν ἀπονομὴ σ' αὐτὸν τὸ 1977 τοῦ βραβείου *Νομπὲλ* στὴν **Χημεία**

---

24. J.M.T. Thompson: «Instabilities and Catastrophes in Sciences and Engineering», John Wiley and Sons, New York, 1982.

25. W. Ebeling and M. Perschel (Eds): «Lotka-Voltera: Approach to Cooperation and Competition in Dynamic Systems», Math. Res 23, Academie-Verlag, Berlin, 1985.

26. G. Nikolis and I. Prigogine: «Self-Organization in Non-Equilibrium Systems. From Dissipative Structures to Order through Fluctuations», Wiley, New York, 1977.

27. Βέλγος χημικός, ὁ ὁποῖος γεννήθηκε στὴ Μόσχα τὸ 1917 ἀλλὰ ἐγκαταστάθηκε στὸ Βέλγιο ἀπὸ παιδικῆς ἡλικίας. Διετέλεσε Καθηγητὴς στὸ Ἐλεύθερο Πανεπιστήμιο τῶν Βρυξελλῶν (1947), Διευθυντὴς τοῦ Διεθνοῦς Ἰνστιτούτου Φυσικῆς καὶ Χημείας Σολβάϊ τοῦ Βελγίου (1962), Διευθυντὴς τοῦ Κέντρου Στατιστικῆς Μηχανικῆς καὶ Θερμοδυναμικῆς τοῦ Πανεπιστημίου τοῦ Τέξας στὸ Ὤστιν τῶν ΗΠΑ (1967). Εἶναι ἐπίσης μέλος πολλῶν Ἀκαδημιῶν.

γιὰ τὴν συμβολή του στὴν περιοχὴ τῶν *μὴ ἰσόρροπων καταστάσεων* τῆς **θερμοδυναμικῆς** ἀλλὰ καὶ τὴν *θεωρία* του περὶ **ἀτάκτων μοριακῶν δομῶν**. Ἔκτοτε, ἡ περιοχὴ μελέτης τῶν *οἰκοσυστημάτων* ἔχει ἰδιαίτερα ἐπικεντρώσει τὸ ἐνδιαφέρον πολλῶν ἐπιστημόνων. Οἱ ἐρευνητὲς **T. Poston** καὶ **I. Stewart**[28] παρουσίασαν μία πρωτότυπη μελέτη γιὰ τὴν «οἰκονομία» στὶς ἀποικίες *μελισσῶν*, μαζὶ μὲ ἄλλες ἐνδιαφέρουσες ἐφαρμογὲς τῆς Θεωρίας Καταστροφῶν, στὸ ἔξοχο καὶ εὐρύτατα γνωστὸ ἐπὶ τῆς θεωρίας αὐτῆς βιβλίο τους. Στὶς **Κοινωνικὲς Ἐπιστῆμες**, οἱ ὁποῖες ἔχουν ὡς ἀντικείμενο τὴν *ἀνθρώπινη συμπεριφορὰ* ἀνήκουν καὶ τὰ *Πολιτικὰ* καὶ *Οἰκονομικὰ* συστήματα, στὰ ὁποῖα, ὅμως, ἡ μόρφωση ἑνὸς *ἀξιόπιστου μαθηματικοῦ* προτύπου εἶναι δυσχερὴς –ὅπως ἐκτίθεται πάρα κάτω. Ὁ R. Thom στὸ βιβλίο του ἀναφέρεται κατὰ τρόπο συναρπαστικὸ καὶ στὴν **Ἀνθρώπινη Ἐπικοινωνία**, στὴν σχέση **Γλωσσολογίας** καὶ **Σημασιολογίας**, ὡς καὶ στὴν σχέση **Τοπολογίας** καὶ **Γλωσσολογίας** πεδία, ὅμως, στὰ ὁποῖα ἡ ἐφαρμογὴ τῆς Θεωρίας Καταστροφῶν ἀμφισβητήθηκε ἔντονα.

Ὁ διαπρεπὴς Βρεταννὸς μαθηματικὸς **Christopher Zeeman** γιὰ τὸν ἰδιόμορφο τρόπο γραφῆς τοῦ R. Thom ἀναφέρει μεταξὺ ἄλλων: «...*συχνὰ τὸν βρίσκω σκοτεινὸ καὶ δύσκολο, καὶ ἐνίοτε θὰ πρέπει νὰ συμπληρώσω μεταξὺ 2 δικῶν του γραμμῶν 99 δικές μου πρὶν πεισθῶ*...». Ἐπίσης, σχετικὰ μὲ τὸν τρόπο γραφῆς τοῦ R. Thom, ὁ σύγχρονος κορυφαῖος Ρῶσος μαθηματικὸς **Vladimir I. Arnold** ἀναφέρει (στὸ πάρα πάνω βιβλίο του): «*Καθιερώνει ἕνα τρόπο κατὰ τὸν ὁποῖο δὲν δίδονται οὔτε διαγραμματικῶς οἱ τύποι ἐξαγωγῆς τῶν ἀποτελεσμάτων του, πολὺ δὲ περισσότερο δὲν ἀποδεικνύει αὐτούς*».

Πάντως, ἀνεξαρτήτως τῶν πάρα πάνω, τὸ βιβλίο τοῦ R. Thom ἀποτελεῖ μία σημαντικὴ συμβολὴ στὴ *Φιλοσοφία τῆς Ἐπιστήμης* καὶ εἰδικότερα στὴ *Γενικὴ Θεωρητικὴ Βιολογία*. Θεωρεῖται δὲ τοῦτο ἀπὸ κορυφαίους εἰδικοὺς ὡς μία ἀπὸ τὶς σημαντικότερες *πρωτότυπες συμβολὲς* στὴν **μεθοδολογία** τῆς **σκέψης** ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τῶν πρώτων ἀναστατώσεων, ποὺ προκάλεσαν οἱ θεωρίες τῶν *Κβάντα* καὶ τῆς *Σχετικότητας*.

Ἡ Θεωρία τῶν Καταστροφῶν μετὰ τὸν R. Thom

Τὶς *ἰδέες* τοῦ R. Thom συμπληρώνει μὲ μία ἐξόχως ἐνδιαφέρουσα ἔκδοση, στὴν ὁποία ἐνσωματώνει τὶς μέχρι τὸ 1977 σχετικὲς ἔρευνές του, ὁ προαναφερθεὶς ἐπιφανὴς μαθηματικὸς **Christopher Zeeman**[29], ὁ ὁποῖος ἔγινε εὐρύτερα γνωστὸς καὶ ἀπὸ τὴν δικῆς του

28. Tim Poston and Ian Stewart: «Catastrophe Theory and Its Applications», Dover Publications, Inc., New York, 1978.

29. E.C. Zeeman: «Catastrophe Theory: Selected papers, 1972-1977», Addison Wesley, London, 1977.

ἐπινόησης **Μηχανὴ Καταστροφῶν** (Catastrophe Machine), ποὺ φέρει τὸ ὄνομά του. Ἡ συνεισφορά του στὴν γνωστικὴ αὐτὴ περιοχή, κυρίως ὡς πρὸς τὸν *ποσοτικὸ* χαρακτῆρα της καὶ τὴν *διεύρυνση* τοῦ πεδίου ἐφαρμογῆς της, ὑπῆρξε τόσο σημαντική, ὥστε ἔκτοτε νὰ γίνεται ἀπὸ πολλοὺς ἐρευνητὲς ἀναφορὰ στὴν *Θεωρία τῶν Καταστροφῶν* τῶν Thom καὶ Zeeman. Ἡ συμβολὴ τοῦ τελευταίου, σ' ὅ,τι ἀφορᾶ τὴν ἐφαρμογὴ τῆς θεωρίας αὐτῆς ἐξικνεῖται καὶ σὲ ἐπιστημονικὲς περιοχὲς γιὰ τὶς ὁποῖες ὑπῆρξαν ἀμφισβητήσεις καὶ εἰδικότερα στὴν *Βιολογία* καὶ στὶς *Κοινωνικὲς Ἐπιστῆμες*. Ἡ σχετικὴ μὲ τὴν *διαδικασία διαφοροποίησης* τῶν κυττάρων ἀνάλυση, τὴν ὁποία παρουσίασε ὁ E.C. Zeeman χρησιμοποιεῖ πρότυπα *μορφογένεσης* πλέον βελτιωμένα ἐν σχέσει μὲ ἐκεῖνα τοῦ R. Thom. Ἔτσι, μὲ βάση ἕνα ἁπλοποιημένο *βιολογικὸ πρότυπο* θεωρεῖ τὴν διαδικασία *διαφοροποίησης*, ταυτόσημων οὐσιαστικῶς, κυττάρων π.χ. σὲ *ὀστᾶ* καὶ *μύες*, κατὰ τὴν διάρκεια ἀνάπτυξης ἑνὸς ἐμβρύου. Κάνοντας ὁρισμένες παραδοχὲς καὶ ὑποθέτοντας ὅτι ἡ *βιοχημεία* ἑνὸς κυττάρου μπορεῖ νὰ ἐξομοιωθεῖ μὲ ἕνα *αὐτόνομο χωρὶς ἀδράνεια Δυναμικὸ σύστημα* (inertialess or gradient system) *μιᾶς μεταβλητῆς*, ὁ E.C. Zeeman διατύπωσε τὴν μαθηματικὴ παράσταση τῆς *ἐξελικτικῆς* διαδικασίας διαφοροποίησης τῶν κυττάρων, ποὺ εἶναι ἀποτέλεσμα *φυσικοχημικῶν* ἀντιδράσεων. Ἡ μεταβλητὴ αὐτή, ἔστω Q, παριστᾶ ἕνα *συνεχὲς μέτρο* τοῦ *βαθμοῦ διαφοροποίησης* τῶν κυττάρων, τὰ ὁποῖα θεωρεῖ κατανεμημένα κατὰ μῆκος ἑνὸς ἄξονα x. Ἀρχικά, ἡ ἐξηρτημένη αὐτὴ μεταβλητὴ Q μεταβάλλεται *συνεχῶς* συναρτήσει τοῦ x ἀπὸ τὴν κατάσταση τῶν κυττάρων Μ (κατὰ τὴν ὁποία δὲν ἔχουν σ' αὐτὰ σχηματισθεῖ *μύες*) στὴν κατάσταση τῶν κυττάρων Ο (κατὰ τὴν ὁποία δὲν ἔχουν σχηματισθεῖ *ὀστᾶ*), στὸ τέλος, ὅμως, τοῦ χρονικοῦ διαστήματος κατὰ τὸ ὁποῖο ἔχει συντελεσθεῖ *πλήρης διαφοροποίηση* ὑπάρχει μιὰ ἀσυνέχεια στὴ μεταβλητὴ Q μεταξὺ τῆς καταστάσεως τῶν μυῶν Μ καὶ τῆς καταστάσεως τῶν ὀστῶν Ο. Μεταξὺ τῶν δύο αὐτῶν καταστάσεων, ὁ E.C. Zeeman σχεδιάζει στὸ διάγραμμά του, τὸ ὁποῖο ἀπεικονίζει τὴν σχέση Q καὶ x, μία **Καταστροφὴ** τύπου *Αἰχμῆς*, τὴν ὁποία ὁρίσαμε πάρα πάνω. Τὶς *μαθηματικοποιημένες* αὐτὲς ἰδέες του ὁ E.C. Zeeman ἐφήρμοσε λεπτομερῶς στὴν μελέτη τῆς *ἐμβρυακῆς ἀνάπτυξης* τῶν *βατράχων* καὶ τοῦ πλήρους *σταδίου ἀνάπτυξης τοῦ γλοιώδους μορφῆς μύκητος* (μούχλας). Τὴν Θεωρία τῶν Καταστροφῶν ὁ E.C. Zeeman –ἐκτὸς τῆς *Βιολογίας*– ἐφήρμοσε καὶ γιὰ τὴ μελέτη, μεταξὺ ἄλλων, τῶν *καρδιακῶν παλμῶν* καὶ τῆς *ψυχολογίας* τῶν ζώων, περιγράφοντας μάλιστα μὲ μία καταστροφή, ἐπίσης τύπου *Αἰχμῆς*, τὶς ἀντίθετες πορεῖες στὶς ψυχολογικὲς καταστάσεις τῆς *ἐπιθετικότητας* καὶ τοῦ *φόβου* στὰ ζῶα.

Ἡ ἔρευνα στὸ εὐρὺ καὶ ἀναπτυσσόμενο πεδίο τῆς *βιολογικῆς μορφογένεσης* ἑστίασε ἔκτοτε ἰδιαίτερα τὸ ἐνδιαφέρον πολλῶν διακεκριμένων ἐρευνητῶν. Μιὰ συνεχὴς καὶ βαθειὰ μελέτη, ἡ ὁποία στηρίχθηκε προεχόντως στὴ **βιοχημεία**, ὀφείλεται στὴν ἐρευνητικὴ ὁμάδα τῶν Βρυξελλῶν τῶν **I. Prigogine** καὶ **G. Nikolis,** ὡς καὶ τῶν μετέπειτα συνεργατῶν τους. Ἀξίζει νὰ μνημονευθεῖ ἡ ἔξοχη ἐργασία τῶν **Erneux** καὶ **Hiernaux**[30], δημοσιευθεῖσα τὸ 1980, στὴν ὁποία τονίζεται μεταξὺ ἄλλων: «*Ἡ διαμόρφωση σχημάτων στὰ κύτταρα εἶναι μία πολύπλοκη διαδικασία διὰ τῆς ὁποίας αὐτὰ ἀποκτοῦν διάφορες καταστάσεις μοριακῆς διαφοροποίησης. Ἡ διαμόρφωση αὐτῶν τῶν διαφοροποιημένων σχημάτων συνδέεται μὲ τὴν ὕπαρξη ἀνομοιογενοῦς κατανομῆς χημικῶν οὐσιῶν (chemicals), ποὺ καλοῦνται μορφογονίδια (morphogens)*...». Ἐν συνεχείᾳ ἀπέδειξαν τὴν εἰδικὴ σχέση **δευτερευουσῶν διακλαδώσεων** (δηλαδὴ ἀσταθειῶν) μὲ τὴν *θερμοδυναμικὴ* τῶν διαδικασιῶν αὐτῶν. Οἱ ἴδιοι ἐρευνητὲς ἀπὸ κοινοῦ μὲ τὸν G. Nikolis παρουσίασαν μιὰ *διακλαδικὴ* καὶ *ἀριθμητικὴ ἀνάλυση*[31] τῆς κλασσικῆς Θεωρίας Μορφογένεσης τοῦ Türing.

Τὴν δεκαετία τοῦ '70 ἐμφανίζονται ἐνδιαφέρουσες ἐφαρμογὲς τῆς Θεωρίας τῶν Καταστροφῶν στὸ *κεντρικὸ νευρικὸ σύστημα* καὶ ἰδιαίτερα στὸ *νευρικὸ σύστημα τοῦ ἐγκεφάλου*, γιὰ τὴν ἐξομοίωση τῆς δραστηριότητας τοῦ ὁποίου καίριας σημασίας εἶναι ἡ κατασκευὴ ἑνὸς *ἀξιόπιστου μαθηματικοῦ προτύπου* τοῦ ἀνθρώπινου ἐγκεφάλου. Μία πρωτοποριακὴ ἐργασία στὴν περιοχὴ αὐτὴ παρουσιάσθηκε ἀπὸ τοὺς **H. R. Wilson** καὶ **J.D. Cowan**[32], οἱ ὁποῖοι ἔγιναν γνωστοὶ γιὰ τὸ μαθηματικὸ πρότυπο ποὺ ἐπρότειναν πρὸς ἐξομοίωση τῆς δραστηριότητας τοῦ ἐγκεφάλου. Τὸ *πρότυπο αὐτὸ* θεώρησαν ὅτι εἶναι συνάρτηση *δύο μεταβλητῶν* συναρτήσεων ὡς πρὸς τὸν χρόνο, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μία συνδέεται μὲ *νευρικὰ διεγερτικὰ κύτταρα* (excitatory cells) καὶ ἡ ἄλλη μὲ *νευρικὰ ἀνασταλτικὰ κύτταρα* (inhibitory cells). Οἱ ἐρευνητὲς αὐτοὶ ἔδειξαν ὅτι τὸ πρότυπο αὐτὸ μπορεῖ νὰ ἐκδηλώσει *ἀποσβεννυμένη ταλάντωση* λόγω *ὠστικῆς ἐξωτερικῆς διέγερσης*, ὅπως θὰ ἀνέμενε κανεὶς ἀπὸ μιὰ ἱκανοποιητικὴ ἐξομοίωση τῆς συμπεριφορᾶς τοῦ *ἀνθρώπινου ἐγκεφάλου*. Περαιτέρω, τὸ πρότυπο αὐτὸ μπορεῖ νὰ ἐκδηλώσει *εὐσταθεῖς ὁριακοὺς κύκλους*, οἱ ὁποῖοι συνδεόμενοι μὲ ἕνα *ρεαλιστικὸ νευρωνικὸ πρότυπο* προσφέρουν μία φυσιολογικὴ βάση γιὰ τὴ μελέτη τῶν ρυθμῶν ἠλεκτροεγκεφαλογραφημάτων, ὅπως π.χ. τῶν *ρυθμῶν ἄλφα*. Ἡ ἐμφάνιση καταστροφῆς τύπου *Αἰχμῆς* διερευνήθηκε διεξοδικὰ καὶ ἀπὸ τὸν ἐρευνητὴ **S. Amari**[33] μέσῳ ἐπίσης μαθηματικῆς προσέγγισης τοῦ *νευρικοῦ συστήματος*. Ἔκτοτε, ἡ σχετικὴ ἔρευνα γιὰ τὴν ἐξομοίωση τῆς δραστηριότητας νευρωνικῶν δικτύων καὶ ἰδιαίτερα

---

30. T. Erneux and J. Hiernaux: «Transition from Polar to Duplicate Patterns», J. Math. Biology, 9, 193, 1980.

31. T. Erneux, J. Hiernaux and G. Nikolis: «Türing's Theory of Morphogenesis», Bull. Math. Biology, 40, 771, 1978.

32. H. R. Wilson and J.D. Cowan: «Excitatory and Inhibitory interactions in localized populations of model neurous», Biophysical J., 12, 1, 1972.

33. S. Amari: «A Mathematical Approach to Neural Systems», in Systems Neuroscience (Ed.J. Metzler), Academic Press, 1977.

ἐκείνων τοῦ ἐγκεφάλου συνεχίζεται μὲ ἐντατικὸ ρυθμό. Μία ἀξιόλογη συμβολὴ στὴν περιοχὴ αὐτὴ ὀφείλεται στὸν **Chr. Zeeman**[34], ὁ ὁποῖος ἐπρότεινε τὴν ἐφαρμογὴ τῆς γνωστῆς *διαφορικῆς ἐξίσωσης* τοῦ **Duffing** γιὰ τὴν ἐξομοίωση τῆς λειτουργίας τοῦ ἐγκεφάλου, θεωρώντας ὅτι αὐτὸς συνίσταται ἀπὸ πλῆθος συνεζευγμένων *μὴ γραμμικῶν ταλαντωτῶν*. Ἀπότομες δὲ ἀλλαγὲς στὴν συμπεριφορά του ἑρμηνεύονται ὡς ὀφειλόμενες σὲ καταστροφικὰ ἅλματα στὸ εὖρος καὶ στὴ φάση τῶν μὴ γραμμικῶν ταλαντώσεων. Γιὰ τὴ δραστηριότητα τοῦ ἐγκεφάλου διερευνᾶται τελευταῖα ὁ ρόλος τῶν *νευρώνων*, τῶν μικροσκοπικῶν, δηλαδή, ἀπὸ *πρωτεΐνες κυλίνδρων* στὸ ἐσωτερικὸ τῶν *νευρικῶν κυττάρων*, οἱ ὁποῖοι ἐνεργοῦν ὡς βιολογικοὶ *ἀγωγοὶ* φυσικοχημικῶν λειτουργιῶν μεταξὺ τῶν κυττάρων. Ἀπὸ αὐτὴ τὴν ἔρευνα πιστεύεται ὅτι θὰ ἀντληθεῖ πολύτιμη πληροφόρηση γιὰ τὸν τρόπο, κατὰ τὸν ὁποῖο ὁ *ἐγκέφαλος* ἀντιδρᾶ στὰ ἐξωτερικὰ ἐρεθίσματα, γιὰ τὸν τρόπο ποὺ οἱ *μνῆμες ἀποτυπώνονται στὰ χημικὰ συστατικὰ* τοῦ ἐγκεφάλου, ἀλλὰ καὶ γιὰ τὸν τρόπο *ἐξασθένισης* τῆς μνήμης, ὅπως π.χ. στὴν περίπτωση τῆς νόσου Alzheimer. Τὸ 1989 ὁ κορυφαῖος Βρεταννὸς ἐρευνητὴς **Roger Penrose**[35] εἶχε προτείνει τὴν θεωρία τῶν *Κβάντα* ὡς *βάση* γιὰ τὴν κατανόηση τῆς «*φυσικῆς τοῦ νοῦ*»· τοῦ νοῦ, ποὺ ἔχει χαρακτηρισθεῖ ὡς τὸ πολυπλοκότερο σύστημα –κατὰ ἕνα βαθμὸ τουλάχιστο πιὸ πολύπλοκο ἀπὸ ὁποιοδήποτε ἄλλο σύστημα μπορεῖ κανεὶς νὰ φαντασθεῖ στὸ σύμπαν. Ἕξι χρόνια ἀργότερα ὁ διακεκριμένος συνάδελφος κ. **Δ. Νανόπουλος**[36] καὶ συνεργάτες του παρουσίασαν ἔρευνες σύμφωνα μὲ τὶς ὁποῖες οἱ ἐξισώσεις τῆς *Κβαντομηχανικῆς* καὶ τῆς *Θεωρίας* τῶν *Χορδῶν*[37] «*φαίνονται νὰ μποροῦν νὰ περιγράφουν ἐξ ἴσου καλὰ γιὰ τὸ τί συμβαίνει μὲ τοὺς νευρῶνες*» μὲ τὴν διευκρίνιση, πάντως, ὅτι οἱ ἰδέες αὐτὲς –ὅπως οἱ ἴδιοι τονίζουν– σὲ καμμιὰ περίπτωση δὲν ὑποκαθιστοῦν τὸ ἔργο τῶν Βιολόγων. Ἐνδιαφέρουσες εἶναι οἱ τελευταῖες ἔρευνες[38, 39] γιὰ τὶς σχετιζόμενες μὲ τὴν *διανοητικὴ δραστηριότητα μεταβολὲς* κατὰ τὴν μὴ

---

34. E.C. Zeeman: «The Duffin's Equation in Brain Modelling», Bull. Inst. Math. & Appl., 12, 207-214, 1976.

35. R. Penrose: «The Emperor's New Mind», Oxford Univ. Press, chapters 9 & 10, 1989.

36. D. Nanopoulos: «Nanopoulos talk to tie brain function to universal laws», Seminars in Woodlands, Texas, Febr. 1995.

37. N. Mavromatos and D. Nanopoulos: «A Noncritical String (Liouville) Approach to Brain Microtubules-Stake-Vector Reduction, Memory Coding and Capacity», Int. J. Mod. Phys. B, 11(7), 851-917, 1997.

38. C.J. Stam, T.C.A.M. Vanwoerkom, and W.S. Pritchard: «Use of Nonlinear EEG Measures to Characterize EEG Changes During Mental Activity», Electroencephalography and Clinical Neurophysiology, 99(3), 214-224, 1996.

39. L.I. Aftanas, N.V. Lotova, V.I. Koshkarov, S.A. Popov: «Nonlinear Dynamic Coupling Between Different Brain Areas During Evoked Emotions-An EEG Investigation», Biological Psychology, 48(2), 121-138, 1998.

γραμμική δυναμική *ἀλληλεπίδραση* μεταξὺ διαφόρων περιοχῶν τοῦ ἐγκεφάλου. Χαρακτηριστικὴ εἶναι ἡ αὔξηση τοῦ ἀριθμοῦ τῶν νέων ἐρευνητικῶν περιοδικῶν ποὺ δημοσιεύουν ἐργασίες γιὰ *μαθηματικὰ πρότυπα* ἐξομοίωσης τῆς λειτουργίας διαφόρων ὀργάνων.

Ἡ Θεωρία τῶν Καταστροφῶν στὸν ἀνόργανο κόσμο καὶ στὶς τεχνικὲς κατασκευὲς

Ἀλλά, ἐὰν μέχρι τώρα ἔγινε λόγος γιὰ τὴν ἐφαρμογὴ τῆς Θεωρίας τῶν Καταστροφῶν στὴ *Βιολογία* καὶ στὶς *Κοινωνικὲς Ἐπιστῆμες*, ὅπου ἀνέκυψαν ἀμφισβητήσεις ὡς πρὸς τὴν *ἀξιοπιστία τῶν χρησιμοποιουμένων μαθηματικῶν προτύπων*, αὐτὸ ὀφείλεται στὸ ὅτι ὁ R. Thom εἶχε καταστήσει κύριο ἀντικείμενο τῆς ἔρευνάς του τὰ πεδία αὐτά. Τὸ ἑπόμενο βῆμα ἦταν ἡ ἐφαρμογὴ τῆς θεωρίας αὐτῆς –καὶ μάλιστα κατὰ τρόπο *αὐστηρῶς μαθηματικό*– στὸν *ἀνόργανο* **Φυσικὸ** κόσμο καὶ στὸν χῶρο τῶν **Τεχνικῶν Κατασκευῶν**. Ἕνα πλῆθος ἐνδιαφερουσῶν ἐφαρμογῶν ἀπαντᾶται σ' ὅλες τὶς συναφεῖς σύγχρονες Φυσικὲς Ἐπιστῆμες. Ἐνδεικτικὰ μπορεῖ κανεὶς ν' ἀναφέρει: τὴν **Φυσικὴ** (καὶ εἰδικότερα τὶς περιοχὲς τῆς *Θερμοδυναμικῆς*, τῆς *Κρυσταλλογραφίας*, τῆς *Γεωμετρικῆς Ὀπτικῆς*, τῶν *Καυστικῶν*, ὅπου σημαντικὴ ὑπῆρξε ἡ συμβολὴ τοῦ ἀείμνηστου Π. Θεοχάρη), τὴν **Χημεία** (μὲ ἰδιαίτερο ἐνδιαφέρον στὸ πρότυπο **Zhabotinski**[40], τῆς «αὐθόρμητης», δηλαδή, ἐμφάνισης χωρικῶν καταστάσεων, οἱ ὁποῖες μπορεῖ νὰ ὁδηγήσουν σὲ *ταλαντώσεις* εὐσταθῶν ὁριακῶν κύκλων), τὴν **Κλιματολογία** (μὲ τὴν θεωρία τοῦ **M. Milankovitch**[41] κατὰ τὴν ὁποία οἱ κλιματολογικὲς μεταβολὲς ὀφείλονται σὲ τροχιακὲς μεταβολὲς τῆς γῆς), τὴν **Μετεωρολογία** (μὲ τὶς ἐπιτυχεῖς σήμερα προβλέψεις κλιματολογικῶν συνθηκῶν, μὲ τὴν μελέτη τοῦ φαινομένου Ἐλ Νίνιο ἢ τοῦ παράξενου ἕλκτη τοῦ **Lorens**[42], κτλ.), τὴν **Ἀστροφυσικὴ** (μὲ τὴν βαρυτικὴ κατάρρευση βαρέων ψυχρῶν ἀστέρων, τὴν θερμοβαρυτικὴ κατάρρευση θερμῶν σφαιρικῶν ἀστρικῶν συστημάτων λόγω θερμοδυναμικῶν ἀσταθειῶν, τὴν κατάρρευση αὐξανομένων σὲ ὄγκο ἀστέρων ἀπὸ οὐδετερόνια πλησίον μαύρης ὀπῆς, τὰ ὑπολείμματα ἀσταθειῶν ὑπερκαινοφανῶν, κτλ.), τὴν περιοχὴ τῶν **Τεχνικῶν Κατασκευῶν** (μὲ τὴν βύθιση πλοίων λόγω ἀστάθειας, μὲ τὶς αἰφνίδιες καταρρεύσεις στὴν χώρα μας καὶ στὸ ἐξωτερικὸ πολυωρόφων κτηρίων τόσο σὲ περίοδο *ἠρεμίας* –λόγω ἀπώλειας τῆς εὐστάθειας ἰσορροπίας–, ὅσο καὶ *σεισμικῆς δράσης* –λόγω ἀνεπίτρεπτων ταλαντώσεων– μὲ ἀνθρώπινα θύματα, γεγονότα γιὰ τὰ ὁποῖα νωπὲς εἶναι ἀκόμη οἱ μνῆμες μας). Ἡ

---

40. P. Glansdorff and I. Prigogine: «Thermodynamic Theory of Structure, Stability of Fluctuations», Wiley, London, 1971.

41. M. Milankovitch: «Die Chronologie des Pleistocans», Bull. Akad. Sci., Math. Nat., Belgrade, 4, 49. 1968. Βλ. ἐπίσης R. Gilmore: «Catastrophe Theory for Scientists and Engineers», Dover Publications, Inc., chapt. 16, New York, 1981.

42. E.N. Lorenz: «Deterministic Non-Periodic Flow», J. Atmosph. Sciences, 20, 130, 1963.

ἀστάθεια *πλοίων* συνδέεται μὲ καταστροφὴ *Χελιδονοουρᾶς*, ἐνῶ τὰ ρήγματα τεκτονικῶν πλακῶν ποὺ προκαλοῦν *σεισμοὺς* εἶναι καταστροφὲς *Αἰχμῆς*. Ἡ ἁπλῆ δοκὸς ἐν προβόλῳ τοῦ Σχ. 9α, ὑποβαλλομένη σὲ *Στατικὸ* ἀλλὰ καὶ σὲ *Δυναμικὸ Λυγισμό*, λόγω *στατικῆς* καὶ *αἰφνίδιας φόρτισης* ἀντίστοιχα, παρουσιάζει τοὺς *δρόμους ἰσορροπίας* τοῦ Σχ. 9β καὶ τοὺς *γεωμετρικοὺς τόπους* (κρισίμων σημείων) ποὺ συνδέονται μὲ Καταστροφὴ τύπου *Αἰχμῆς* (Σχ. 9γ). Καταστροφὲς τύπου *Αἰχμῆς* μποροῦν νὰ χρησιμοποιηθοῦν γιὰ τὴν ἔρευνα *ἀσταθειῶν* καὶ *φαινομένων παθολογικῆς συμπεριφορᾶς* κατὰ τὴν **λύση** πολυωνυμικῶν ἐξισώσεων. Ὡς κλασσικὸ παράδειγμα τέτοιας συμπεριφορᾶς ἀναφέρεται ἀπὸ τὸν **F.S. Acton**[43] ἡ ἀριθμητικὴ ἀστάθεια στὸν ὑπολογισμὸ τῶν ριζῶν τοῦ πολυωνύμου $f(x)=(x+1)(x+2)\ldots(x+20) = x^{20}+210x^{19}+\ldots+20=0$, τοῦ ὁποίου *οἱ συντελεστὲς παίζουν τὸν ρόλο παραμέτρων ἐλέγχου*. Προφανῶς οἱ ρίζες τῆς πολυωνυμικῆς αὐτῆς ἐξισώσεως εἶναι ἴσες μὲ -1, -2, ..., -20, ἐνῶ, ἂν ὁ συντελεστὴς 210 τοῦ x^{19} *αὐξηθεῖ* κατὰ τὸν ἀπειροελάχιστο ἀριθμὸ 2^{-23}, ἔχουμε τὴν κατανομὴ ριζῶν στὸ *μιγαδικὸ* ἐπίπεδο, ὅπως φαίνεται στὸ Σχ. 10. Αὐτὸ δείχνει τὴν ἐξαιρετικὰ μεγάλη εὐαισθησία τῶν ριζῶν ἔναντι ἀπειροελάχιστου μεγέθους διαταραχῆς σὲ μία ἐκ τῶν παραμέτρων ἐλέγχου.

Ἐπιλεγόμενα

Ὑπάρχει πλῆθος ἐφαρμογῶν τῆς Θεωρίας τῶν Καταστροφῶν μέσω τῶν ὁποίων εἶναι ἔκδηλη ἡ *ἐπαναστατικὴ* πρόοδος σ' ὅλες, ἐν γένει, τὶς Θετικὲς Ἐπιστῆμες. Γιὰ τὰ πεδία ὅλων αὐτῶν τῶν ἐπιστημῶν ἡ Θεωρία αὐτή, *αὐστηρῶς* θεμελιωμένη ἐπὶ τῆς Ἀλγεβρικῆς καὶ τῆς Διαφορικῆς *Τοπολογίας*, ἀποτελεῖ ἕνα πανίσχυρο μαθηματικὸ ἐργαλεῖο γιὰ τὴν *ποσοτικὴ ἀνάλυση* καὶ γενικότερα τὴν *περιγραφὴ* φαινομένων μὴ γραμμικῆς *ἰδιόμορφης* συμπεριφορᾶς. Συνακόλουθα δὲ ἕνα ἐργαλεῖο γιὰ τὴν μέσω αὐτῶν τῶν ἀναλύσεων ἐπίτευξη *καθολικῶν λύσεων* μὲ *δραστικὴ μείωση* τοῦ *ἀριθμοῦ* τῶν πρὸς ἐπίλυση ἐξισώσεων, καὶ ἑπομένως τοῦ ὄγκου τῶν ὑπολογιστικῶν πράξεων, ἀλλὰ καὶ μὲ παράλληλη *αὔξηση* τῆς *ἀξιοπιστίας* τῶν λαμβανομένων ἀποτελεσμάτων.

Σ' ὅ,τι ἀφορᾶ τὶς ἐφαρμογὲς τῆς *Θεωρίας τῶν Καταστροφῶν* στὴ *Βιολογία* καὶ στὶς *Κοινωνικὲς Ἐπιστῆμες* ὑπὸ τὴν εὐρεία τους ἔννοια, ἀξίζει νὰ παρατηρηθεῖ ὅτι γιὰ τὶς ἐπιστῆμες αὐτὲς μὲ τὸν πλοῦτο τῶν *ποιοτικῶν δεδομένων*, τὰ μαθηματικὰ ποὺ χρησιμοποιοῦνται σήμερα σ' αὐτὲς τὶς ἐπιστῆμες εὑρίσκονται ἀκόμη σὲ νηπιότητα. Ἡ διεξαγόμενη σχετικὴ ἔρευνα ἐκτείνεται συνεχῶς καὶ περισσότερο, κυρίως ὡς πρὸς τὴν κατασκευὴ **ἀξιόπιστων μαθηματικῶν προτύπων**, ἀλλὰ καὶ ὡς πρὸς τὴν **μεθοδολογία** τῆς ἐπιστημονικῆς σκέψης. Χαρακτηριστικὸ εἶναι ὅτι ἡ ἀναγνώριση τῆς σημασίας τῆς τελευταίας ἔχει ὁδηγήσει σὲ αἰσθητὴ *ἔνδοση* τῶν ἀμφι-

---

43. F.S. Acton: «Numerical Methods that work», Harper and Row, New York, 1970.

σθητήσεων γιὰ τὴν ἐφαρμογὴ τῆς θεωρίας αὐτῆς στὶς προαναφερθεῖσες ἐπιστῆμες. Ἡ δυσχέρεια τῆς κατασκευῆς ἑνὸς *κοινωνικοῦ* (μαθηματικοῦ) προτύπου ἐπὶ τῇ βάσει ἐπαρκῶν, στατιστικῶς ἐπεξεργασμένων, παρατηρήσεων συνίσταται κυρίως στὸν καθορισμὸ τῶν *παραμέτρων ἐλέγχου* καὶ ἀκολούθως στὴν ἐπιλογὴ τοῦ κατάλληλου *τύπου καταστροφῆς*.

Σὲ ἐπίμετρο ὅσων σχετικῶν προηγήθηκαν θὰ ἐκτεθοῦν ὁρισμένες ἐφαρμογὲς τῆς Θεωρίας Καταστροφῶν σὲ φλέγοντα θέματα τῆς περιοχῆς τῶν **Κοινωνικῶν Ἐπιστημῶν**, τὰ ὁποῖα κατὰ καιροὺς συγκλόνισαν τὴν κοινὴ γνώμη μὲ τὴν ἐπισήμανση, ὅμως, ὅτι τὰ κοινωνικὰ πρότυπα, ὅσο πειστικὰ κι ἂν εἶναι, ἐνδέχεται νὰ θεωρηθεῖ ὅτι ὑποκρύπτουν ἢ ἐπιχειροῦν ν' ἀποκρύψουν κάποια *ἰδεολογικὴ τοποθέτηση*. Οἱ παρατηρήσεις, ὅμως, αὐτὲς δὲν εἶναι *ποσοτικοποιήσιμες* ἀλλὰ ἐν γένει εἶναι *ποιοτικοῦ* χαρακτῆρα, καὶ ὡς ἐκ τούτου τὰ ἀναμενόμενα συμπεράσματα θὰ πρέπει ἐπίσης νὰ ἔχουν ἀνάλογο *ποιοτικὸ* χαρακτῆρα. Περαιτέρω, ἡ Θεωρία τῶν Καταστροφῶν μᾶς καθιστᾶ γνωστὲς πόσες *εὐσταθεῖς καταστάσεις* ἰσορροπίας ὑπάρχουν γιὰ δεδομένη ἐπιλογὴ *παραμέτρων ἐλέγχου*, ἀλλὰ δὲν μᾶς προσδιορίζει σὲ *ποιὰ* ἀπὸ αὐτὲς τὶς καταστάσεις ἰσορροπίας εὑρίσκεται ἕνα σύστημα. Ἐν προκειμένῳ, ἀνάλογα μὲ τὸ ὑπὸ μελέτη σύστημα, ἀπαιτεῖται ἕνα *κριτήριο* στὸ ὁποῖο –ἂν καὶ ἡ ἐπιλογή του δὲν εἶναι αὐθαίρετη– ἔχει δοθεῖ σ' αὐτὸ ὁ ἀδόκιμος ὅρος «convention» (συμβατικὴ παραδοχή). Γιὰ τὰ *κοινωνικὰ πρότυπα* υἱοθετεῖται συνήθως ἡ παραδοχὴ **Maxwell** στὴ *Θερμοδυναμική*, σύμφωνα μὲ τὴν ὁποία ἕνα σύστημα «ἐπιλέγει» ἐκείνη τὴν κατάσταση ἰσορροπίας στὴν ὁποία τὸ *Δυναμικό* του λαμβάνει *ἀπόλυτο ἐλάχιστο*.

Ἕνα ἀπὸ τὰ πρῶτα πολὺ ἁπλᾶ παραδείγματα *κοινωνικῶν προτύπων*, τὸ ὁποῖο παρουσιάσθηκε ἀπὸ τὸν **Chr. Zeeman**[44] καὶ τοὺς συνεργάτες του ἀφορᾶ στὴν μελέτη τῶν ταραχῶν στὶς Βρεταννικὲς φυλακὲς Gartree τὸ 1972. Προκαταρκτικὴ στατιστικὴ ἀνάλυση τῶν ὑπαρχόντων δεδομένων ἔδειξε ὅτι αὐτὰ σχετίζονται σὲ ἱκανὸ βαθμὸ μὲ τὰ κατὰ Zeeman πέντε βασικὰ χαρακτηριστικὰ τῆς **Καταστροφῆς τύπου Αἰχμῆς**, δηλαδὴ «αἰφνίδια ἅλματα» (sudden jumps), *ὑστέρηση* (hysteresis), *ἀπόκλιση* (divergence), ὕπαρξη *δύο εὐσταθῶν ἰσορροπιῶν* (bimodality), καὶ τὸ *ἀπρόσιτο* (inaccessibility) τῆς ἀσταθοῦς ἰσορροπίας. Σύμφωνα μὲ τὴν μελέτη αὐτὴ ἐπιλέγησαν ὡς *βασικὲς* **δύο** παράμετροι ἐλέγχου, ὅπως φαίνεται στὸ Σχ. 11: ἡ **ἔνταση** (ἀπογοήτευση, καταπίεση) καὶ ἡ **ἀποξένωση** (διαίρεση, ἔλλειψη ἐπικοινωνίας, πόλωση). *Αὔξηση* τῆς **ἔντασης** συνεπάγεται *αὔξηση τῆς ἀταξίας*, ἐνῶ *αὔξηση* τῆς **ἀποξένωσης** μπορεῖ νὰ ὁδηγήσει σὲ *πιὸ αἰφνίδια* καὶ *βίαια ξεσπάσματα ἀταξίας*, καταστάσεις ποὺ περιγράφονται ἀπὸ μία Καταστροφὴ τύπου *Αἰχμῆς*. Γιὰ τὴν βελτίωση τοῦ προτύπου τους οἱ ἐρευνητὲς αὐτοὶ προτείνουν τὴν ἐγκατάσταση ἑνὸς συστήματος ἐλέγχου (monitoring system) γιὰ τὴν λήψη καλλιτέρων μετρήσεων τῶν σχετικῶν παραμέτρων.

---

44. E.C. Zeeman, C. Hall, P.J. Harrison, H. Marriage, P.A. Shapland: «A Model for Institutional Disturbances», Br. J. Math. Statist. Psych., 29, 66-80, 1976.

Στὰ πλαίσια τῆς κατὰ τὴν τελευταία 20ετία σχετικῆς μὲ τὴν **Πολιτικὴ Ἐπιστήμη** ἔρευνας προτάθηκαν διάφορα πρότυπα γιὰ τὴν *κατανόηση*, *ἀνάλυση* καὶ *πρόβλεψη* πολιτικῶν φαινομένων. Ἕνα παράδειγμα *κοινωνικοῦ* προτύπου (συνδεόμενο ἐπίσης μὲ Καταστροφὴ τύπου Αἰχμῆς), ποὺ παρουσίασαν οἱ **C.A. Inard** καὶ **E.C. Zeeman**[45], ἀναφέρεται στὴ *λήψη ἀποφάσεων* (decision making) ἀπὸ τὴν κυβέρνηση μιᾶς χώρας, ἡ ὁποία εὑρίσκεται σὲ *διαμάχη* μὲ ἕνα ἄλλο ἀντίπαλο κράτος. Στὴν περίπτωση αὐτὴ ὡς παράμετροι ἐλέγχου ἔχουν ἐπιλεγεῖ ἡ **ἀπειλὴ** καὶ τὸ **κόστος**, στὸ ὁποῖο μεταξὺ ἄλλων περιλαμβάνονται οἱ *στρατιωτικὲς δαπάνες* καὶ ἡ *ἀπώλεια* τῆς ἐσωτερικῆς πολιτικῆς *σταθερότητας*. Ὅπως φαίνεται ἀπὸ τὸ Σχ. 12 –στὸ ἐπίπεδο τῶν παραμέτρων ἐλέγχου– ἡ κυβέρνηση μπορεῖ νὰ λάβει δύο διακεκριμένες ἀποφάσεις, οἱ ὁποῖες ἀντιστοιχοῦν στὶς καμπύλες (πορεῖες) 1 καὶ 2 μὲ κοινὴ ἀφετηρία τὸ σημεῖο Α. Μὲ τὴν πορεία 1 ἐπιλέγεται ἡ πολιτικὴ τῆς *ἀρχικὰ αὐξανόμενης ἀπειλῆς* μὲ σταθερὰ *χαμηλὸ* κόστος (δηλαδὴ τῆς ἐπιθετικῆς στάσης), ἐν συνεχείᾳ τῆς *σταθεροποίησης* τῆς *ἀπειλῆς* μὲ *αὐξανόμενο* τὸ *κόστος* μέχρις ἑνὸς σημείου Β΄, πέραν τοῦ ὁποίου παρατηρεῖται μία *αἰφνίδια στροφὴ* ὀλιγότερο ἐπιθετικῆς στάσης μὲ ἐπακολουθοῦσες προσπάθειες ἀποφυγῆς τῆς ἀντιπαράθεσης. Παράδειγμα τέτοιας συμπεριφορᾶς ἀποτελεῖ ἡ ἱστορία ἐμπλοκῆς τῶν ΗΠΑ στὸ Βιετνάμ. Παρὰ ταῦτα, τὸ πρότυπο αὐτὸ τῆς Καταστροφῆς τύπου **Αἰχμῆς** δὲν περιγράφει καταστάσεις ἐπίτευξης *συμβιβασμῶν*, γι' αὐτὸ καὶ ἀντικαταστάθηκε μεταγενέστερα ἀπὸ τὸ πρότυπο τῆς Καταστροφῆς τύπου *Πεταλούδας*[46], στὸ ὁποῖο ἐκτὸς τῶν δύο προηγουμένων προστέθηκαν δύο νέες παράμετροι ἐλέγχου. Ἔτσι, τὸ πρότυπο αὐτὸ ἐπιτρέπει τὴν λήψη ἀπόφασης σὲ περίπτωση πλέον περιπλόκων καταστάσεων, ὅπως ἐκείνων τοῦ *συμβιβασμοῦ*. Ἀκριβῶς τελείως ἀντίθετη πορεία συνδέεται μὲ τὴν καμπύλη 2.

Πλέον ἀξιόπιστο εἶναι ἕνα τελευταῖο μαθηματικὸ πρότυπο *ἠπίας* διαδικασίας γιὰ τὸ συσχετισμὸ τῶν καταστάσεων **συνεργασίας** καὶ **διαμάχης, τάξης** καὶ **ἀταξίας, εἰρήνης** καὶ **πολέμου**, ἀντιθέτων, δηλαδή, καταστάσεων, οἱ ὁποῖες μποροῦν νὰ ἰδωθοῦν ὡς διακεκριμένες ἰσορροπίες δυνάμεων σ' ἕνα κοινωνικὸ πεδίο. Ἡ **κίνηση** μεταξὺ αὐτῶν τῶν καταστάσεων *ἰσορροπίας* γίνεται μὲ «ἅλμα» ποὺ ἐνεργοποιεῖται, ὅταν ὑπάρχει **χάσμα** (gap) μεταξὺ κοινωνικῶν *προσδοκιῶν* (social expectations) καὶ *κοινωνικῆς δυνάμεως* (social power). Τὸ πρότυπο αὐτό, ποὺ ὀνομάστηκε «*ἕλικα διαμάχης*» (conflict helix), ἐπινόησε ὁ διακεκριμένος Ἀμερικανὸς καθηγητὴς Πολιτικῶν Ἐπιστημῶν **R.I. Rummel**, τιμηθεὶς μὲ ὑψηλὲς διακρίσεις καὶ διεκδικητὴς τοῦ βραβείου Νομπὲλ Εἰρήνης τὸ 1996. Τὴν «ἕλικα» αὐτή, ἡ ὁποία αὐτὴ καθ'

---

45. C.A. Isnard and E.C. Zeeman: «Some Models for Catastrophe Theory in the Social Sciences». In the Use of Models in the Social Sciences, ed. L. Collins, 44-100, Tavistock Publications, London, 1976.

46. P.T. Saunders: «An Introduction to Catastrophe Theory», Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1980.

ἑαυτὴ ἀποτελεῖ μόνο ἕνα *ἐννοιολογικὸ* καὶ *ἀναλυτικὸ* πλαίσιο, ἐπέτυχε ὁ ἐρευνητὴς αὐτὸς νὰ τὴν συσχετίσει μὲ τὸ μαθηματικὸ πρότυπο τῆς **Καταστροφῆς** *τύπου* **Πεταλούδας**.

Ὅπως ἀναφέρει ὁ Rummel σὲ ἐρευνητικὴ ἐργασία[47] του, δημοσιευθείσα τὸ 1987, τὸ μαθηματικὸ πρότυπό του –βασισμένο μᾶλλον στὴν παραδοχὴ Maxwell– ἐλέγχθηκε μὲ βάση ὑπάρχοντα δεδομένα ἀπὸ τὴν *ἐτήσια διαμάχη* καὶ *συνεργασία* μεταξὺ **Πακιστὰν** καὶ **Ἰνδιῶν** κατὰ τὴν διάρκεια τῆς περιόδου 1948-1973, τὰ δὲ *ἀποτελέσματα ὑπῆρξαν θετικὰ καὶ ἐνθαρρυντικά*. Ὁ ἐρευνητὴς αὐτὸς ἐν κατακλεῖδι τῆς ἐργασίας του διευκρινίζει, πάντως, ὅτι μελλοντικὲς συναφεῖς ἐργασίες θὰ πρέπει νὰ στηριχθοῦν σὲ πλέον ἐπεξεργασμένες μετρήσεις τῶν συνθηκῶν *διαμάχης* καὶ *συνεργασίας* ὡς καὶ ἐκείνων τῆς «ἕλικας», συνδυαζόμενες μὲ *ποσοτικοὺς* ἐλέγχους μὲ βάση ὑπάρχοντα *ἱστορικὰ* δεδομένα ἄλλων δυάδων χωρῶν, τῶν ὁποίων οἱ διενέξεις ἐνδιαφέρουν τὴν παγκόσμια εἰρήνη. Ἰδιαίτερα ἐνδιαφέρουσα εἶναι ἡ ἐφαρμογὴ τοῦ προτύπου αὐτοῦ γιὰ τὴ μελέτη τοῦ **χάσματος** στὶς Σοβιετο-Αμερικανικὲς[48] σχέσεις μεταξὺ τῶν καταστάσεων τοῦ *Status Quo* καὶ τῆς *Ἰσορροπίας Δυνάμεων* κατὰ τὴν περίοδο 1950-1987. Ὅπως φαίνεται στὸ Σχ. 13 ἡ καμπύλη τῆς ἕλικας δίνει ἕνα πολὺ καλὸ μέσο ὅρο στὴν διαχρονικὴ ἐξέλιξη τοῦ χάσματος. Στὸ ἴδιο σχῆμα φαίνεται ἐπίσης ἡ *αὔξηση* τοῦ χάσματος αὐτοῦ μετὰ τὸ 1970, ποὺ ἦταν ὑπὲρ τῆς Σοβιετικῆς Ἕνωσης, ἂν καὶ ὅπως παρατηρεῖ ὁ Rummel, ἡ στρατιωτικὴ αὐτὴ ὑπεροχὴ ἀπὸ μόνη της δὲν συνιστοῦσε ἀποφασιστικὴ ὑπεροχή. Ὑπάρχουν κι ἄλλες ἀξιόλογες συναφεῖς ἔρευνες, οἱ ὁποῖες ἐπιτρέπουν τὴν *βάσιμη προσδοκία* ὅτι μποροῦν νὰ βοηθήσουν στὴν *ἔγκαιρη πρόβλεψη πολιτικῶν φαινομένων*.

Ἐν ὄψει τῶν πάρα πάνω ποικίλων καὶ σημαντικῶν της ἐφαρμογῶν σ' ὅλα τὰ πεδία τῶν σύγχρονων ἐπιστημῶν ἡ Θεωρία τῶν Καταστροφῶν καθίσταται μία πολὺ ἀποτελεσματικὴ *μέθοδος ἔρευνας*, ποὺ ἀνοίγει νέους ὁρίζοντες στὴν ἀναζήτηση τῆς ἐπιστημονικῆς ἀλήθειας. Παράλληλα, ἡ Θεωρία αὐτὴ –παρὰ τὸ ὅτι ἀφορᾶ στὶς Καταστροφὲς– ἀποτελεῖ καὶ μία *μεθοδολογία σκέψης* μὲ φιλοσοφικὲς προεκτάσεις, συμβάλλοντας κατ' αὐτὸ τὸν τρόπο στὴν πρὸς τὰ πρόσω *πολιτική, οἰκονομική, κοινωνική, πνευματικὴ* καὶ *ἠθικὴ* πορεία τῆς ἀνθρωπότητας. Ἔτσι ἡ Θεωρία τῶν Καταστροφῶν γίνεται ἕνα ἰσχυρὸ μέσο γιὰ τὴν *ἀποτροπὴ τῶν πολέμων*, γιὰ τὴν *ἐνίσχυση τῆς διεθνοῦς συνεννοήσεως* καὶ *συνεργασίας*, γιὰ τὴν *προαγωγὴ τοῦ ἰδεώδους τῆς παγκόσμιας εἰρήνης*.

---

47. R.J. Rummel: «A Catastrophy Theory Model of the Conflict Helix, with Tests», Behavioral Science 32, 241-266, Oct. 1987.

48. R.J. Rummel: «The Conflict Helix and the Probability of a Corean War», Seminar on U.S. Forces in Korea» (in Korean). Edited by Tong Whan Park. Seoul, Korea: The Korea Inst. for Defense Analysis, 1990.

SUMMARY

CATASTROPHE THEORY

A MODERN MATHEMATICAL METHOD WIDELY APPLIED

OF PHILOSOPHICAL NATURE

Catastrophes are related to *singularities* or *bifurcations*. As is known the latter are *sudden qualitative changes* in a system (organic or inorganic) of the *Physical World* or of the domain of *Technical Constructions*, exhibiting *instabilities* or *discontinuities* either in *equilibrium* states or in *evolutionary* processes.

During the decade of the 60s, and mainly in 1972, the French mathematician and philosopher **René Thom** proposed the use of *Topology* for simulating the *discontinuous changes in Physical Phenomena* with emphasis in *Biology* claiming that such *singular states* can be classified using *Seven Types of Elementary Catastrophes* (see Table 1). These Types of Catastrophes are described by very simple *Potential* functions including one or two *state variables* (i.e. generalized coordinates) and four, at most, *control parameters*, the latter of which play a decisive role in the *final response* of the system. Catastrophe Theory, based on *Algebraic* and *Differential Topology* is a rather *new* and *powerful mathematical technique* for predicting and studying any type of the above mentioned *singularities* associated with a wide domain of applications in areas of all modern sciences. This theory constitutes also a technique providing *universal* and *reliable* solutions enabling drastic reduction in the bulk of otherwise required computational work.

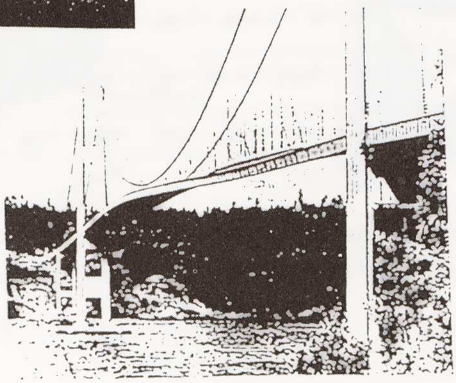
René Thom's *ideas*, besides the great interest that engendered in the *Scientific Community*, created also *controversy* and *confusion* mainly as far as their application is concerned in *Biology* and *Social Sciences*. The British eminent mathematician **Chr. Zeeman** (well known from his Catastrophe Machine) and other distinguished scientists (e.g. H. Whitney, A. Andronov, V. Arnold, J. Mather, B. Malgrange, M. Peixoto, S. Smale, J. Guckenheimer, M. Golubitski, et al) contributed towards completion and extension of Catastrophe Theory (mainly in relation to applications). Thus, the domain of applications of Catastrophe Theory has been considerably increased during the last decades covering not only areas of *Physical Sciences* but also scientific fields in which serious controversy was observed in the past such as Biology (Embryology, Psychology, Neurology), Ecology, Economy, Political Sciences, etc.

Several examples are presented related to a wide range of applications (see Photos 1 and 2, as well as Figs 1-13) in various branches such as *Biology* (Biological morphogenesis, Neural system), *Structures* (collapse of bridges, collapse of buildings e.g. due to earthquakes, etc.), *Applied Mechanics* in the broader sense (e.g. sinking of ships due to instability, caustics collapse, etc.).

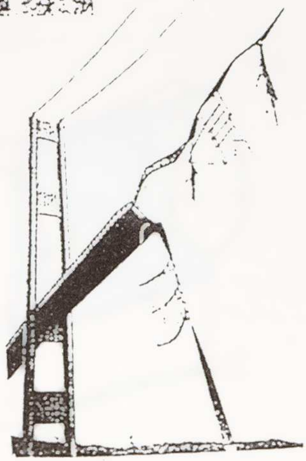
In view of the wide range of important applications Catastrophe Theory constitutes not only a very powerful *mathematical tool for predicting and discussing the undesirable states of catastrophes but also a methodology* of scientific thought of philosophical nature which opens new routes in the quest for scientific truth, not excluding prevention of wars, promotion of *international cooperation and world peace assurance.*

(α)

(β)



(γ)



Εἰκ. 1. Ἡ κρεμαστὴ γέφυρα Tacoma (Washington): (α) πρὸ τῆς καταρρεύσεως, (β) ὑπὸ στρεπτικὴ ταλάντωση (λόγω ἀνέμου πνέοντος μὲ ταχύτητα 42 mph) καὶ (γ) ἀμέσως μετὰ τὴν κατάρρευσή της (7 Νοεμβρίου 1940).

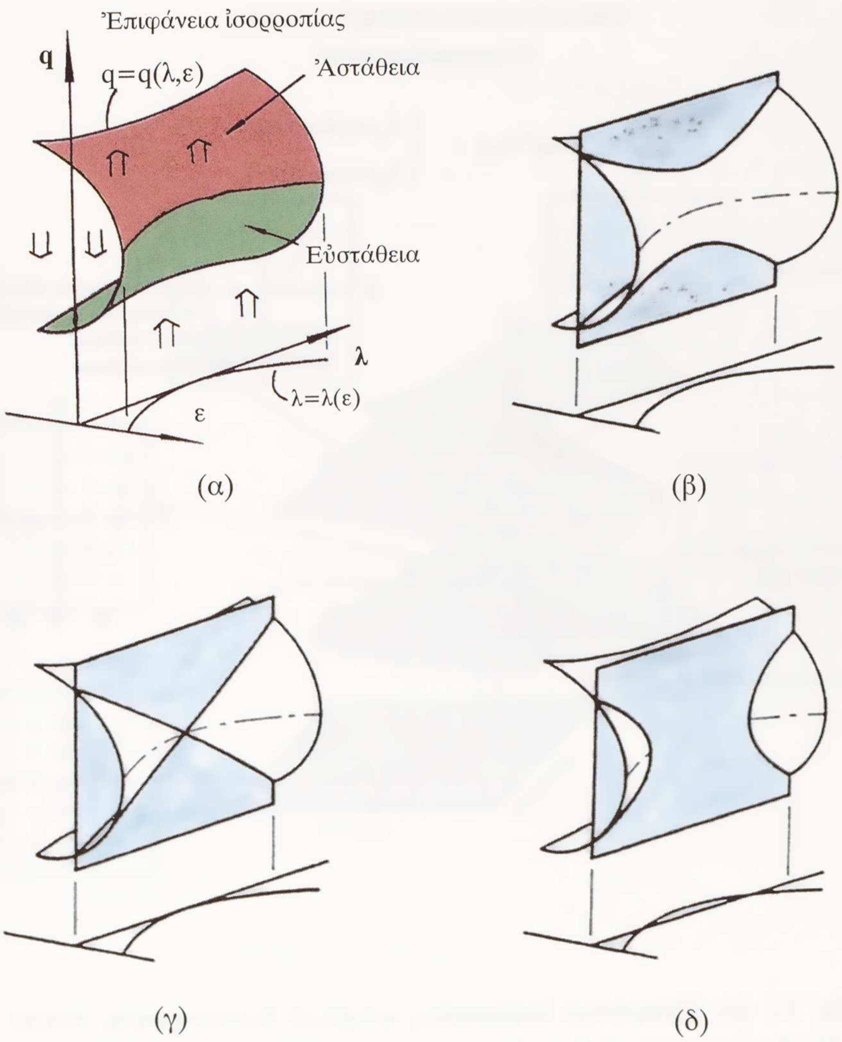
Πίναξ 1. Οἱ ἑπτὰ στοιχειώδεις καταστροφὲς μὲ μία (m=1) ἢ δύο (m=2) γενικευμένες συντεταγμένες q ἢ q_1 q_2, καὶ μία ἕως τέσσερις παραμέτρους ἐλέγχου $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$. (*)

Ἀριθμός ἐνεργῶν συντεταγμένων	Τύπος Καταστροφῆς	Συναρτήσεις Δυναμικοῦ V	Κρίσιμον σημεῖον Ἢ Ἐπιφάνεια κρισίμων σημείων
m=1	Πτυχώσεως (Διπλώματος)	$q^3 + \lambda_1 q$	Ὁριακόν σημεῖον (ΟΣ), Ἀσύμμετρον σημεῖον διακλαδώσεως (ΣΔ)
	Αἰχμῆς	$q^4 + \lambda_2 q^2 + \lambda_1 q$	Εὐσταθές συμμετρικόν (ΣΔ) Ἀσταθές συμμετρικόν (ΣΔ) Σημεῖον ἀποκοπῆς
	Χελιδονοουρᾶς	$q^5 + \lambda_3 q^3 + \lambda_2 q^2 + \lambda_1 q$	
	Πεταλούδας	$q^6 + \lambda_4 q^4 + \lambda_3 q^3 + \lambda_2 q^2 + \lambda_1 q$	
m=2	Ὑπερβολικός ὀμφαλός	$q_2^3 + q_1^3 + \lambda_1 q_2 q_1 - \lambda_2 q_2 - \lambda_3 q_1$	Μονοκλινές (ΣΔ) Ὁμοκλινές (ΣΔ) Διακλάδωσις ἀπό ὁριακόν σημεῖον
	Ἐλλειπτικός ὀμφαλός	$q_2^3 - 3q_2 q_1^2 + \lambda_1 (q_2^2 + q_1^2) - \lambda_2 q_2 - \lambda_3 q_1$	Ἀντικλινές (ΣΔ)
	Παραβολικός ὀμφαλός	$q_2^2 q_1 + q_1^4 + \lambda_1 q_2^2 + \lambda_2 q_1^2 - \lambda_3 q_2 - \lambda_4 q_1$	Παρακλινές (ΣΔ)

(*) Κουνάδης, Α.Ν.: «Μὴ Γραμμικὴ Θεωρία Ἐλαστικῆς Εὐστάθειας μὲ Στοιχεῖα ἀπὸ τὴν Θεωρίαν Καταστροφῶν», Ἐκδόσεις Συμεών, Ἀθῆναι, 1998.

ΚΑΤΑΣΤΡΟΦΗ ΠΤΥΧΩΣΕΩΣ (FOLD)

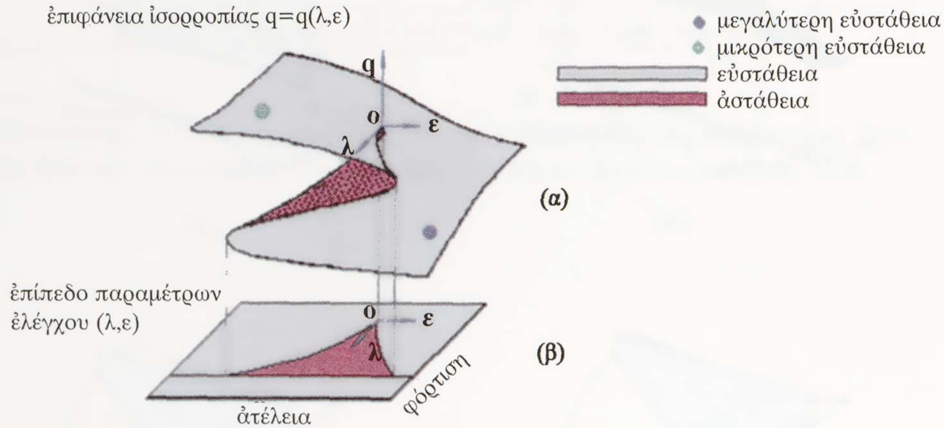
$$\mathbf{V=q^3+\lambda_2 q^2+\lambda_1 q} \ : \ \begin{cases} \lambda_1=\varepsilon(\text{ἀτέλεια}) \\ \lambda_2=\lambda(\text{φόρτιση}) \end{cases}$$



Σχ. 1. (α) Διπλωμένη Ἐπιφάνεια ἰσορροπίας q=q(λ,ε) Καταστροφῆς τύπου Πτυχώσεως (ασύμμετρο σημεῖο διακλαδώσεως) καὶ (β), (γ), (δ) κατακόρυφες τομὲς αὐτῆς γιὰ διάφορα **ε** (J. M. T. Tompson καὶ G. W. Hunt, 1984).

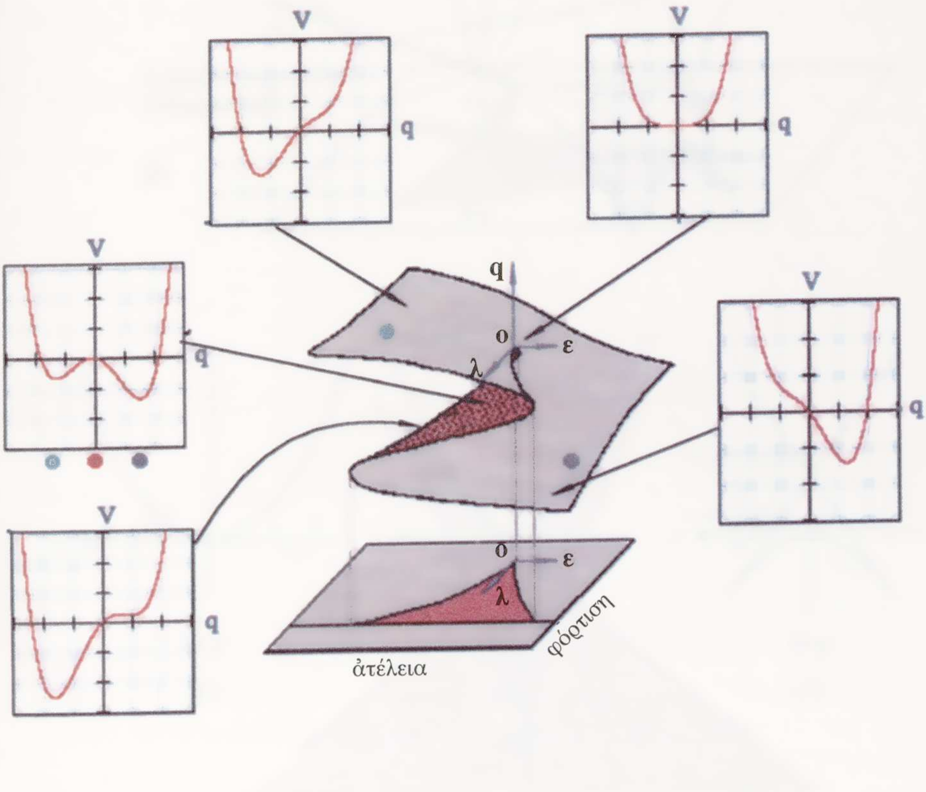
ΚΑΤΑΣΤΡΟΦΗ ΑΙΧΜΗΣ (CUSP)
Riemann-Hugoniot

$$V=q^4+\lambda_2 q^2+\lambda_1 q \ : \ \begin{cases} \lambda_1=\varepsilon(\text{ἀτέλεια}) \\ \lambda_2=\lambda(\text{φόρτιση}) \end{cases}$$



Σχ. 2.1 (α) Ἐπιφάνεια ἰσορροπίας q=q(λ,ε) Καταστροφῆς τύπου *Αἰχμῆς* (συμμετρικὸ ἀσταθὲς σημεῖο διακλαδώσεως), καὶ (β) προβολὴ τοῦ γεωμετρικοῦ τόπου (ἐπιφάνειας) τῶν σημείων Ἀνωμαλίας στὸ ἐπίπεδο παραμέτρων ἐλέγχου λ=λ(ε) (E.C. Zeeman, 1977).

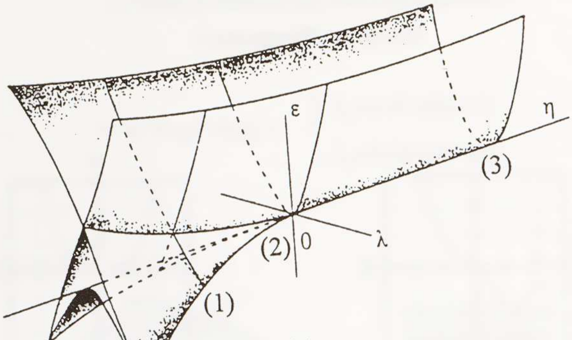
ΚΑΤΑΣΤΡΟΦΗ ΑΙΧΜΗΣ (CUSP)
Riemann-Hugoniot



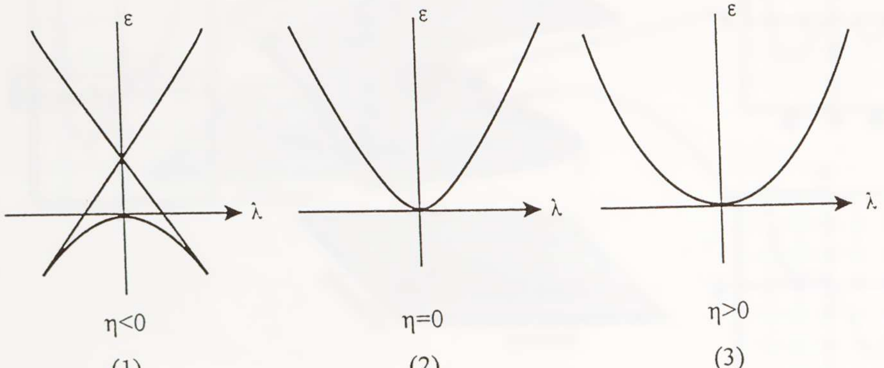
Σχ. 2.2. Δυναμικὰ V=V(q;λ,ε) σὲ διάφορα σημεῖα τῆς Ἐπιφάνειας ἰσορροπίας τοῦ Σχ. 2.1.

ΚΑΤΑΣΤΡΟΦΗ ΧΕΛΙΔΟΝΟΟΥΡΑΣ
(SWALLOWTAIL)

$$V=q^5+\lambda_3 q^3+\lambda_2 q^2+\lambda_1 q \quad \begin{cases} \lambda_1=\varepsilon \\ \lambda_2=\lambda \\ \lambda_3=\eta \end{cases}$$



(α)

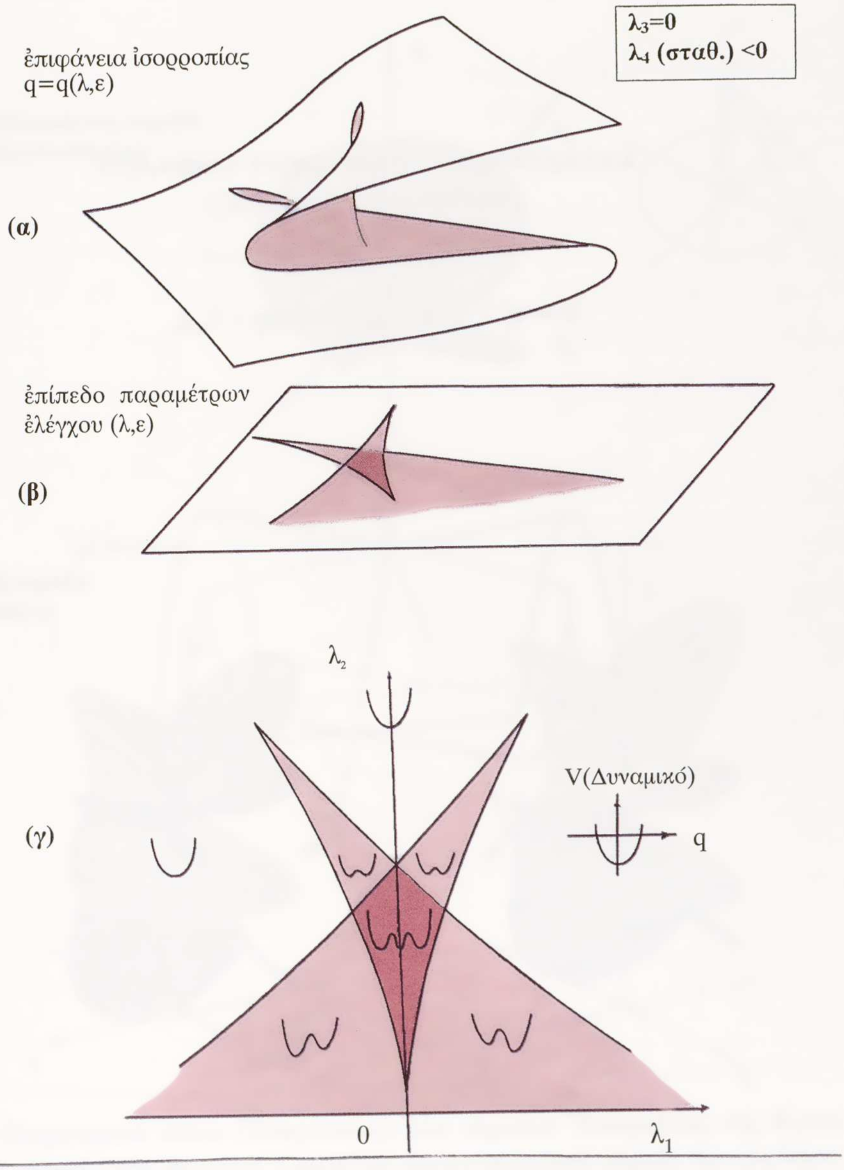


(β)

Σχ. 3. (α) Ὁ γεωμετρικὸς τόπος (ἐπιφάνεια) τῶν σημείων Ἀνωμαλίας τῆς Καταστροφῆς τύπου Χελιδονοουρᾶς στὸ χῶρο τῶν παραμέτρων ἐλέγχου (λ,ε,η) καὶ (β) χαρακτηριστικὲς τομὲς αὐτοῦ στὶς θέσεις (1), (2), (3) γιὰ η<0, η=0 καὶ η=0 (René Thom, 1972).

ΚΑΤΑΣΤΡΟΦΗ ΠΕΤΑΛΟΥΔΑΣ
(BUTTERFLY)

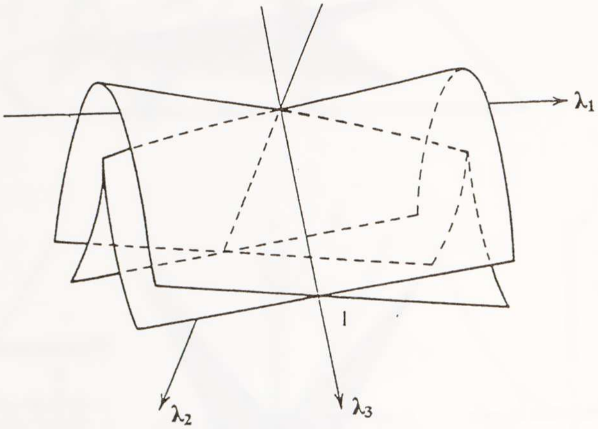
$$V=q^6+\lambda_4 q^4+\lambda_3 q^3+\lambda_2 q^2+\lambda_1 q$$



Σχ. 4. Καταστροφὴ τύπου Πεταλούδας γιὰ $\lambda_3=0$ και λ_4=σταθ.<0. (α) Ἐπιφάνεια ἰσορροπίας (πολλαπλό), (β) προβολὴ αὐτῆς στὸ ἐπίπεδο παραμέτρων ἐλέγχου (λ, ε) χωρὶς Δυναμικὰ καὶ (γ) μὲ Δυναμικὰ (P. T. Saunders, 1980).

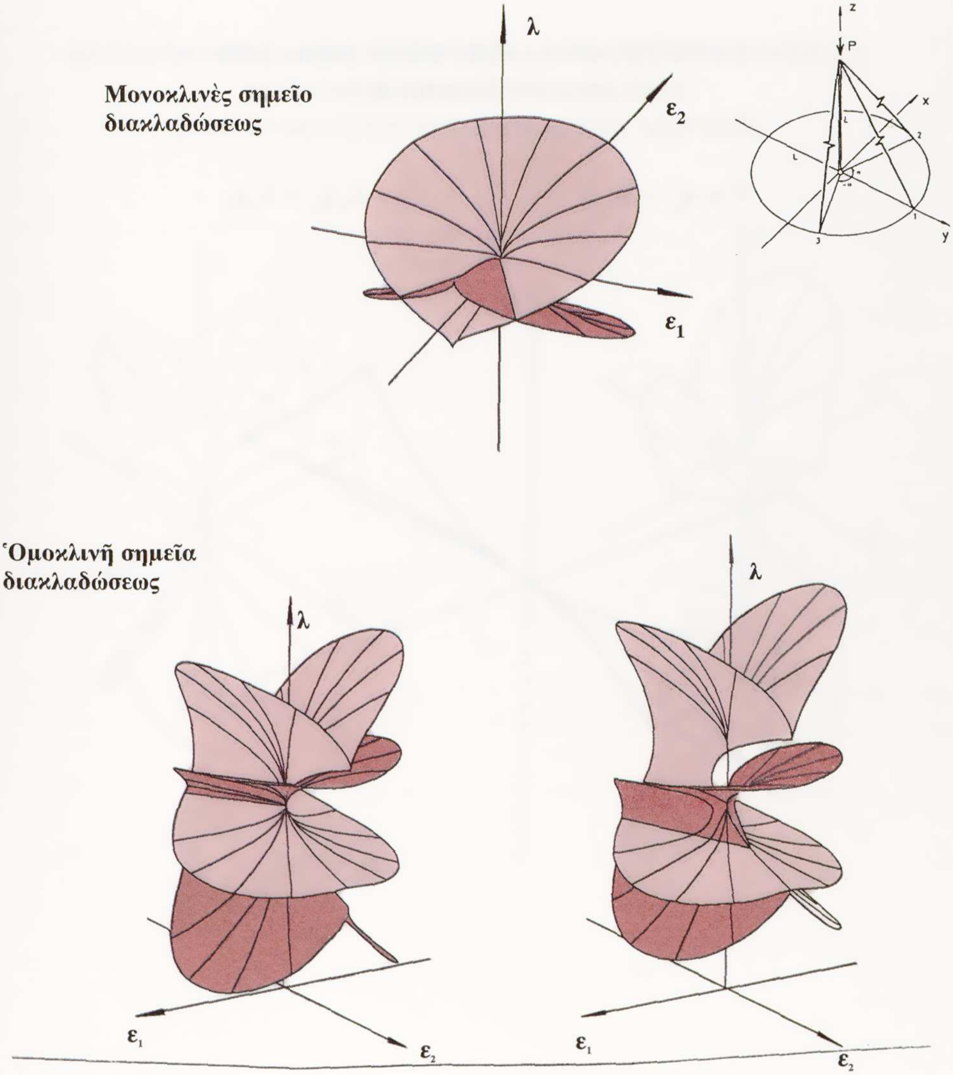
ΚΑΤΑΣΤΡΟΦΗ ΥΠΕΡΒΟΛΙΚΟΥ ΟΜΦΑΛΟΥ
(HYPERBOLIC UMBILIC)

$$V = q_1^3 + q_2^3 + \lambda_1 q_1 q_2 - \lambda_2 q_2 - \lambda_3 q_1$$



Σχ. 5.1. Ὁ γεωμετρικὸς τόπος (ἐπιφάνεια) τῶν σημείων Ἀνωμαλίας τῆς Καταστροφῆς τύπου Ὑπερβολικοῦ Ὀμφαλοῦ στὸν χῶρο τῶν παραμέτρων ἐλέγχου (λ_1,λ_2,λ_3,λ_4) (P.T. Saunders, 1980).

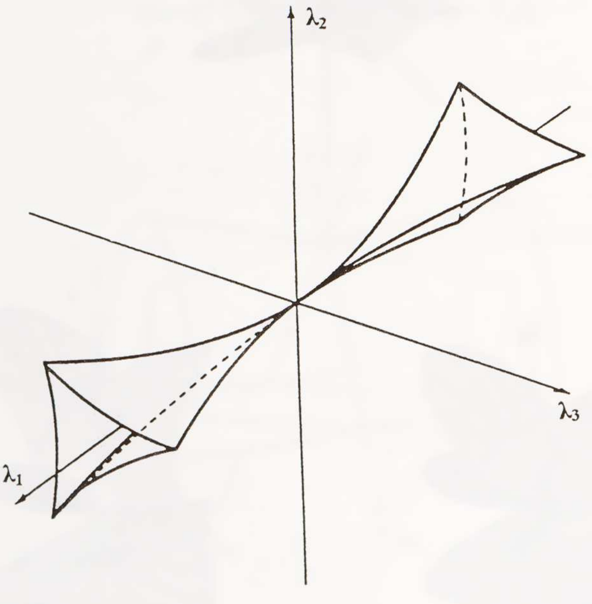
ΚΑΤΑΣΤΡΟΦΗ ΕΛΛΕΙΠΤΙΚΟΥ ΟΜΦΑΛΟΥ (ELLIPTIC UMBILIC) ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΩΣ (ΔΥΟ ΣΥΜΠΙΠΤΟΥΣΕΣ ΚΑΝΟΝΙΚΕΣ ΜΟΡΦΕΣ)



Σχ. 5.1. Γεωμετρικοὶ τόποι (Ἐπιφάνειες) τῶν σημείων Ἀνωμαλίας τῆς Καταστροφῆς τύπου Ὑπερβολικοῦ Ὀμφαλοῦ (μονο/ομοκλινῆ σημεῖα διακλαδώσεως) στὸν χῶρο τῶν παραμέτρων ἐλέγχου ($\lambda,\varepsilon_1,\varepsilon_2$), ὅπου λ=φορτίο, ε_1 και ε_2=ἀτέλειες (J.M.T. Thompson καὶ G. W. Hunt, 1984), ὅταν ὑπάρχουν φαινόμενα ἀλληλεπιδράσεως κανονικῶν μορφῶν (περίπτωση ἱστοῦ κεραίας, ἄνω δεξιὰ σχῆμα).

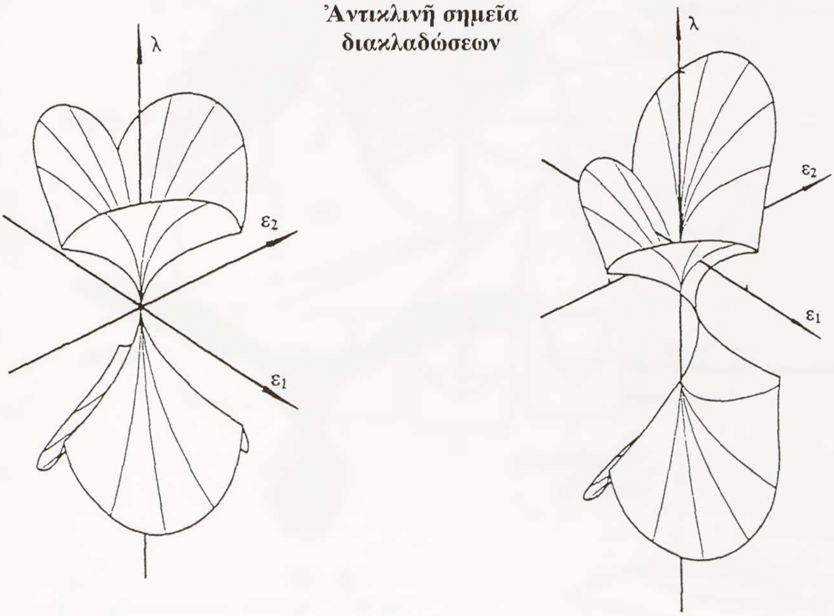
ΚΑΤΑΣΤΡΟΦΗ ΕΛΛΕΙΠΤΙΚΟΥ ΟΜΦΑΛΟΥ
(ELLIPTIC UMBILIC)

$$V = q_2^3 - 3q_2q_1^2 + \lambda_1(q_2^2 + q_1^2) - \lambda_2 q_2 - \lambda_3 q_1$$



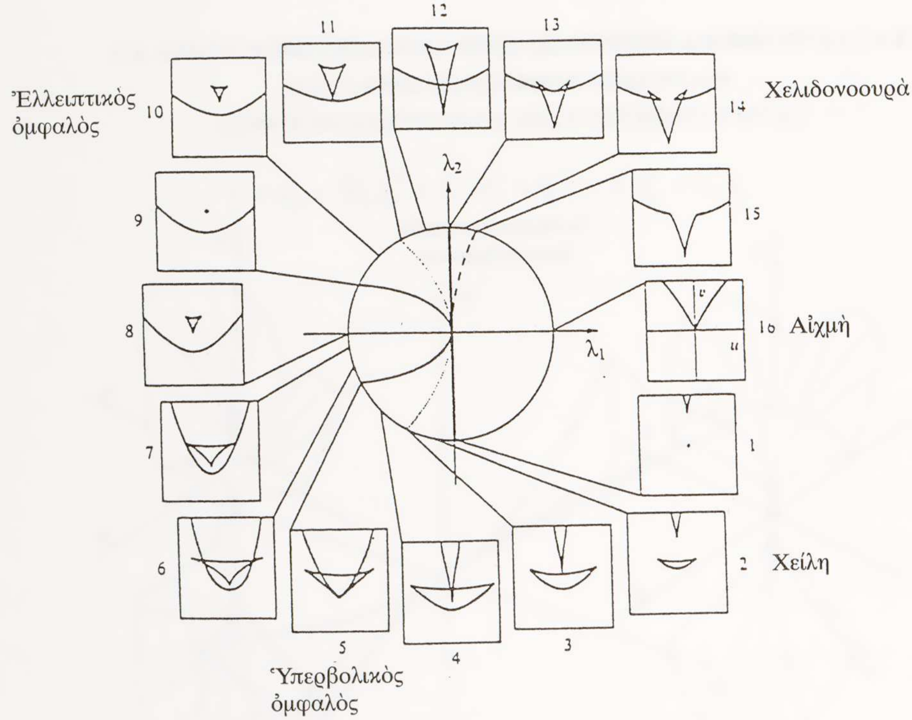
Σχ. 6.1. Ὁ γεωμετρικὸς τόπος (ἐπιφάνεια) τῶν σημείων Ἀνωμαλίας τῆς Καταστροφῆς τύπου Ἐλλειπτικοῦ Ὀμφαλοῦ στὸν χῶρο τῶν παραμέτρων ἐλέγχου (λ_1,λ_2,λ_3) (P.T. Saunders, 1980).

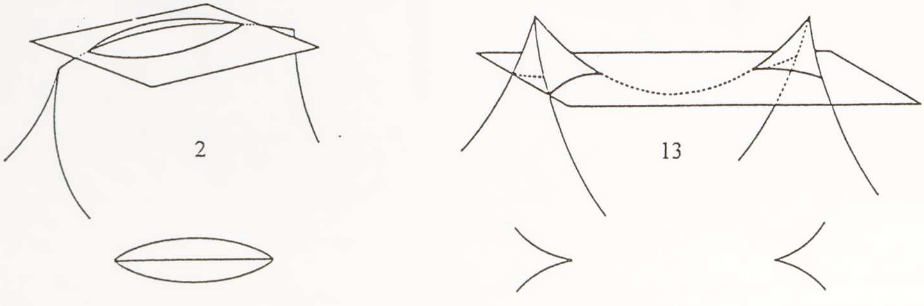
ΚΑΤΑΣΤΡΟΦΗ ΕΛΛΕΙΠΤΙΚΟΥ ΟΜΦΑΛΟΥ (ELLIPTIC UMBILIC)
ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΩΣ
(ΔΥΟ ΣΥΜΠΙΠΤΟΥΣΕΣ ΚΑΝΟΝΙΚΕΣ ΜΟΡΦΕΣ)



Σχ. 6.2. Γεωμετρικοὶ τόποι (ἐπιφάνειες) τῶν σημείων Ἀνωμαλίας τῆς Καταστροφῆς τύπου Ἐλλειπτικοῦ Ὀμφαλοῦ (ἀντικλινὲς σημεῖο διακλαδώσεως) στὸν χῶρο τῶν παραμέτρων ἐλέγχου ($\lambda,\varepsilon_1,\varepsilon_2$), ὅπου λ=φορτίο ε_1 και ε_2=ἀτέλειες (J.M.T. Thompson καὶ G. W. Hunt, 1984), ὅταν ὑπάρχουν φαινόμενα ἀλληλεπιδράσεως κανονικῶν μορφῶν.

ΚΑΤΑΣΤΡΟΦΗ ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΟΥ ΟΜΦΑΛΟΥ (PARABOLIC UMBILIC)

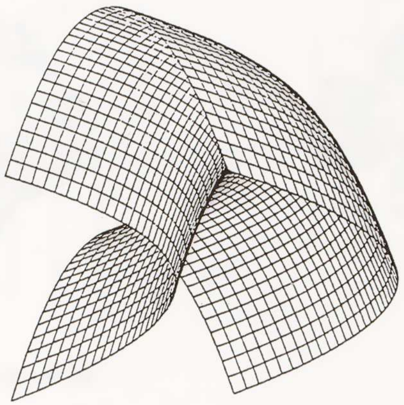




Σχ. 7. Τομὲς σὲ γεωμετρικοὺς τόπους (ἐπιφάνειες) σημείων Ἀνωμαλίας τῆς Καταστροφῆς τύπου Παραβολικοῦ Ὀμφαλοῦ γιὰ διάφορες τιμὲς τῶν λ_1 καὶ λ_2 (Th. Brökerd and L. Lander, 1975).

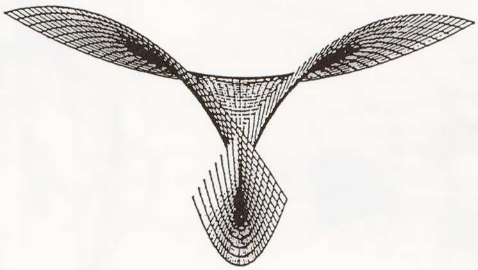
ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ ΚΑΤΑΣΤΡΟΦΗΣ ΟΜΦΑΛΟΥ

$\lambda_1=\lambda_1(q_1,q_2)$



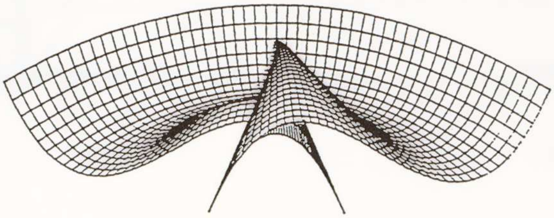
Ὑπερβολικὸς ὀμφαλὸς
$\lambda_2=\lambda_3=$σταθ.

(α)



Ἐλλειπτικὸς ὀμφαλὸς
$\lambda_2=\lambda_3=$σταθ.

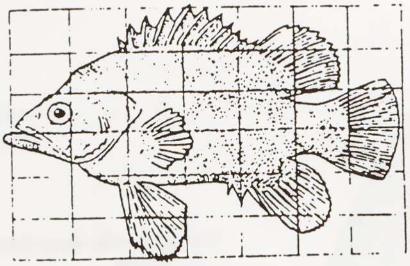
(β)



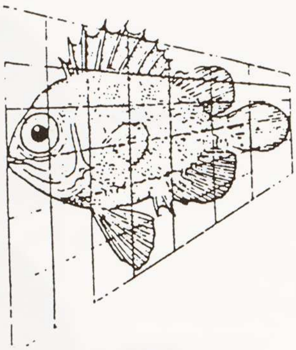
Παραβολικὸς ὀμφαλὸς
$\lambda_2=\lambda_3=\lambda_4=$σταθ.

(γ)

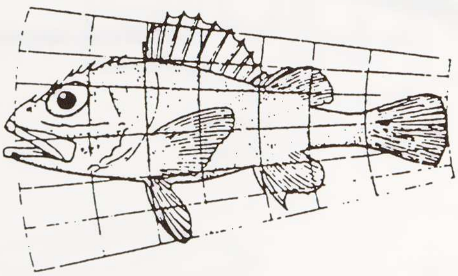
Εἰκ. 2. Προβολὲς ἐπιφανειῶν ἰσορροπίας $\lambda_1=\lambda_2\,(q_1, q_2)$ Καταστροφῶν τύπου: (α) Ὑπερβολικοῦ Ὀμφαλοῦ (λ_2, λ_3 =σταθ.), (β) Ἐλλειπτικοῦ Ὀμφαλοῦ (λ_2, λ_3 = σταθ.) καὶ (γ) Παραβολικοῦ Ὀμφαλοῦ (λ_2, λ_3, λ_4 = σταθ.) (A. Woodcock and M. Davis, 1978).



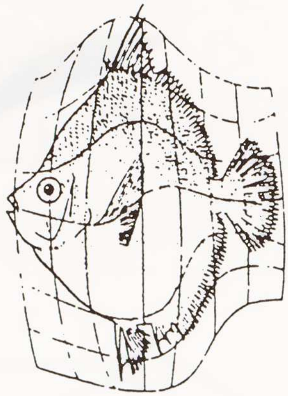
(α) Πολυπρίων



(β) Ψευδοπριάκανθος



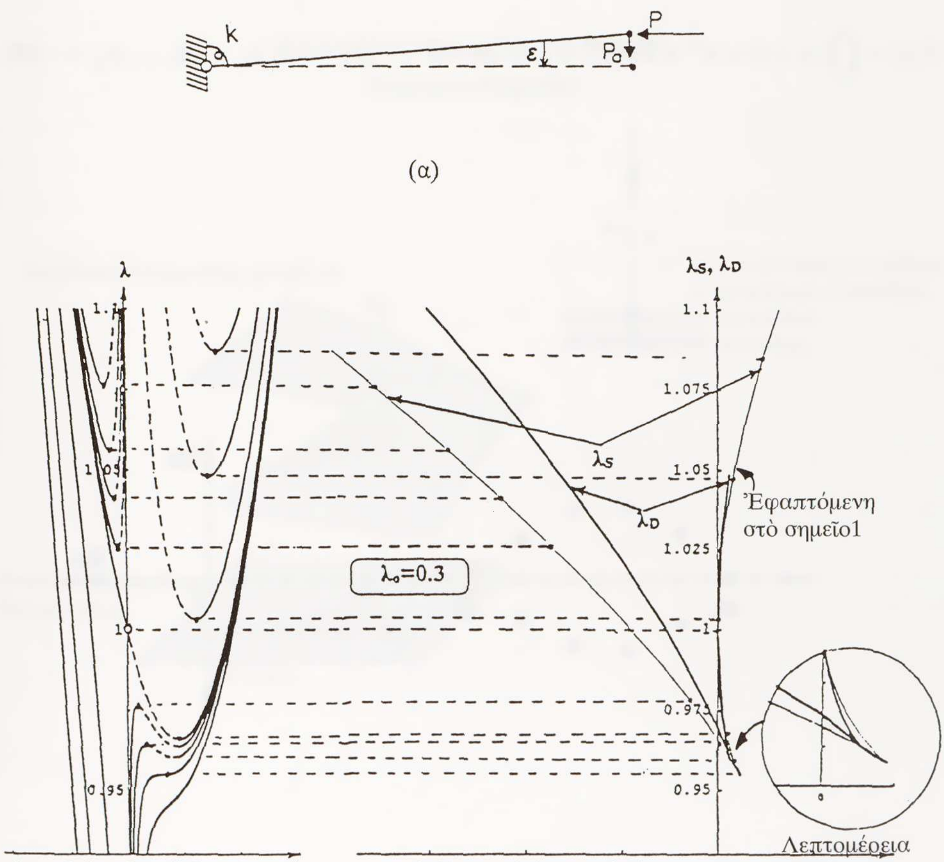
(γ) Σκόρπαινα



(δ) Ἀντιγόνια κάπρος

Σχ. 8. Ἀπὸ τὸ (α) εἶδος ἰχθύος μέσω διαφορομορφισμοῦ προκύπτουν τὰ εἴδη ἰχθύων (β), (γ) και (δ) τοπολογικῶς ἰσοδύναμα,γεωμετρικῶς ὅμως διάφορα. (D'Arcy W. Thompson, 1961).

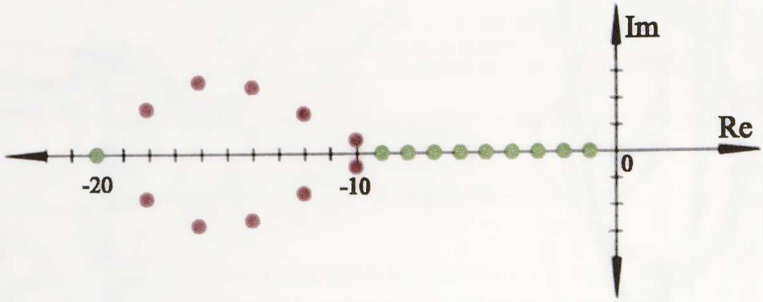
ΠΡΟΤΥΠΟ ΚΑΤΑΣΤΡΟΦΗΣ ΛΟΞΗΣ ΑΙΧΜΗΣ (TILTED CUSP) ΣΕ ΕΛΑΣΤΙΚΑ ΣΤΗΡΙΖΟΜΕΝΟ ΑΤΕΛΗ ΠΡΟΒΟΛΟ



Σχ. 9. (α) Πρότυπο ἐλαστικοῦ προβόλου μὲ κλίση **ε** (γεωμετρικὴ ἀτέλεια), (β) δρόμοι ἰσορροπίας, **λ=λ(θ, ε)**, γιὰ διάφορες ἀτέλειες **ε**, καὶ (γ) γεωμετρικὸς τόπος τῶν κρισίμων σημείων, στατικῶν καὶ δυναμικῶν, στὸ ἐπίπεδο τῶν παραμέτρων ἐλέγχου **(λ, ε)** (Α.Ν. Κουνάδης, 1998,1999).

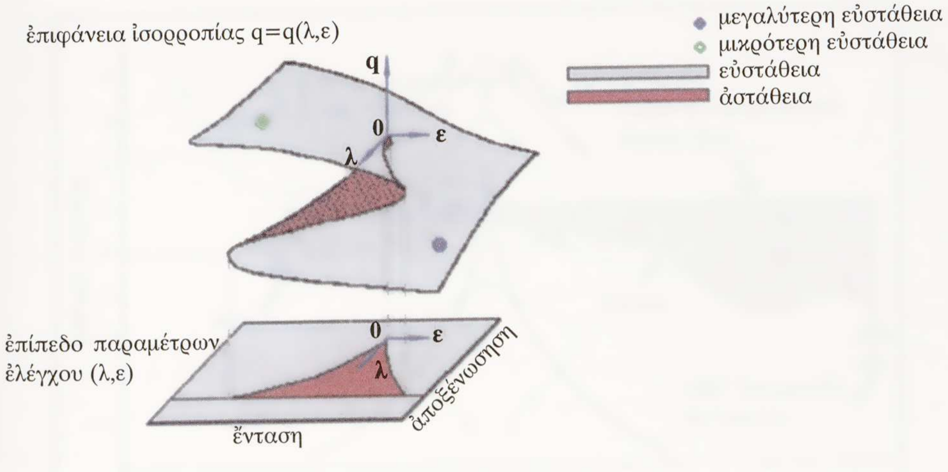
$$f(x)=\prod_{r=1}^{20}(x+r)=x^{20}+210x^{19}+....+20=0 \qquad (\rho_1=-1,\ \rho_2=-2,\ ...,\ \rho_{20}=-20)$$

$$\Big\downarrow + 2^{-23} \Big\downarrow$$



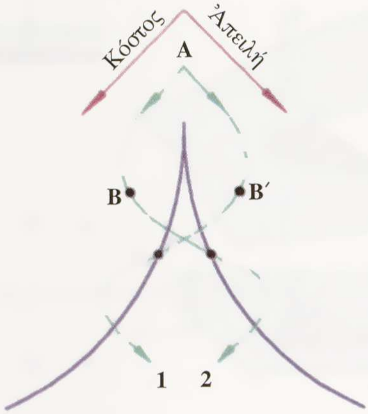
Σχ. 10. Ἀριθμητικὴ ἀστάθεια τῶν ριζῶν τῆς ἐξίσωσης f(x)=0, ἐκ τῶν ὁποίων οἱ μισὲς γίνονται μιγαδικὲς μὲ τὴν προσθήκη τοῦ ἀριθμοῦ 2^{-23} στὸν συντελεστὴ 210 τοῦ x^{19} (F.S. Acton, 1970).

ΚΑΤΑΣΤΡΟΦΗ ΑΙΧΜΗΣ (CUSP)
Riemann-Hugoniot



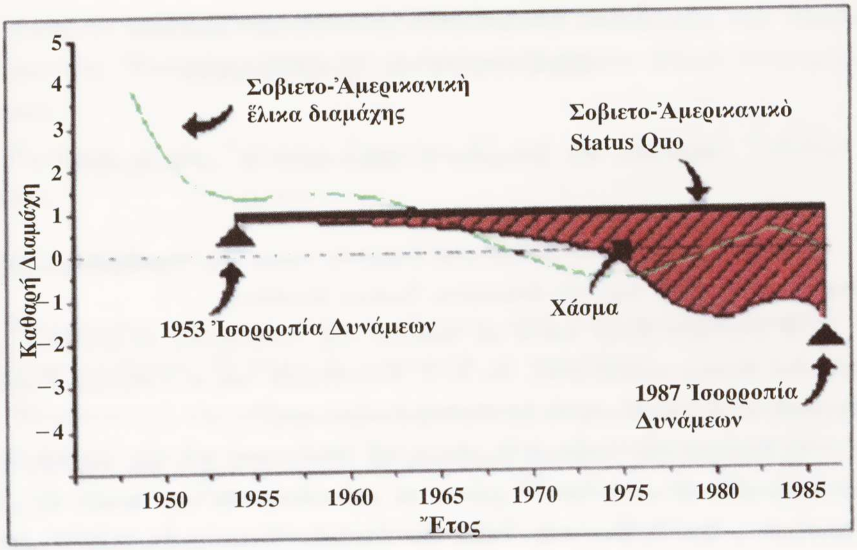
Σχ. 11. Μαθηματικὸ πρότυπο Καταστροφῆς τύπου Αἰχμῆς γιὰ ἀναταραχὲς κοινωνικῶν ὁμάδων (E.C.Zeeman et al, 1976).

ΚΑΤΑΣΤΡΟΦΗ ΑΙΧΜΗΣ (CUSP)
Riemann-Hugoniot



Σχ. 12 Πρότυπο Καταστροφῆς τύπου Αἰχμῆς γιὰ τὴ λήψη ἀπόφασης ἀπό μία χώρα ποὺ εὑρίσκεται σὲ διαμάχη μὲ ἄλλη χώρα (C.A.Isnard and E.C.Zeeman et al, 1976).

ΠΡΟΤΥΠΟ RUMMEL (HELIX-CONFLICT)
Καταστροφή Πεταλούδας (Butterfly)



Σχ. 13. Σοβιετο-Ἀμερικανικὸ χάσμα μεταξὺ Status Quo καὶ Ἰσορροπίας Δυνάμεων τὴν περίοδο 1950 - 1987, καὶ σχετικὴ πρόβλεψη μέσω τοῦ προτύπου Rummel (R.G.Rummel, 1990).